Resumen

Lógica

Y

Estructuras

Discretas

Tadeo Sorrentino

2023

Unidad 1

Lógica

Y

Razonamientos

INDICE

[Proposiciones Lógicas 4](#_Toc133683104)

[Proposiciones simples: 4](#_Toc133683105)

[Proposiciones Compuestas: 4](#_Toc133683106)

[Valor de Verdad: 4](#_Toc133683107)

[Tipos de P. Compuestas según su Valor de Verdad: 4](#_Toc133683108)

[Proposiciones equivalentes: 4](#_Toc133683109)

[Tipos de variables 4](#_Toc133683110)

[Operaciones Lógicas 5](#_Toc133683111)

[Conjunción: ∧ 5](#_Toc133683112)

[Disyunción: ∨ 5](#_Toc133683113)

[Condicional: ⇒ 5](#_Toc133683114)

[Bicondicional: ⇔ 5](#_Toc133683115)

[Negación: ¬ 5](#_Toc133683116)

[Tipos de operadores Precedencia de Operadores 5](#_Toc133683117)

[Tablas de Verdad 6](#_Toc133683118)

[Tamaño: 6](#_Toc133683119)

[Leyes lógicas 6](#_Toc133683120)

[Función Proposicional 7](#_Toc133683121)

[Cuantificadores 7](#_Toc133683122)

[Razonamientos 8](#_Toc133683123)

[Validez de un Razonamiento: 8](#_Toc133683124)

[Métodos: 8](#_Toc133683125)

[Reglas de inferencia: 9](#_Toc133683126)

[Reglas de inferencia para razonamientos categóricos: 9](#_Toc133683127)

[Variables: 9](#_Toc133683128)

[Razonamiento categórico invalido: 9](#_Toc133683129)

[Tablas de Leyes Lógicas e Inferencias 10](#_Toc133683130)

[Leyes Lógicas: 10](#_Toc133683131)

[Reglas de Inferencia: 10](#_Toc133683132)

[Reglas de Inferencias para Cuantificadores: 10](#_Toc133683133)

Proposiciones Lógicas

“Son enunciados susceptibles a ser Verdadero o Falso. Todas sus variables deben ser acotadas.”

Proposiciones simples:

* No están afectadas por operadores lógicos.
* Se denotan con letras minúsculas.

Proposiciones Compuestas:

* Son combinaciones de proposiciones simples, que están unidas mediante operaciones lógicas.

Valor de Verdad:

* Para indicar el valor de verdad, escribimos *v(p)*.

Tipos de P. Compuestas según su Valor de Verdad:

* Contingencia:
  + Su valor de verdad depende de los valores que toman las proposiciones simples en cada caso.
* Tautología:
  + Es siempre Verdadera. Independientemente del valor de sus P. Simples.
* Contradicción:
  + Es siempre Falsa. Independientemente del valor de sus P. Simples.

Proposiciones equivalentes:

* Tienen idénticas tablas de verdad.

Tipos de variables:

* Acotadas:
* Están particularizadas o cuantificadas.
* Libres:
* No están particularizadas ni cuantificadas.

Operaciones Lógicas

Conjunción: **∧**

* Simultaneidad de dos proposiciones
* Únicamente es Verdadera cuando ambas p. simples lo son.

Disyunción: **∨**

* Una, la otra, o ambas. Inclusiva.
* Solamente es Falsa cuando ambas p. simples lo son.

Condicional: **⇒**

* Si se cumple *p*, entonces se debe cumplir *q*.
* Solo es falso partiendo de un antecedente Verdadero y un consecuente Falso.

Bicondicional: **⇔**

* Indica una equivalencia lógica.
* Los valores de v. de ambas proposiciones deben ser iguales.

Negación: ­­­­­­­**¬**

* Cambia el valor de una proposición por su valor contrario.

|  |  |
| --- | --- |
| Binarios | Unarios |
| **∧** | **¬** |
| **∨** |  |
| **⇒** |  |
| **⇔** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| 1 | **¬** |
| 2 | **∧** |
| 3 | **∨** |
| 4 | **⇒** |
| 5 | **⇔** |

Tipos de operadores Precedencia de Operadores

Tablas de Verdad

Tamaño:

1. Cantidad de filas para *n* proposiciones simples:
2. Las columnas *i* alternan su valor cada ,

Leyes lógicas

Son reglas básicas y universales de equivalencias proposicionales. Se utilizan para demostrar argumentos, razonamientos, y para simplificar proposiciones.

Lista:

* Involución.
* Conmutabilidad
* Asociatividad.
* Distributividad.
* Idempotencia.
* De Morgan.
* Absorción.
* Identidad.
* Dominación.
* Tercero Excluido.
* Simplificación.
* Adición.
* Bicondicional.
* Condicional.
* Contrarrecíproco.

Función Proposicional

Llamamos Función Proposicional a toda expresión *p(x)* con dominio en A. Tal que cualquier elemento *“a”* del conjunto A se verifica que *p(a)* es proposición.

Una Función se convierte en Proposición Lógica de dos maneras:

* Particularizando:
  + Se le asigna un valor a la variable.
* Cuantificando:
  + Universalmente: ∀, “Para todo”.
  + Existencialmente: ∃, “Existe al menos uno”.

Cuantificadores

Definen variables acotadas.

Cuantificador Universal: **∀**

* Se lee “Para todo”.
* El elemento es genérico, se puede relacionar con cualquier elemento.

Cuantificador Existencial: **∃**

* Se lee “Existe al menos uno”.
* El elemento no es genérico, solo se puede relacionar con otros que si sean genéricos.

