Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
Высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

**Лабораторная работа 3 по вычислительной математике**

Численное интегрирование

Вариант №10

Преподаватель: Малышева Татьяна Алексеева
Выполнил: Состанов Тимур Айратович
Группа: P3214

Г. Санкт-Петербург

2024

# Оглавление

Цель работы ..... 3
Порядок выполнения работы ..... 4
Рабочие формулы используемых методов ..... 5
Вычислительная реализация задачи ..... 11
Программная реализация задачи ..... 13
Метод прямоугольников ..... 13
Метод трапеций ..... 16
Метод Симпсона ..... 17
Результат работы программы ..... 18
Вывод ..... 21

# Цель работы

Найти приближенное значение определенного интеграла с требуемой точностью различными численными методами.

# Порядок выполнения работы

**<u>Обязательное задание (до 80 баллов)</u>**

**Исходные данные:**
1. Пользователь выбирает функцию, интеграл которой требуется вычислить (3-5 функций), из тех, которые предлагает программа.
2. Пределы интегрирования задаются пользователем.
3. Точность вычисления задается пользователем.
4. Начальное значение числа разбиения интервала интегрирования: n=4.
5. Ввод исходных данных осуществляется с клавиатуры.

**Программная реализация задачи:**
1. Реализовать в программе методы по выбору пользователя:

• Метод прямоугольников (3 модификации: левые, правые, средние)

• Метод трапеций

• Метод Симпсона

2. Методы должны быть оформлены в виде отдельной(ого) функции/класса.
3. Вычисление значений функции оформить в виде отдельной(ого) функции/класса.
4. Для оценки погрешности и завершения вычислительного процесса использовать правило Рунге.
5. Предусмотреть вывод результатов: значение интеграла, число разбиения интервала интегрирования для достижения требуемой точности.

**Вычислительная реализация задачи:**
1. Вычислить интеграл, приведенный в таблице 1, точно.
2. Вычислить интеграл по формуле Ньютона – Котеса при $n = 6$.
3. Вычислить интеграл по формулам средних прямоугольников, трапеций и Симпсона при $n = 10$ .
4. Сравнить результаты с точным значением интеграла.
5. Определить относительную погрешность вычислений для каждого метода.
6. В отчете отразить последовательные вычисления.

**<u>Необязательное задание (до 20 баллов)</u>**
1. Установить сходимость рассматриваемых несобственных интегралов 2 рода (2-3 функции). Если интеграл - расходящийся, выводить сообщение: «Интеграл не существует».
2. Если интеграл сходящийся, реализовать в программе вычисление несобственных интегралов 2 рода (заданными численными методами).
3. Рассмотреть случаи, когда подынтегральная функция терпит бесконечный разрыв:
1) в точке a, 2) в точке b, 3) на отрезке интегрирования

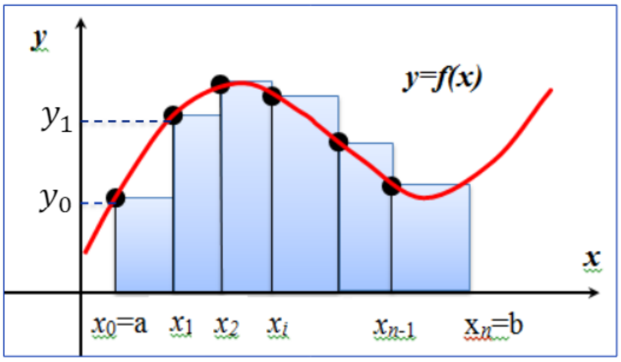
Рабочие формулы используемых методов

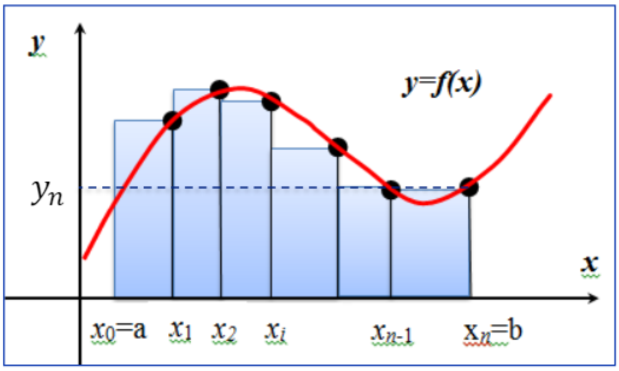
## Метод прямоугольников

Обозначим:

