Github 账号：tsunaley

实验摘要：

使用 matlab 绘制信号图形

实验题目：

1. 利用MATLAB求下列函数的卷积，并绘制出图形

   (1) $f_1(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)$， $f_2(t)=2t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]$

   (2) $f_1(t)=\cos(30t)g_5(t)$， $f_2(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-4)$

   参考函数：conv( )

2. 某系统满足的微分方程为

$$y''(t)+4y'(t)+3y(t)=2f'(t)+f(t)$$

   (1) 利用MATLAB求系统的单位冲击响应，并绘出图形

   (2) 利用MATLAB求系统的单位阶跃响应，并绘出图形

   (3) 利用MATLAB求系统对信号 $f(t)=4\sin(2\pi t)\varepsilon(t)$ 的响应，并绘出图形

   参考函数：tf( )，impulse( )，step( )，lsim( )，conv( )

3. 利用MATLAB产生高斯白噪声，绘出图形，并求其自相关函数，绘出图形。

   参考函数：randn()，wgn()，xcorr()，autocorr()

4. 预习关于傅里叶级数的内容，用MATLAB或者Python进行以下实验，回答问题并给出实验过程中产生的结果图。

   (1)信号 $f(t)$ 的傅里叶级数为 $\sum_{1}^{\infty}\frac{\sin nt}{n}$，代入数字去逼近或者用解析法分析，估计 $f(t)$ 的形式。

   (2)写出你估计出的 $f(t)$ 的傅里叶级数，与上式对比，说明它的谐波和正余弦分量的情况。

   (3)取 $N=50,100,200,......$ 画出 $f_N(t)=\sum_{n=1}^{N}\frac{\sin nt}{n}$，当 $N\to\infty$ 时，判断这个部分和与 $f(t)$ 的区别。

   (4)同样，取 $N=50,100,200,......$ 画出 $F_N(t)=\frac{f_1(t)+f_2(t)+f_3(t)+...+f_N(t)}{N}$，和上面的图对比，分析他们之间的不同。

实验内容

一 实验基本原理及步骤

实验基本原理：使用 matlab 的函数来绘制信号图像
conv(f1, f2): 求 f1 和 f2 的卷积（需要乘一个步长）
impulse(sys, t): 求单位冲击响应
step(sys, t): 求单位阶跃响应
lsim(sys, f, t): 求系统的零状态响应
wgn：产生高斯白噪声
xcorr, autocorr:计算自相关函数

