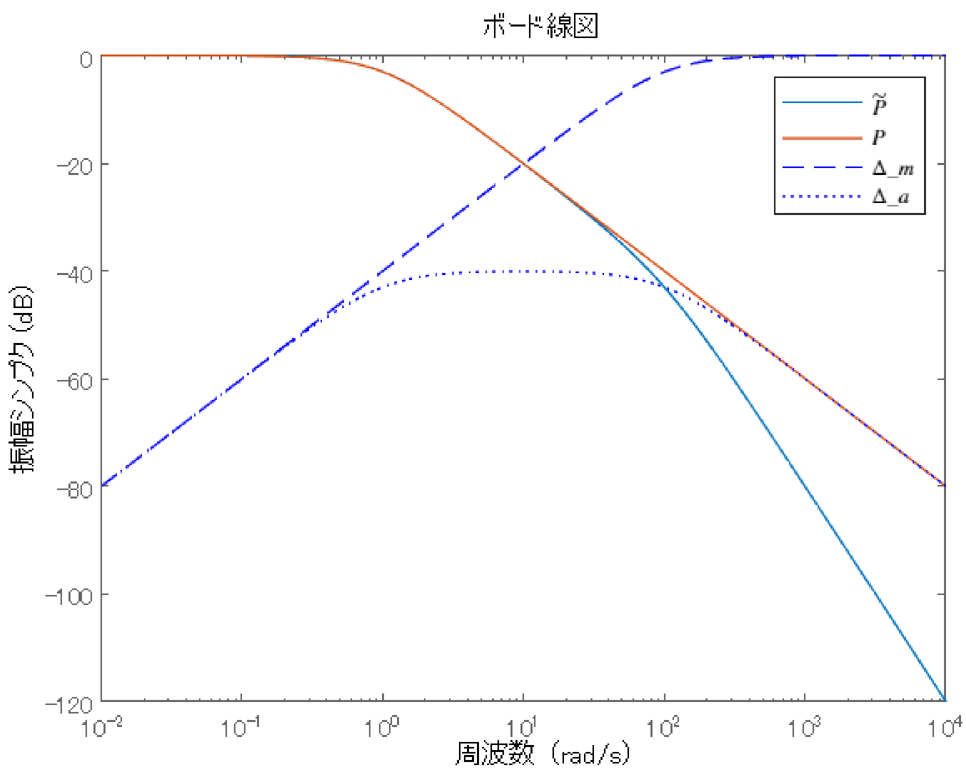
実践ロバスト制御　第 3 章演習問題

問題 1

実制御対象 $\widetilde{P}$ およびノミナルモデル P の伝達関数が次式で与えられるとき、乗法的摂動 Δ_m と加法的摂動 Δ_a を計算せよ。

$$\widetilde{P} = \frac{1}{(0.01s+1)(s+1)}、P = \frac{1}{s+1}$$

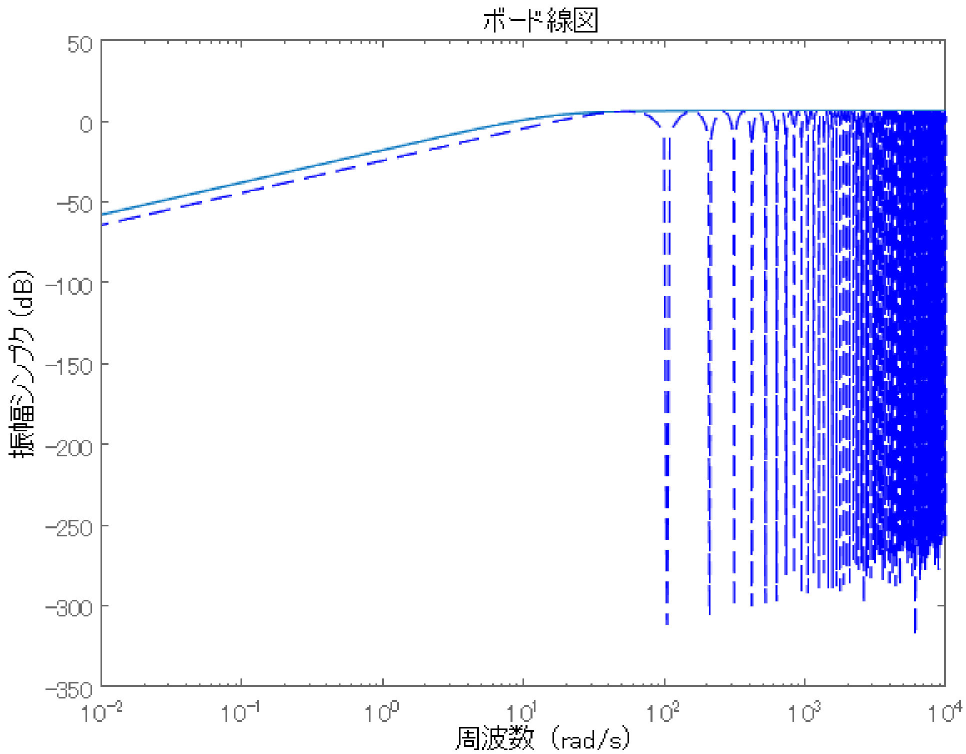
```
Dm =
 
     - s
  -------
  (s+100)
 
連続時間零点/極/ゲイン モデルです。

Da =
 
        - s
  -------------
  (s+100) (s+1)
 
連続時間零点/極/ゲイン モデルです。
```