$f(x_i) = y_i$ , $f(a) = y_0$, $f(b) = y_n$

$\Delta x_i = x_i - x_{i-1} = h_i$



$\int_a^b f(x)dx \approx h_1 y_0 + h_2 y_1 + \dots + h_n y_{n-1} = \sum_{i=1}^n h_i\, y_{i-1}$ - левые прямоугольники

$\int_a^b f(x)dx \approx h_1 y_1 + h_2 y_2 + \dots + h_n y_n = \sum_{i=1}^n h_i y_i$ - правые прямоугольники

При $h_i = h = \frac{b-a}{n} = const$:

$$\int_a^b f(x)dx = h\sum_{i=1}^n y_{i-1}$$

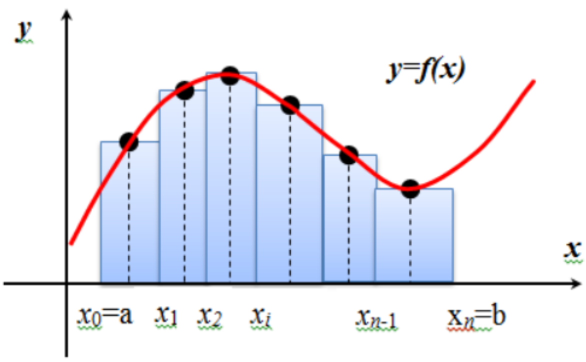
$$\int_a^b f(x)dx = h\sum_{i=1}^n y_i$$

## Метод прямоугольников. Метод средних

Для аналитически заданных функций более точным является использование значений в средних точках элементарных отрезков (полуцелых узлах):

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^n h_i\, f(x_{i-1/2})$$

$$x_{i-1/2} = \frac{x_{i-1} + x_i}{2} = x_{i-1} + \frac{h_i}{2}, i = 1, 2, \dots n$$




При $h_i = h = \frac{b-a}{n} = const$ :

$$\int_a^b f(x)dx = h\sum_{i=1}^n f(x_{i-1/2})$$

# Метод трапеций

Подынтегральную функцию на каждом отрезке $[x_i; x_{i+1}]$ заменяют интерполяционным многочленом первой степени:

$$f(x) \approx \varphi_i(x) = a_i x + b$$

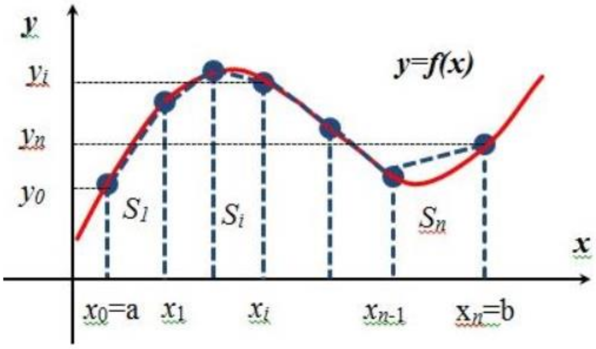
Используют линейную интерполяцию, т.е. график функции $y = f(x)$ представляется в виде ломаной, соединяющий точки $(x_i, y_i)$ . Площадь всей фигуры (криволинейной трапеции):

$$S_{\text{общ}} = S_1 + S_2 + \cdots + S_n = \frac{y_0 + y_1}{2} h_1 + \frac{y_1 + y_2}{2} h_2 + \cdots + \frac{y_{n-1} + y_n}{2} h_n$$

$$y_0 = f(a), \qquad y_n = f(b), \qquad y_i = f(x_i), \qquad h_i = x_i - x_{i-1}$$