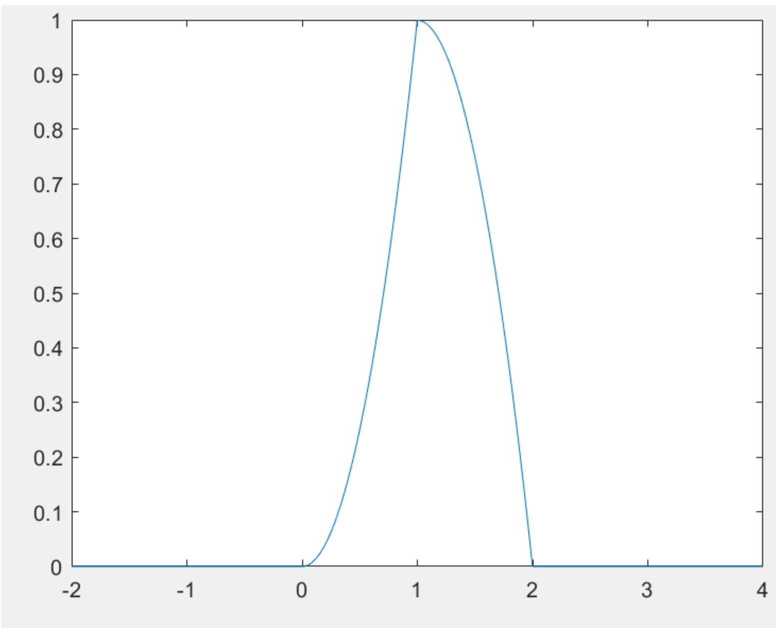
二 实验结果

1. 利用MATLAB求下列函数的卷积，并绘制出图形

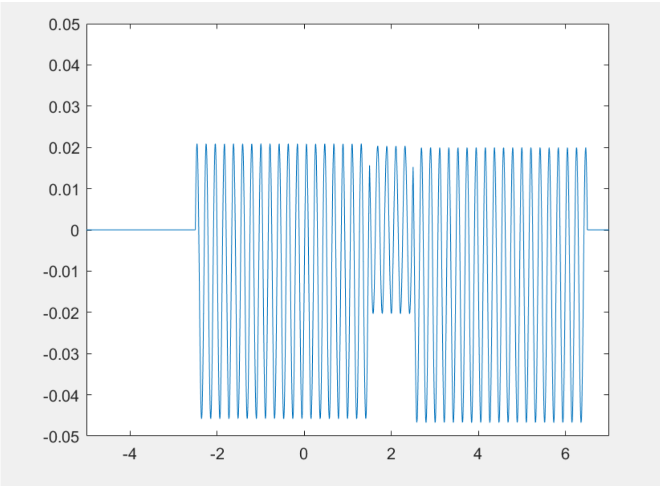
(1) $f_1(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)$， $f_2(t)=2t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]$

(2) $f_1(t)=\cos(30t)g_5(t)$， $f_2(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-4)$

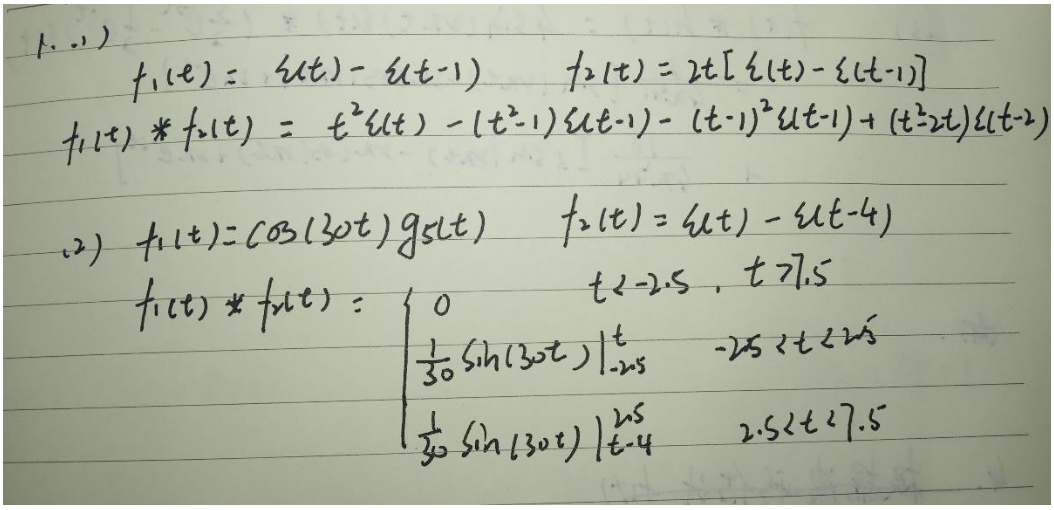
```
pace = 0.001;
t = -1: pace: 2;
tf = -2: pace: 4;
f1 = stepfun(t,0) - stepfun(t, 1);
f2 = 2 * t .* (stepfun(t, 0) - stepfun(t, 1));
y = conv(f1, f2) * pace;
plot(tf, y)
```



```
clear all;
pace = 0.001;
t = -5: pace: 5;
tf = -10: pace: 10;
f1 = cos(30 * t) .* rectpuls(t, 5);
f2 = stepfun(t, 0) - stepfun(t, 4);
y = conv(f1, f2) * pace;
plot(tf, y)
xlim([-5 7]);
ylim([-0.05 0.05]);
```



计算验证：



1.(1) $f_1(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon(t-1)$　　$f_2(t) = 2t[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-1)]$

$f_1(t) * f_2(t) = t^2\varepsilon(t) - (t^2-1)\varepsilon(t-1) - (t-1)^2\varepsilon(t-1) + (t^2-2t)\varepsilon(t-2)$

(2) $f_1(t) = \cos(30t)g_5(t)$　　$f_2(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon(t-4)$

$$f_1(t) * f_2(t) = \begin{cases} 0 & t<-2.5,\ t>7.5 \\ \frac{1}{30}\sin(30t)\Big|_{-2.5}^{t} & -2.5<t<2.5 \\ \frac{1}{30}\sin(30t)\Big|_{t-4}^{2.5} & 2.5<t<7.5 \end{cases}$$