問題 2

ノミナルモデル$P = 1/(10s+1)$に対して、無駄時間が変動するモデル集合$\widetilde{P}$を次式で定義する。このとき、乗法的摂動を覆う重み関数 W を決めよ。

$$\widetilde{P} = \{Pe^{-\tau_d s} : \tau_d \in [0, 0.1]\}$$

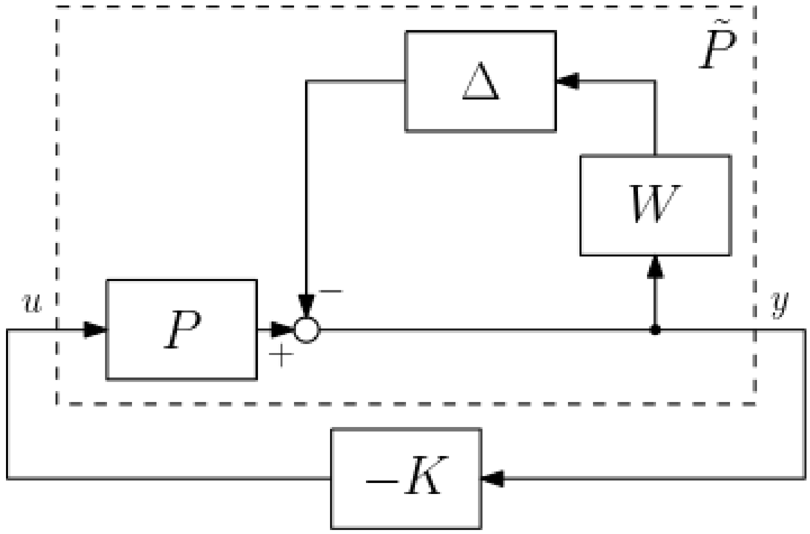


問題 3

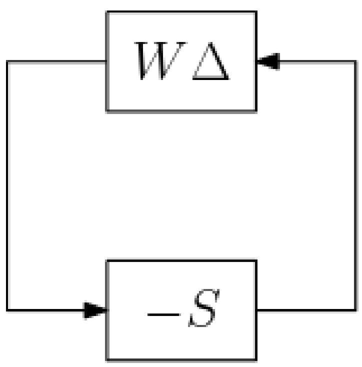
ノミナルモデル P および既知の伝達関数$W \in \mathscr{RH}^2$に対して、モデル集合$\widetilde{P}$を次式で定義する。

$$\widetilde{P} = \left\{ \frac{P}{1+\Delta W} : \|\Delta\|_\infty \le 1, \Delta \in \mathscr{RH}^\infty \right\}$$

このとき、スモールゲイン定理を用いて、すべての$\widetilde{P}$に対して、閉ループ系がロバスト安定となるための必要十分条件を導け。



$\widetilde{P}$に対する閉ループ系は上図となるため、これを等価変換することで下図となる。（$S = (1 + PK)^{-1}$）



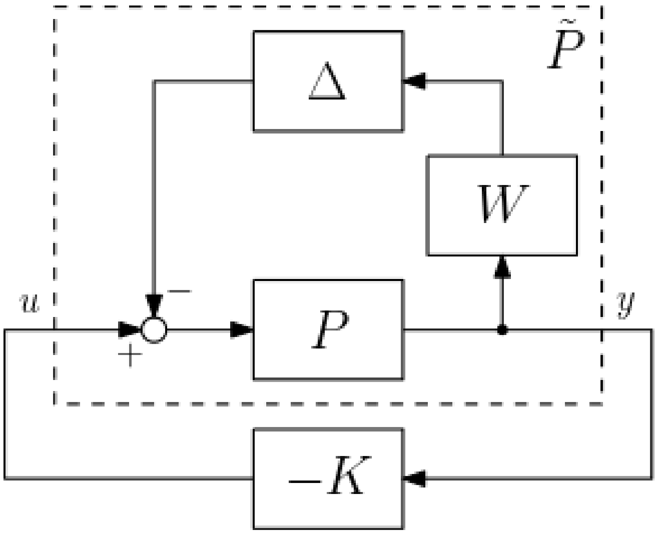
従って、スモールゲイン定理を適用することで次式を得られる。

$\|WS\|_\infty < 1$

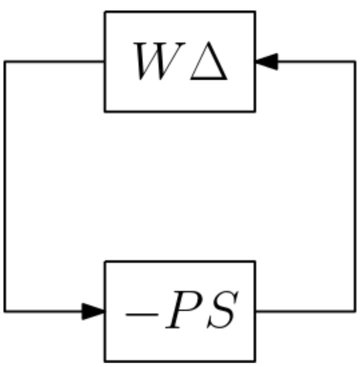
問題 4

前問題 3 において、モデル集合$\widetilde{P}$を次式とした場合の、ロバスト安定化条件を導け。

$$\widetilde{P} = \left\{ \frac{P}{1 + \Delta WP} : \|\Delta\|_\infty \le 1, \Delta \in \mathscr{RH}^\infty \right\}$$