Складывая все эти равенства, получаем формулу трапеций для численного интегрирования:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} h_i (y_{i-1} + y_i)$$




При $h_i = h = \frac{b-a}{n} = const$ формула трапеций:

$$\int_a^b f(x)dx = h \cdot \left( \frac{y_0 + y_n}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} y_i \right)$$

или $$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2} \cdot \left( y_0 + y_n + 2 \sum_{i=1}^{n-1} y_i \right)$$

# Метод Симпсона (**Симпсон Томас**(20.08.1710–14.05.1751) – английский математик)

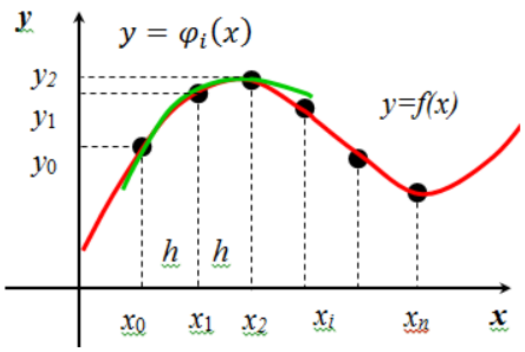
Разобьем отрезок интегрирования [*a, b*] на четное число *n* равных частей с шагом *h.*

На каждом отрезке $[x_0, x_2], [x_2, x_4]$ , …, $[x_{i-1}, x_{i+1}]$, … , $[x_{n-2}, x_n]$ подынтегральную функцию заменим интерполяционным многочленом второй степени:

$$f(x) \approx \varphi_i(x) = a_i x^2 + b_i x + c_i, \quad x_{i-1} \le x \le x_{i+1}$$

Коэффициенты этих квадратных трехчленов могут быть найдены из условий равенства многочлена и подынтегральной функции в узловых точках.

В качестве $\varphi_i(x)$ можно принять интерполяционный многочлен Лагранжа второй степени, проходящий через точки $(x_{i-1}, y_{i-1}), (x_i, y_i), (x_{i+1}, y_{i+1})$.




# Формула Симпсона

$$\int_a^b f(x) = \frac{h}{3}\,[(y_0 + 4(y_1 + y_3 + \cdots + y_{n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \cdots + y_{n-2}) + y_n)]$$

# Формула Ньютона - Котеса

**Ро́джер Котс** (1682-1716) Английский математик, астроном и философ, помощник Исаака Ньютона. «По своим математическим способностям из его поколения в Англии он уступал только Ньютону».

Вводим коэффициенты Котеса: $c_n^i = \int_a^b L_n^i(x)dx$

**Формула Ньютона-Котеса порядка n:**

$$\int_a^b f(x)dx \approx \int_a^b L_n(x)dx = \sum_{i=0}^{n} f(x_i)c_n^i$$

**Пример**: Вычислить коэффициенты Котеса $c_1^0 = c_1^1$

Пусть значения функции $f(x)$ заданы в двух узлах: $x_0 = a$ , $x_1 = b$

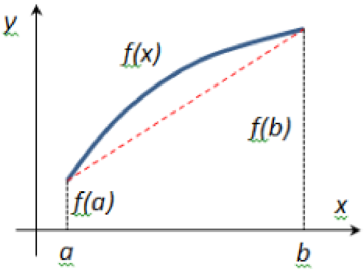
Аппроксимируем функцию полиномом Лагранжа первой степени:

$$f(x) \approx L_1(x) = f(x_0)L_1^0(x) + f(x_1)L_1^1(x) = f(x_0)\frac{x - x_1}{x_0 - x_1} + f(x_1)\frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$$

$$= f(a)\frac{x - b}{a - b} + f(b)\frac{x - a}{b - a}$$

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{f(a)}{a - b}\int_a^b (x - b)dx + \frac{f(b)}{b - a}\int_a^b (x - a)dx =$$