Importante:

* Los Cuantificadores no se pueden conmutar ni distribuir.
* Al negar un Cuantificador, este se transforma en el opuesto. Hay que tener mucho cuidado y trabajar paso por paso al negar una proposición cuantificada, distribuyendo la negación en los términos.

Razonamientos

“Es un conjunto de proposiciones, una de ellas llamada **conclusión**, se afirma sobre la base de las demás, llamadas **premisas**.”

Validez de un Razonamiento:

* Un Razonamiento es valido cuando de **premisas** verdaderas no pueda extraerse una **conclusión** falsa.
* Para que un Razonamiento sea invalido, es suficiente que exista un caso en el que de **premisas** verdaderas se extraiga una **conclusión** falsa.
* Hay tres métodos para probar la validez de un Razonamiento.

Métodos:

* Directo:
  + Partiendo de la verdad de las **premisas**, se va trabajando con ellas hasta llegar a la **conclusión**.
* Condicional Asociado:
  + Se arma un condicional cuyo antecedente es la conjunción de las **premisas** y su consecuente es la **conclusión**.
  + Para verificar este condicional tautológico, al forzar un antecedente verdadero y un consecuente falso, se debe llegar a una contradicción en el valor de verdad de alguna de las premisas simples.
* Demostrativo:
  + Método formal y ordenado, se debe justificar cada renglón.
  + Se elabora una lista enumerada de proposiciones lógicas, con el objetivo de llegar a la **conclusión** del Razonamiento, si esto se logra, el Razonamiento es válido.
  + Se pueden incorporar proposiciones por tres motivos:
    - Por ser premisas.
    - Por ser equivalencias lógicas de otras anteriores.
    - Al ser obtenidas a mediante reglas de inferencia.

Reglas de inferencia:

* Conjunto de Razonamientos válidos utilizados para probar otros más complejos. Tienen nombre y dos siglas.
* No se pueden usar con proposiciones cuantificadas.

Lista:

* Modus Ponens (M.P.)
* Modus Tollens (M.T.)
* Silogismo Hipotético (S.H.)
* Silogismo Disyuntivo (S.D.)
* Ley de Combinación (L.C.)
* Ley de Adición (L.A.)
* Ley de Simplificación (L.S.)

Reglas de inferencia para razonamientos categóricos:

* Permiten sacar o poner cuantificadores.

Lista:

* Particularización Universal (P.U.)
* Generalización Universal (G.U.)
* Particularización Existencial (P.E.)
* Generalización Existencial (G.E.)

Variables:

* Genéricas:
  + Particularización Universal (P.U.)
  + Generalización Universal (G.U.)
* No Genéricas:
  + Particularización Existencial (P.E.)
  + Generalización Existencial (G.E.)

Razonamiento categórico invalido:

* Para justificar su invalidez, hay que dar una interpretación concreta, que haga las **premisas** verdaderas y la **conclusión** falsa.

Tablas de Leyes Lógicas e Inferencias

Leyes Lógicas:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | Involución. | ¬(¬p) ≡ p |
| 2 | Conmutabilidad | p q ≡ q p  p ∨ q ≡ q ∨ p |
| 3 | Asociatividad | p ( q r ) ≡ ( p q ) r  p ∨ ( q ∨ r ) ≡ ( p ∨ q ) ∨ r |
| 4 | Distributividad | p ( q ∨ r ) ≡ ( p q ) ∨ ( p r )  p ∨ ( q r ) ≡ ( p ∨ q ) ( p ∨ r ) |
| 5 | Idempotencia | p p ≡ p |
| 6 | De Morgan | ¬ ( p q ) ≡ ( ¬p ∨ ¬q )  ¬ ( p ∨ q ) ≡ ( ¬p ¬q ) |
| 7 | Absorción | p ( p ∨ q ) ≡ p  p ∨ ( p q ) ≡ p |
| 8 | Identidad | p V ≡ p  p ∨ F ≡ p |
| 9 | Dominación | p ∨ V ≡ V  p F ≡ F |
| 10 | Tercero Excluido | p ∨ (¬p) ≡ V |
| 11 | Simplificación | p q ⇒ p ≡ V |
| 12 | Adición | p → p ∨ q ≡ V |
| 13 | Bicondicional | p ⇔ q ≡ ( p ⇒ q ) ( q ⇒ p ) |
| 14 | Condicional. | p ⇒ q ≡ (¬p) ∨ q |
| 15 | Contrarrecíproco. | p ⇒ q ≡ (¬q) ⇒ (¬p) |

Reglas de Inferencia:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | Modus Ponens (M.P.) | A ⇒ B ; A ∴ B |
| 2 | Modus Tollens (M.T.) | A ⇒ B ; ¬B ∴ ¬A |
| 3 | Silogismo Hipotético (S.H.) | A ⇒ B ; B ⇒ C ∴ A ⇒ C |
| 4 | Silogismo Disyuntivo (S.D.) | A ∨ B ; ¬A ∴ B |
| 5 | Ley de Combinación (L.C.) | A ; B ∴ A B |
| 6 | Ley de Adición (L.A.) | A ∴ A ∨ B |
| 7 | Ley de Simplificación (L.S.) | A B ∴ A ∴ B |

Reglas de Inferencias para Cuantificadores:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | Particularización Universal (P.U.) | ∀x : p(x) ∴ p(a) |
| 2 | Generalización Universal (G.U.) | p(a) ∴ p(x) |
| 3 | Particularización Existencial (P.E.) | ∃x : p(x) ∴ p(a) |
| 4 | Generalización Existencial (G.E.) | p(a) ∴ ∃x : p(x) |