2. 某系统满足的微分方程为

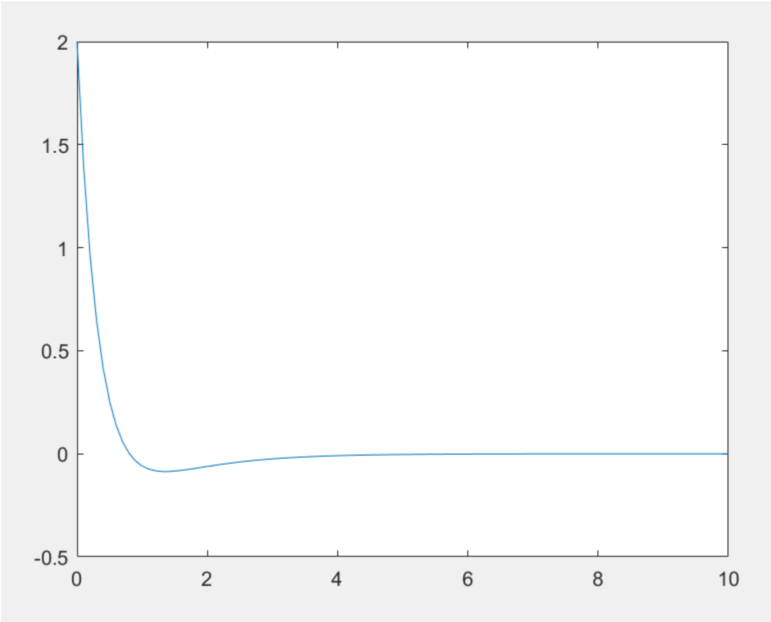
$$y''(t)+4y'(t)+3y(t)=2f'(t)+f(t)$$

(1) 利用MATLAB求系统的单位冲击响应，并绘出图形

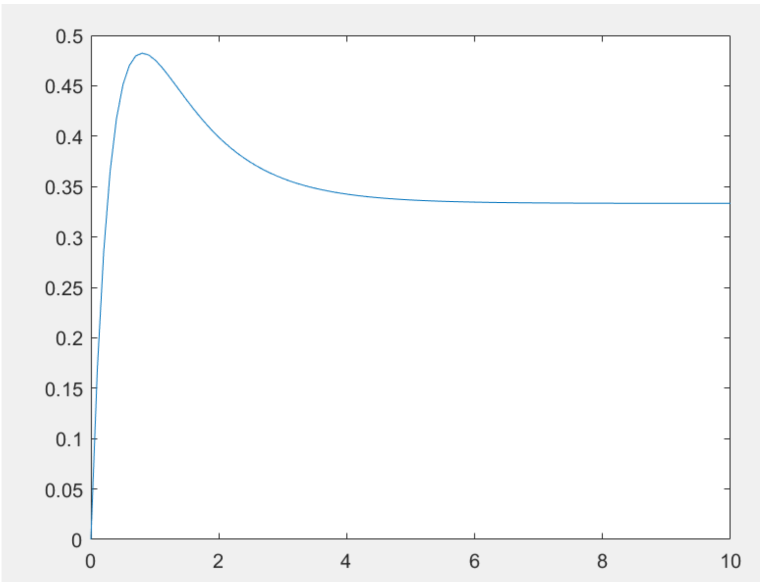
(2) 利用MATLAB求系统的单位阶跃响应，并绘出图形

(3) 利用MATLAB求系统对信号 $f(t)=4\sin(2\pi t)\varepsilon(t)$ 的响应，并绘出图形

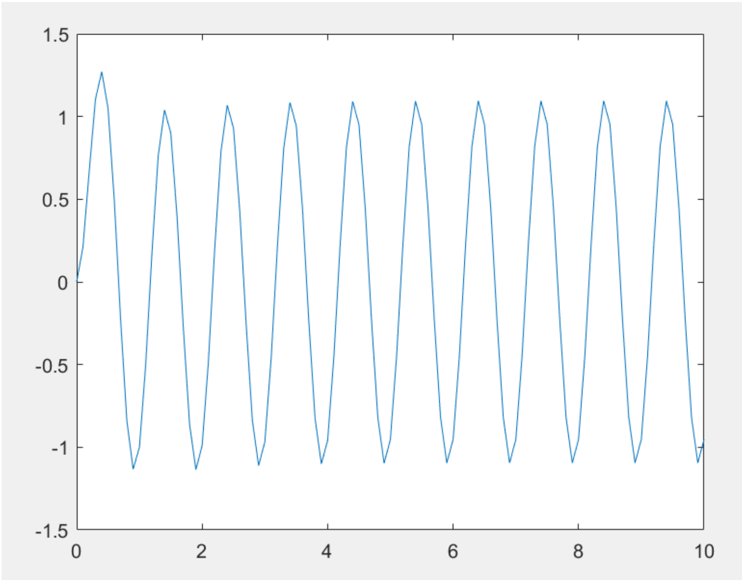
```
sys = tf([2, 1],[1, 4, 3]);
t = 0: 0.1: 10;
y = impulse(sys, t);
plot(t, y);
```




```
sys = tf([2, 1],[1, 4, 3]);
t = 0: 0.1: 10;
y = step(sys, t);
plot(t, y);
```



```
clear all;
sys = tf([2, 1],[1, 4, 3]);
t = 0: 0.1: 10;
tf = 0: 0.1: 20;
f = 4 .* sin(2*pi*t);
y = lsim(sys, f, t);
plot(t, y);
```