$$f(a)\frac{b - a}{2} + f(b)\frac{b - a}{2}$$




Тогда коэффициенты Котеса $c_1^0 = c_1^1 = \frac{b-a}{2}$

# Коэффициенты Котеса для равноотстоящих узлов

| n | Коэффициенты Котеса $c_i^n$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $c_1^0 = c_1^1 = \frac{b-a}{2}$ | | | |
| 2 | $c_2^0 = c_2^2 = \frac{b-a}{6}$ | $c_2^1 = \frac{4(b-a)}{6}$ | | |
| 3 | $c_3^0 = c_3^3 = \frac{b-a}{8}$ | $c_3^1 = c_3^2 = \frac{3(b-a)}{8}$ | | |
| 4 | $c_4^0 = c_4^4 = \frac{7(b-a)}{90}$ | $c_4^1 = c_4^3 = \frac{32(b-a)}{90}$ | $c_4^2 = \frac{12(b-a)}{90}$ | |
| 5 | $c_5^0 = c_5^5 = \frac{19(b-a)}{288}$ | $c_5^1 = c_5^4 = \frac{75(b-a)}{288}$ | $c_5^2 = c_5^3 = \frac{50(b-a)}{288}$ | |
| 6 | $c_6^0 = c_6^6 = \frac{41(b-a)}{840}$ | $c_6^1 = c_6^5 = \frac{216(b-a)}{840}$ | $c_6^2 = c_6^4 = \frac{27(b-a)}{840}$ | $c_6^3 = \frac{272(b-a)}{840}$ |

# Коэффициенты Котеса для равноотстоящих узлов

| n | Коэффициенты Котеса $c_i^n$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| 7 | $c_7^0 = c_7^7 = \frac{751(b-a)}{17280}$ | $c_7^1 = c_7^6 = \frac{3577(b-a)}{17280}$ | $c_7^2 = c_7^5 = \frac{1323(b-a)}{17280}$ | $c_7^3 = c_7^4 = \frac{2989(b-a)}{17280}$ |
| 8 | $c_8^0 = c_8^8 = \frac{989(b-a)}{28350}$<br>$c_8^4 = -\frac{4540(b-a)}{28350}$ | $c_8^1 = c_8^7 = \frac{5888(b-a)}{28350}$ | $c_8^2 = c_8^6 = -\frac{928(b-a)}{28350}$ | $c_8^3 = c_8^5 = \frac{10496(b-a)}{28350}$ |
| 9 | $c_9^0 = c_9^9 = \frac{2857(b-a)}{89600}$<br>$c_9^4 = c_9^5 = \frac{5778(b-a)}{89600}$ | $c_9^1 = c_9^8 = \frac{15741(b-a)}{89600}$ | $c_9^2 = c_9^7 = \frac{1080(b-a)}{89600}$ | $c_9^3 = c_9^6 = \frac{19344(b-a)}{89600}$ |
| 10 | $c_{10}^0 = c_{10}^{10} = \frac{16067(b-a)}{598752}$<br>$c_{10}^4 = c_{10}^6 = -\frac{260550(b-a)}{598752}$ | $c_{10}^1 = c_{10}^9 = \frac{106300(b-a)}{598752}$<br>$c_{10}^5 = \frac{427368(b-a)}{598752}$ | $c_{10}^2 = c_{10}^8 = -\frac{48525(b-a)}{598752}$ | $c_{10}^3 = c_{10}^7 = \frac{272400(b-a)}{598752}$ |

# Вычислительная реализация задачи

$$\int_2^4 (x^3 - 3x^2 + 7x - 10)dx$$

*Вычисление интеграла точно:*

$$\int_2^4 (x^3 - 3x^2 + 7x - 10)dx = \left(\frac{x^4}{4} - x^3 + \frac{7x^2}{2} - 10x\right)\Bigg|_2^4 = 26$$

