# 实验上机

# 误差估计

**编写程序，确定圆周率如下近似值的绝对误差限、相对误差限**

**(1)** $\frac{22}{7}$ **(2)** $\frac{223}{71}$ **(3)** $\frac{355}{113}$      $\boldsymbol{\pi = 3.14159265...}$

$\varepsilon^*$定义： $e(x^*) = x - x^*,$   $|e(x^*)| = |x - x^*| \leq \varepsilon^*$

$\varepsilon_r^*$定义： $\varepsilon_r^* = \frac{\varepsilon^*}{|x|},$   $\varepsilon_r^* = \frac{\varepsilon^*}{|x^*|}$

解： （1） $\frac{22}{7} = 3.142857 ... = 0.3142857 \times 10^1$

$|e(x^*)| = \left|\pi - \frac{22}{7}\right| = |3.141592 ... - 3.142857 ...| = 0.001264 ... < 0.0013$

故，绝对误差限： $\varepsilon^* = 0.0013$

相对误差限： $\varepsilon_r^* = \frac{\varepsilon^*}{|x^*|} = \frac{0.0013}{\pi} \approx 0.04138\%$

解： （2） $\frac{223}{71} = 3.14084 ... = 0.314084 \times 10^1$

$|e(x^*)| = \left|\pi - \frac{223}{71}\right| = |3.14159 ... - 3.14084 ...| = 0.00075 ... < 0.00076$

绝对误差限： $\varepsilon^* = 0.00076$

相对误差限： $\varepsilon_r^* = \frac{\varepsilon^*}{|x^*|} = \frac{0.00076}{\pi} \approx 0.02419\%$

**确定圆周率如下近似值的绝对误差限、相对误差限**

**(1)** $\frac{22}{7}$ **(2)** $\frac{223}{71}$ **(3)** $\frac{355}{113}$      $\boldsymbol{\pi = 3.14159265...}$

$\boldsymbol{\varepsilon^*}$ **定义：** $\quad e(x^*) = x - x^*, \quad |e(x^*)| = |x - x^*| \leq \varepsilon^*$

$\boldsymbol{\varepsilon_r^*}$ **定义：** $\quad \varepsilon_r^* = \dfrac{\varepsilon^*}{|x|}, \quad \varepsilon_r^* = \dfrac{\varepsilon^*}{|x^*|}$

解： （3） $\dfrac{355}{113} = 3.14159292\ldots = 0.314159292 \times 10^1$

$|e(x^*)| \left| \pi - \dfrac{355}{113} \right| = |3.14159265\ldots - 3.14159292\ldots| = 0.000000266\ldots < 0.000000267$

绝对误差限：$\varepsilon^* = 0.000000267$

相对误差限：$\varepsilon_r^* = \dfrac{\varepsilon^*}{|x^*|} = \dfrac{0.000000267}{\pi} \approx 0.0000085\%$