计算验证：

2. (1) $y''(t)+4y'(t)+3y(t)=2\delta'(t)+\delta(t)$

设 $h_1(t)$　$h_1''(t)+4h_1'(t)+3h_1(t)=\delta(t)$

$h_1''(t)$ 含 $\delta(t)$

$\Rightarrow$ ~~$h_1(t)$~~ $h_1'(0+)-h_1'(0-)=1$

$\Rightarrow h_1'(0+)=1$

$h_1(0+)=h_1(0-)=0$

$\Rightarrow h_1(t)=C_1e^{-3t}+C_2e^{-t}$

$\Rightarrow \begin{cases} C_1=-\frac{1}{2} \\ C_2=\frac{1}{2} \end{cases}$　$\Rightarrow h_1(t)=(-\frac{1}{2}e^{-3t}+\frac{1}{2}e^{-t})\varepsilon(t)$

$\Rightarrow h(t)=2h_1'(t)+h_1(t)=(\frac{5}{2}e^{-3t}-\frac{1}{2}e^{-t})\varepsilon(t)$

(2) 阶跃响应

$g(t)=\int_{-\infty}^{t}h(\tau)d\tau=(\frac{1}{2}e^{-t}-\frac{5}{6}e^{-3t}+\frac{1}{3})\varepsilon(t)$

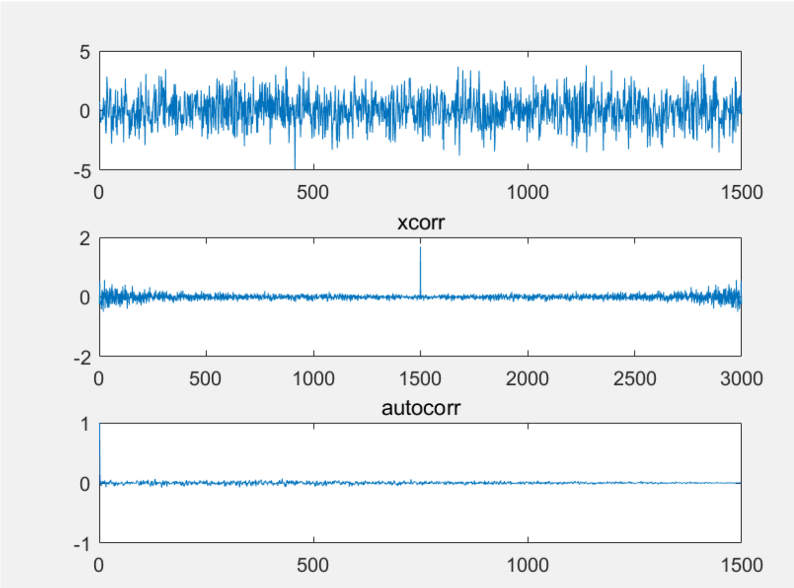
(3) $f(t)*h(t)=4\sin(2\pi t)\varepsilon(t)*(\frac{5}{2}e^{-3t}-\frac{1}{2}e^{-t})\varepsilon(t)$

$=\frac{-2}{4\pi^2+1}[\sin(2\pi t)-2\pi\cos(2\pi t)+2\pi e^{-t}]$

$+\frac{10}{4\pi^2+4}[3\sin(2\pi t)-2\pi\cos(2\pi t)+2\pi e^{-3t}]$

3.利用MATLAB产生高斯白噪声，绘出图形，并求其自相关函数，绘出图形。

```
clear all;
y = wgn(1, 1500, 2);
subplot(3, 1, 1);
plot(y)
r = xcorr(y, 'unbiased');
subplot(3, 1, 2);
plot(r);
title('xcorr');
f = autocorr(y, length(y)-1);
subplot(3, 1, 3);
plot(f);
title('autocorr');
```