*Вычисление интеграла по формуле Ньютона-Котеса:*

$$n = 6$$

$$h = \frac{4-2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$x = \left[2; \frac{7}{3}; \frac{8}{3}; 3; \frac{10}{3}; \frac{11}{3}; 4\right]$$

$$\int_2^4 (x^3 - 3x^2 + 7x - 10)dx = f(2)c_6^0 + f\left(\frac{7}{3}\right)c_6^1 + f\left(\frac{8}{3}\right)c_6^2 + f(3)c_6^3 + f\left(\frac{10}{3}\right)c_6^4 + f\left(\frac{11}{3}\right)c_6^5 + f(4)c_6^6$$

$$c_6^0 = c_6^6 = \frac{41 \cdot (4-2)}{840} = \frac{41}{420}$$

$$c_6^1 = c_6^5 = \frac{216(4-2)}{840} = \frac{18}{35}$$

$$c_6^2 = c_6^4 = \frac{27(4-2)}{840} = \frac{9}{140}$$

$$c_6^3 = \frac{272(4-2)}{840} = \frac{68}{105}$$

$$\int_2^4 (x^3 - 3x^2 + 7x - 10)dx$$
$$= (0)\frac{41}{420} + \left(\frac{73}{27}\right)\frac{18}{35} + \left(\frac{170}{27}\right)\frac{9}{140} + (11)\frac{68}{105} + \left(\frac{460}{27}\right)\frac{9}{140} + \left(\frac{665}{27}\right)\frac{18}{35} + (34)\frac{41}{420}$$
$$= 26$$

Совпало с точным значением
Относительная погрешность: 0 %

*Вычисление интеграла по формуле средних прямоугольников:*

$$n = 10$$

$$h = \frac{4-2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$x = [2.1; 2.3; 2.5; 2.7; 2.9; 3.1; 3.3;\ 3.5;\ 3.7;\ 3.9]$$

$$\int_2^4 (x^3 - 3x^2 + 7x - 10)dx = h\sum_i f(x_i)$$
$$= h\,(f(2.1) + f(2.3) + f(2.5) + f(2.7) + f(2.9) + f(3.1) + f(3.3) + f(3.5) + f(3.7) + f(3.9))$$
$$= 0.2\left(\frac{731}{1000} + \frac{2397}{1000} + \frac{35}{8} + \frac{6713}{1000} + \frac{9459}{1000} + \frac{12661}{1000} + \frac{16367}{1000} + \frac{165}{8} + \frac{25483}{1000} + \frac{30989}{1000}\right)$$
$$= 25.96$$

Погрешность вычислений: $-0.04$

Относительная погрешность: $\frac{0.04}{26} = \frac{1}{650} = 0.00(153846)\%$

*Вычисление интеграла по формуле трапеций:*

$$n = 10$$
$$h = \frac{4-2}{10} = \frac{1}{5}$$
$$x = [2.2; 2.4; 2.6; 2.8; 3; 3.2; 3.4;\ 3.6;\ 3.8]$$

$$\int_2^4 (x^3 - 3x^2 + 7x - 10)dx = h\left(\frac{f(2) + f(4)}{2} + \sum_i f(x_i)\right)$$
$$= h\left(\frac{f(2) + f(4)}{2} + f(2.2) + f(2.4) + f(2.6) + f(2.8) + f(3) + f(3.2) + f(3.4) + f(3.6) + f(3.8)\right)$$
$$= 0.2\left(\frac{0+34}{2} + \frac{191}{125} + \frac{418}{125} + \frac{687}{125} + \frac{1004}{125} + 11 + \frac{1806}{125} + \frac{2303}{125} + \frac{2872}{125} + \frac{3519}{125}\right)$$
$$= 26.08$$

Погрешность вычислений: $0.08$

Относительная погрешность: $\frac{0.08}{26} = \frac{1}{325} = 0.00(307692)\%$

*Вычисление интеграла по формуле Симпсона:*

$$n = 10$$
$$h = \frac{4-2}{10} = \frac{1}{5}$$
$$x = [2; 2.2; 2.4; 2.6; 2.8; 3; 3.2; 3.4;\ 3.6;\ 3.8; 4]$$

$$\int_2^4 (x^3 - 3x^2 + 7x - 10)dx$$
$$= \frac{h}{3}\Big(f(2) + 4\big(f(2{,}2) + f(2{,}6) + f(3) + f(3{,}4) + f(3{,}8)\big) + 2\big(f(2{,}4) + f(2{,}8) + f(3{,}2) + f(3{,}6)\big) + f(4)\Big)$$
$$= \frac{1}{15}\left(0 + 4\left(\frac{191}{125} + \frac{687}{125} + 11 + \frac{2303}{125} + \frac{3519}{125}\right) + 2\left(\frac{418}{125} + \frac{1004}{125} + \frac{1806}{125} + \frac{2872}{125}\right) + 34\right)$$
$$= 26$$

