实验上机

复化辛普森公式

类似可得其他复化公式

复化辛甫生公式:

$$h = \frac{b-a}{n}, x_k = a + kh \quad (k = 0, ..., n)$$

$$\int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x)dx \approx \frac{h}{6} \left[f(x_k) + 4f(x_{k+\frac{1}{2}}) + f(x_{k+1}) \right], \qquad k = 1, \dots, n$$

$$x_k \qquad x_{k+\frac{1}{2}} \qquad x_{k+1} \qquad 4 \qquad 4 \qquad 4 \qquad 4$$

$$\int_{a}^{b} f(x)dx \approx \frac{h}{6} \left[f(a) + 4 \sum_{k=0}^{n-1} f(x_{k+\frac{1}{2}}) + 2 \sum_{k=0}^{n-1} f(x_{k+1}) + f(b) \right] = S_{n}$$

$$R[f] = -\frac{b-a}{180} \left(\frac{h}{2} \right)^{4} f^{(4)}(\xi)$$

注意: 为了方便程序化,可采用另一记法: 令 n'=2n为偶数,这时 $n'=\frac{b-a}{n'}=\frac{h}{2}$, $x_k=a+kh'$ 有

$$S_n = \frac{h'}{3} [f(a) + 4 \sum_{odd,k} f(x_k) + 2 \sum_{even,k} f(x_k) + f(b)]$$

用复化辛普森公式计算积分

$$\int_{-2}^{2} \left(x^2 + \sin(x)\right) dx$$

分别把积分区间分为40,80和200个小区间,比较计算精度情况。

n=40	5.33333333
n=80	5.33333333
n=200	5.33333333

发送: dali@jlu.edu.cn