## 研究・開発報告書 [作成中]

指導教	確認日付				
主指導	古賀 雅伸				
副・補助指導1	光來 健一				
副・補助指導2	片峯 恵一				

確定日	

学生番号	19675002	氏名	今村 翼	情報創成工学専攻 2 年	
報告期間	2020年4月から2020年5月				
研究課題 有理数演算における桁数増加を抑制する手法の提案と評価					

### 研究・開発の概要

一般的に、数値計算は浮動小数点数を使用して行われるが、浮動小数点演算が本質的に持つ丸め誤差の累積により問題が発生する場合がある。このような問題を解決し、高精度な数値計算を実現するために動的に拡張可能な多桁の自然数を分母・分子とする有理数を用いて四則演算を行う有理数演算の研究が行われている。算術演算を分数に対して行えば、誤差をまったく蓄積することなしに数値計算を実行できるため高精度な数値計算が可能であり、計算機援用証明や浮動小数点演算によって引き起こされるエラーを推定するために使用できる。そのような意味では有理数演算は非常に強力だが、計算がかなり遅くなってしまうという欠点がある。これは、有理数演算を繰り返し行うと有理数を構成する分母・分子の桁数が膨張してしまうことに起因しており、計算中の中間結果の桁数が最終結果の桁数よりもはるかに大きくなってしまう場合など計算時間がかなり増大してしまう。

そこで、本研究では有理数演算を用いた数値計算において桁数増加を抑制できる手法を提案し、その有効性を計算を行 う上で必要であった有理数の桁数の総数そして、計算時間の面で評価する。

### 研究・開発の進捗状況

桁数の膨張により計算時間が大幅に増大してしまう一例として連立一次方程式の直接解法であるガウスの消去法がある。このガウスの消去法のアルゴリズムにおいて桁数増加を抑制できる手法を提案した。通常の浮動小数点を用いるガウスの消去法では0割りを防ぎ、計算誤差を抑制するためにピボッティングを用いるが、有理数演算において誤差は発生しないため本研究では新しく有理数演算のための桁数増加を抑制するピボッティングを提案した。

提案したアルゴリズムの評価のため計算中の中間結果の桁数が最終結果の桁数よりもはるかに大きくなる行列とあまり 桁数が変化しないフランク行列を用いた。

- 桁数が大きくなる行列
  - 桁数を抑制することができ、最大で計算時間を約半分まで削減することができた。
- フランク行列

提案手法においてピボッティングが必要か判断するためにかかるオーバーヘッドは非常に小さいことを確認した。

今回の提案手法の効果を検証するためにJavaの標準ライブラリである多倍長整数を扱うことが可能なBigIntegerを用いて新しく有理数演算ライブラリを作成した。

先行研究において実装された有理数演算ライブラリ"rblas"においても提案手法を適用し、効果を確認した。 新たに平方根を扱える有理数演算ライブラリを実装している。

### 履修状況

前期 OSと仮想化特論

# 発表論文・講演等のリスト

今村翼, 古賀雅伸. 有理数演算における最小演算精度を用いた桁数増加の抑制の提案と評価(Reduction of Digit Number in Rational Arithmetic with Minimum Precision of Numerical Computation with Error Free). FIT2019

第18回情報科学技術フォーラム, P181-182

# 今後の計画

- 様々なタイプの行列を用い提案手法の効果を検証。
  - pivotの選択方法と桁数増加の関係をまだまとめきれていないため、検証を続ける。
- -平方根を扱える有理数演算ライブラリの実装。

平方根を扱えることにより有理数演算で厳密にコレスキー分解を行うことができる。これを用いて修正コレスキー分解との計算時間、桁数増加を評価したい。さらに正定値判定にも扱うことができるため、応用の幅が広がることが期待できる。

- 既存のアルゴリズムをチューニングし、有理数演算に適したアルゴリズムの考案。
- MATLABにおいて有理数を扱えるSymbolic Math Toolboxの調査。

### 指導教員の評価

### 主指導 古賀 雅伸

- 副・補助指導1 光來 健一
- 副・補助指導2 片峯 恵一