Совпало с точным значением

Относительная погрешность: 0 %

# Программная реализация задачи

*Метод прямоугольников*

```python
def midpoint_rectangle_method(func, left, right, initial_n, accuracy):
    n = initial_n
    h = (right - left) / n
    iter_count = 1

    integral = 0
    for i in range(n):
        x_left = left + i * h
        x_right = left + (i + 1) * h
        integral += func((x_right + x_left) / 2) * h

    integral_prev = integral
    table.append([iter_count, n, integral, " "])

    while True:
        iter_count += 1
        n *= 2
        h /= 2
        integral = 0
        for i in range(n):
            x_left = left + i * h
            x_right = left + (i + 1) * h
            integral += func((x_right + x_left) / 2) * h

        runge = abs((integral - integral_prev) / (2 ** 2 - 1))
        table.append([iter_count, n, integral, runge])
        if runge < accuracy:
            break

        integral_prev = integral
```

```python
def left_rectangle_method(func, left, right, initial_n, accuracy):
    table = [["N", "n", "I", "runge"]]
    n = initial_n
    h = (right - left) / n
    iter_count = 1

    integral = 0
    for i in range(n):
        x_left = left + i * h
        x_right = left + (i + 1) * h
        integral += func(x_left) * h

    integral_prev = integral
    table.append([iter_count, n, integral, " "])

    while True:
        iter_count += 1
        n *= 2
        h /= 2
        integral = 0
        for i in range(n):
            x_left = left + i * h
            x_right = left + (i + 1) * h
            integral += func(x_left) * h

        runge = abs((integral - integral_prev) / (2 ** 1 - 1))
        table.append([iter_count, n, integral, runge])
        if runge < accuracy:
            break

        integral_prev = integral
```

```python
def right_rectangle_method(func, left, right, initial_n, accuracy):
    table = [["N", "n", "I", "runge"]]
    n = initial_n
    h = (right - left) / n
    iter_count = 1

    integral = 0
    for i in range(n):
        x_left = left + i * h
        x_right = left + (i + 1) * h
        integral += func(x_right) * h

    integral_prev = integral
    table.append([iter_count, n, integral, " "])

    while True:
        iter_count += 1
        n *= 2
        h /= 2
        integral = 0
        for i in range(n):
            x_left = left + i * h
            x_right = left + (i + 1) * h
            integral += func(x_right) * h

        runge = abs((integral - integral_prev) / (2 ** 1 - 1))
        table.append([iter_count, n, integral, runge])
        if runge < accuracy:
            break

        integral_prev = integral
```

*Метод трапеций*

```
def trapezoidal_method(func, left, right, initial_n, accuracy):
    table = [["N", "n", "I", "runge"]]
    n = initial_n
    h = (right - left) / n
    iter_count = 1

    integral = (func(left) + func(right)) / 2
    for i in range(1, n):
        x = left + i * h
        integral += func(x)

    integral *= h

    integral_prev = integral
    table.append([iter_count, n, integral, " "])

    while True:
        iter_count += 1
        n *= 2
        h /= 2
        integral = (func(left) + func(right)) / 2

        for i in range(1, n):
            x = left + i * h
            integral += func(x)

        integral *= h

        runge = abs((integral - integral_prev) / (2 ** 2 - 1))
        table.append([iter_count, n, integral, runge])
        if runge < accuracy:
            break

        integral_prev = integral
```