$\widetilde{P}$に対する閉ループ系は上図となるため、これを等価変換することで下図となる。（$S = (1 + PK)^{-1}$）



従って、スモールゲイン定理を適用することで次式を得られる。

$\|WPS\|_\infty < 1$

問題 5

モデル集合

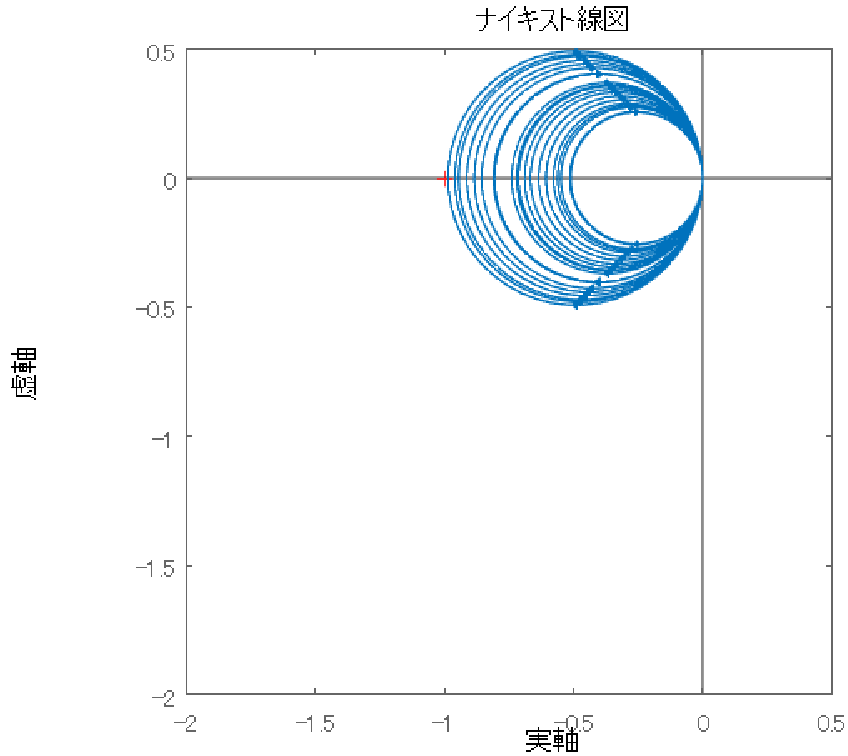
$\widetilde{P} = \left\{ \dfrac{1}{s+a} : a \in [\underline{a}, \overline{a}] \right\}$　　式(3.16)

と制御器 K で構成される閉ループ系に対して、この系を内部安定化するゲイン制御器$K = k_p$を設計する問題を考える。つぎの各問いに答えよ。

1. 閉ループ系が内部安定となるとき、k_pが満たすべき条件を求めよ。

全ての$a \in [\underline{a}, \overline{a}]$に対して閉ループ極が負となればよいので、

$k_p > -\underline{a}$



2. ノミナルモデルを$P = 1/(s + a_0)$と定める。ただし、$a_0 = (\underline{a} + \overline{a})/2$とする。このとき、式(3.16)は$W = (\overline{a} - \underline{a})/2$に対して

$$\widetilde{P} = \left\{ \frac{P}{1 + \Delta W P} : |\Delta| \le 1, \Delta \in \mathscr{R} \right\}$$

と表現できることを示せ。

$\Delta = (a - a_0)/W$とおくと$|\Delta| \le 1$および

$$\widetilde{P} = \frac{1}{s + a}$$

となる。

3. 上記 2.で定義したモデル集合において、Δを実数ではなく、$\|\Delta\|_\infty \le 1$を満たす$\Delta \in \mathscr{RH}^\infty$と仮定する。このように定義し直した$\Delta$に対して、閉ループ系が内部安定となるための$k_p$の条件を求めよ。

問題 4 を使うと、

$$\|WPS\|_\infty = \left\| \frac{W}{s + a_0 + k_p} \right\|_\infty < 1$$

が成り立てばよく、これは$W/(a_o + k_p) < 1$と等価である。閉ループの安定性も考慮しつつ上式を解き、

$$k_p > -\underline{a}$$