Part1

> 给定一段音频，请提取12维MFCC特征和23维FBank，阅读代码预加重、分帧、加窗部分，完善作业代码中FBank特征提取和MFCC特征提取部分，并给出最终的FBank特征和MFCC特征，存储在纯文本中，用默认的配置参数，无需进行修改。

Part2

> 回答以下四个问题：
>
> 1. 如果对语音模拟信号进行采样率为16000Hz的采样，得到的离散信号中包含的最大频率是多少?
> 2. 对一个采样率为16K的离散信号进行下采样，下采样到8K，为什么要首先进行低通滤波?
> 3. 时域上的采样（离散化），导致了频域上的周期，为什么?
> 4. 时域上的周期，导致了频域上的离散，为什么?

版本：V1.0

Q1:如果对语音模拟信号进行采样率为16000Hz的采样，得到的离散信号中包含的最大频率是多少?

A1:根据奈奎斯特采样定律，我们知道采样频率要大于信号中最大频率的两倍:$f_s \geq 2f_{max}$。因此可以知道如果要对语音模拟信号进行采样率为16kHz的采样，得到的离散信号中包括的最大频率是8kHz。

Q2:对一个采样率为16K的离散信号进行下采样，下采样到8K，为什么要首先进行低通滤波?

A2: 1）首先我们知道当对连续时间信息作取样以数字化时，如果取样频率低于两倍离散信号的最大频率的时候，会导致原本的高频信号被采样成低频信号，出现在信号频率上出现彼此交叠而失真的现象，这种情况称为混叠。当混叠出现时，原始信号是没有办法从取样信号中还原。

2）因此对于一个离散信号进行下采样的时候，我们需要一个滤波器对比奈奎斯特频率还高的频率成分给过滤掉，这样能够避免将高于奈奎斯特频率的频率成分混入分析带宽之内，因此我们需要一个低通滤波器将低于奈奎斯特频率的频率通过，移除高于奈奎斯特频率的频率成分。

Q3:时域上的采样（离散化），导致了频率上的周期，为什么?

A3:

令$x(t)$为连续信号，$x_s(t)$为采样离散化的信号。然后可得：$x_s(t) = x(t)p(t)$

其中$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \delta(t-nT)$，$T$为采样周期。

因为$p(t)$是以T为周期，因此可以用傅立叶级数进行表示$p(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} a_k e^{jk\omega_t t}$，其中$\omega_s = 2\pi/T.$

$\because a_k = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} p(t)e^{-jkw_s t} = \frac{1}{T}$

$\therefore p(t) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} e^{jk\omega_t t}$

那么$x_s(t)$就可以表示为$x_s(t) = \frac{x(t)}{T} \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} e^{jk\omega_t t}$

或者是

$x_s(t) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} x(t) e^{jk\omega_t t}$.

那么针对上述公式进行傅立叶变换，我们可以得到

$X_s(\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} X(\omega - k\omega_s)$

或者是

$X_s(\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} X(f - kf_s)$，其中$f_s = \omega_s / 2\pi$

因此可以看到$X_s(\omega)$为周期性函数。因此时域上的采样（离散化），可以推导出频率上的周期特性。

Q4:时域上的周期，导致了频域上的离散，为什么?

因为一个周期性信号的傅里叶变换其实是各频率分量的幅值，所以其频率上是离散非周期。