*Метод Симпсона*

```python
def simpson_method(func, left, right, initial_n, accuracy):
    table = [["N", "n", "I", "runge"]]
    n = initial_n
    h = (right - left) / n
    iter_count = 1

    x_values = [left + i * h for i in range(n + 1)]
    y_values = [func(x) for x in x_values]

    integral = h / 3 * (y_values[0] + 4 * sum(y_values[1:n:2]) + 2 * sum(y_values[2:n-1:2]) + y_values[n])

    integral_prev = integral
    table.append([iter_count, n, integral, " "])

    while True:
        iter_count += 1
        n *= 2
        h /= 2

        x_values = [left + i * h for i in range(n + 1)]
        y_values = [func(x) for x in x_values]

        integral = h / 3 * (y_values[0] + 4 * sum(y_values[1:n:2]) + 2 * sum(y_values[2:n-1:2]) + y_values[n])

        runge = abs((integral - integral_prev) / (2 ** 4 - 1))
        table.append([iter_count, n, integral, runge])
        if runge < accuracy:
            break

        integral_prev = integral
```

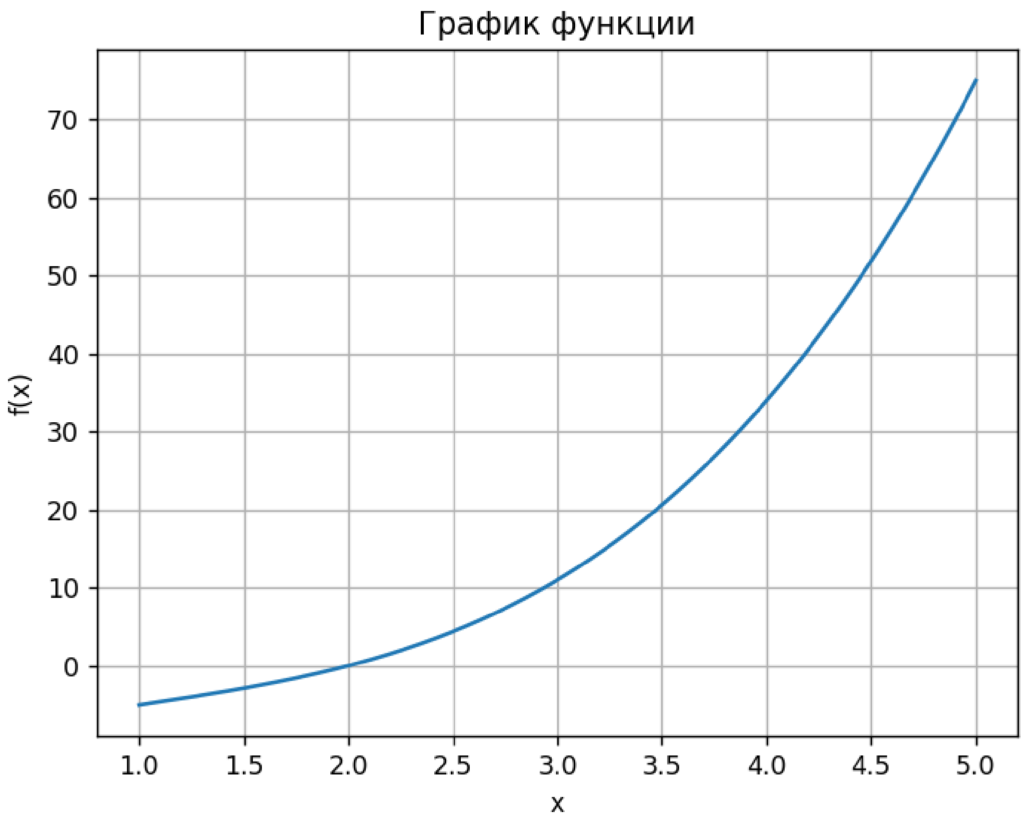
*Результат работы программы*

```
Выберите уравнение:
1-ое уравнение:
f(x) = x^3 - 3x^2 + 7x - 10

2-ое уравнение:
f(x) = cos(x^2) + sin(x)

3-тье уравнение:
f(x) = exp(-x^2) * sin(x)

Введите номер уравнения (1, 2 или 3): 1
Выбранное уравнение: variant_equation
Введите пределы интегрирования
Введите левый предел интегрирования: 2
Введите правый предел интегрирования: 4
Левый предел интегрирования: 2.0
Правый предел интегрирования: 4.0
Введите точность вычисления: 0.01
Выберите метод численного интегрирования:
1. Метод прямоугольников
2. Метод трапеций
3. Метод Симпсона
Введите номер метода (1, 2 или 3): 1
```