4.预习关于傅里叶级数的内容，用MATLAB或者Python进行以下实验，回答问题并给出实验过程中产生的结果图。

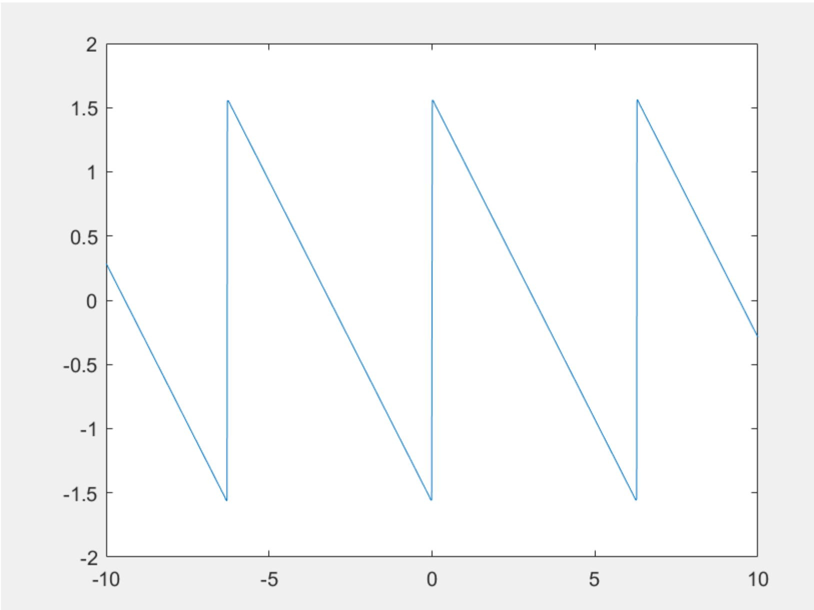
(1)信号 $f(t)$ 的傅里叶级数为 $\sum_{1}^{\infty}\frac{\sin nt}{n}$，代入数字去逼近或者用解析法分析，估计 $f(t)$ 的形式。

(2)写出你估计出的 $f(t)$ 的傅里叶级数，与上式对比，说明它的谐波和正余弦分量的情况。

(3)取 $N=50,100,200,......$ 画出 $f_N(t)=\sum_{n=1}^{N}\frac{\sin nt}{n}$，当 $N\to\infty$ 时，判断这个部分和与 $f(t)$ 的区别。

(4)同样，取 $N=50,100,200,......$ 画出 $F_N(t)=\frac{f_1(t)+f_2(t)+f_3(t)+...+f_N(t)}{N}$，和上面的图对比，分析他们之间的不同。

```
clear all;
f = [];
i = 1;
for t = -1: 0.01: 7
   y = 0;
   for n = 1: 1: 10000
      y = y + sin(n*t)/n;
   end
   f(i) = y;
   i = i + 1;
end
t = -1: 0.01: 7;
plot(t, f);
```



根据图像推测$f(t) = \frac{\pi - t}{2}$

$f(t) = \frac{\pi - t}{2}$　　$0 < t < 2\pi$　　$T = 2\pi$　　$\Omega = \frac{2\pi}{T} = 1$

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\pi - t}{2}\cos(nt)\,dt$$

$$= \frac{1}{n\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\pi - t}{2}\cdot\frac{1}{n}\cos(nt)\,dt$$

$$= \frac{1}{n\pi}\left[\frac{\pi - t}{2}\cdot\sin(nt)\Big|_0^{2\pi} - \int_0^{2\pi}\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\sin(nt)\,dt\right]$$