Метод средних прямоугольников:

| N | n | I | runge |
|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 25.75 | |
| 2 | 8 | 25.9375 | 0.0625 |
| 3 | 16 | 25.9844 | 0.015625 |
| 4 | 32 | 25.9961 | 0.00390625 |

Значение интеграла:  25.99609375

Число разбиений: 32

Метод левых прямоугольников:

| N | n | I | runge |
|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 18 | |
| 2 | 8 | 21.875 | 3.875 |
| 3 | 16 | 23.9062 | 2.03125 |
| 4 | 32 | 24.9453 | 1.0390625 |
| 5 | 64 | 25.4707 | 0.525390625 |
| 6 | 128 | 25.7349 | 0.26416015625 |
| 7 | 256 | 25.8673 | 0.1324462890625 |
| 8 | 512 | 25.9336 | 0.066314697265625 |
| 9 | 1024 | 25.9668 | 0.03318023681640625 |
| 10 | 2048 | 25.9834 | 0.016595840454101562 |
| 11 | 4096 | 25.9917 | 0.00829935073852539 |

Значение интеграла:  25.991699695587158

Число разбиений: 4096

Метод правых прямоугольников:

| N | n | I | runge |
|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 35 | |
| 2 | 8 | 30.375 | 4.625 |
| 3 | 16 | 28.1562 | 2.21875 |
| 4 | 32 | 27.0703 | 1.0859375 |
| 5 | 64 | 26.5332 | 0.537109375 |
| 6 | 128 | 26.2661 | 0.26708984375 |
| 7 | 256 | 26.1329 | 0.1331787109375 |
| 8 | 512 | 26.0664 | 0.066497802734375 |
| 9 | 1024 | 26.0332 | 0.03322601318359375 |
| 10 | 2048 | 26.0166 | 0.016607284545898438 |
| 11 | 4096 | 26.0083 | 0.00830221176147461 |

Значение интеграла:  26.008301258087158

Число разбиений: 4096

```
Выберите метод численного интегрирования:
1. Метод прямоугольников
2. Метод трапеций
3. Метод Симпсона
Введите номер метода (1, 2 или 3): 2
Метод трапеций
+-----+-----+---------+-----------+
|   N |   n |       I | runge     |
+=====+=====+=========+===========+
|   1 |   4 | 26.5    |           |
+-----+-----+---------+-----------+
|   2 |   8 | 26.125  | 0.125     |
+-----+-----+---------+-----------+
|   3 |  16 | 26.0312 | 0.03125   |
+-----+-----+---------+-----------+
|   4 |  32 | 26.0078 | 0.0078125 |
+-----+-----+---------+-----------+
Значение интеграла:  26.0078125
Число разбиений: 32
```

```
Выберите метод численного интегрирования:
1. Метод прямоугольников
2. Метод трапеций
3. Метод Симпсона
Введите номер метода (1, 2 или 3): 3
Метод Симпсона
+-----+-----+-----+---------+
|   N |   n |   I | runge   |
+=====+=====+=====+=========+
|   1 |   4 |  26 |         |
+-----+-----+-----+---------+
|   2 |   8 |  26 | 0.0     |
+-----+-----+-----+---------+
Значение интеграла:  26.0
Число разбиений: 8
```

Исходный код: https://github.com/tsostanov/CompMath3

# Вывод

В ходе работы были изучены численные методы интегрирования, написана программа, использующая их, и решено несколько примеров “самостоятельно”. Все методы дают хорошую точность и позволяют быстро посчитать интеграл.