$$= \frac{1}{n\pi}\left[-\frac{1}{2n}\cos(nt)\Big|_0^{2\pi}\right] = 0$$

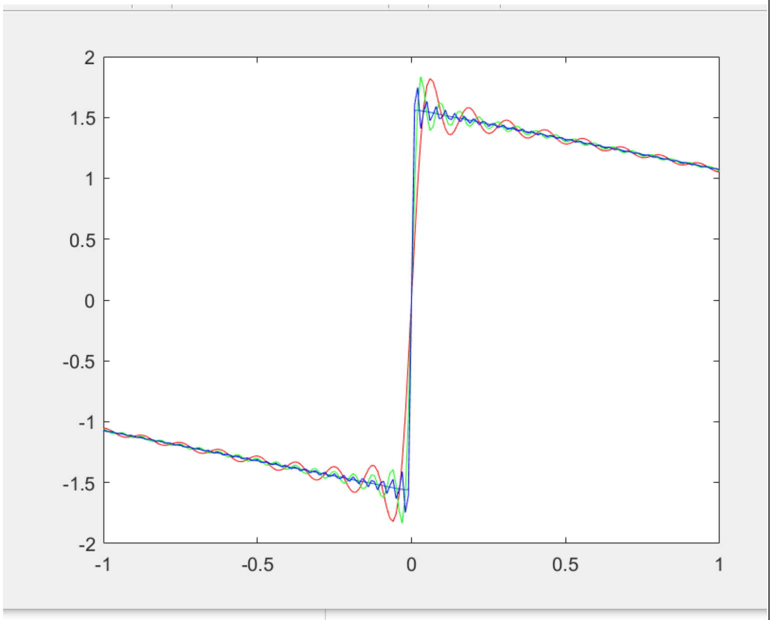
$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\pi - t}{2}\sin(nt)\,dt$$

$$= -\frac{1}{n\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\pi - t}{2}\left[-\frac{1}{n}\sin(nt)\right]dt$$

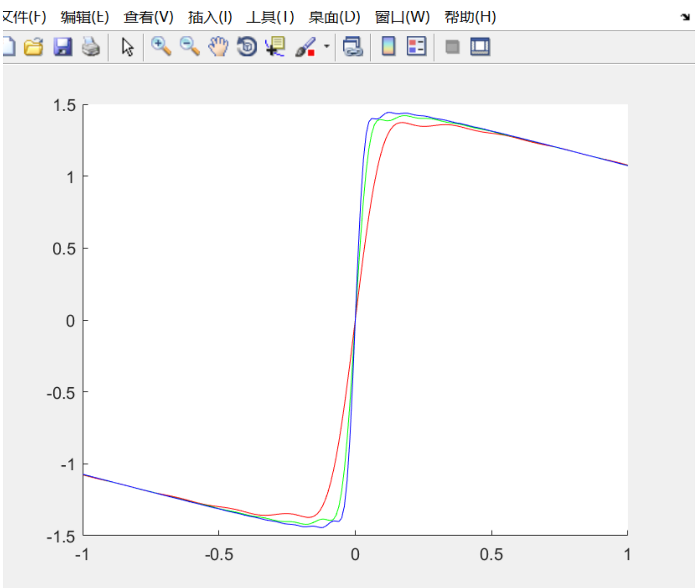
$$= -\frac{1}{n\pi}\left[\frac{\pi - t}{2}\cos(nt)\Big|_0^{2\pi} + \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\cos(nt)\,dt\right]$$

$$= -\frac{1}{n\pi}\cdot(-\pi) = \frac{1}{n}$$

```
t = -1:0.01:1;
f1 = symsum(sin(n*t)/n, n, 1, 50);
f2 = symsum(sin(n*t)/n, n, 1, 100);
f3 = symsum(sin(n*t)/n, n, 1, 200);
y = symsum(sin(n*t)/n, n, 1, 9999);
plot(t,y);
hold on
plot(t,f1,'r');
hold on
plot(t,f2,'g');
hold on
plot(t,f3,'b');
```




```
t = -1:0.01:1;
syms n
syms m
f1 = symsum(symsum(sin(n*t)/n, n, 1, m), m, 1, 30)/30;
f2 = symsum(symsum(sin(n*t)/n, n, 1, m), m, 1, 60)/60;
f3 = symsum(symsum(sin(n*t)/n, n, 1, m), m, 1, 90)/90;
hold on
plot(t,f1,'r');
hold on
plot(t,f2,'g');
hold on
plot(t,f3,'b');
```



三 实验结果的分析

产生了吉布斯现象：

将具有不连续点的周期函数（如矩形脉冲)进行傅立叶级数展开后，选取有限项进行合成。当选取的项数越多，在所合成的波形中出现的峰起越靠近原信号的不连续点。当选取的项数很大时，该峰起值趋于一个常数，大约等于总跳变值的 9%。

实验总结

第四题的代入数字去逼近或者用解析法分析，估计 $f(t)$ 的形式，不知道怎么去做，$f(t)$ 是看图像猜的。

其他的通过搜索基本能解决，网上的解决方案也很多。

后边几个图像参数不能设置太大了，否则跑很久都跑不出结果。

参考文献

Matlab 文档：https://ww2.mathworks.cn/help/matlab/index.html

Matlab 函数：https://ww2.mathworks.cn/help/referencelist.html?type=function