

MI-PAA: Řešení problému vážené splnitelnosti booleovské formule pokročilou iterativní metodou

Specifikace úlohy

Viz [edux](#).

Zadání

Viz [edux](#).

Algoritmus

Jako v minulém úkolu jsem zvolil algoritmus simulované ochlazování (Simulated annealing).

Základní kostru algoritmu jsem vytvořil podle slidů 15 a 13 přednášky 8. Naprogramovat řešení bylo relativně jednoduché, těžší částí je správné nastavení parametrů algoritmu.

Program

Program bere jako argumenty parametry simulovaného ochlazování v pořadí:

- číslo vzorce (viz dále)
- míra ochlazování
- délka ekvilibria
- počáteční teplota
- koncová teplota

Zkušební instance

Zkušební instance jsem si vygeneroval pomocí nástroje, který jsem našel [zde](#), a který jsem lehce upravil. Generátor je bez řešení, to jsem dopočítal exaktní metodou a doplnil do souborů.

Nejdříve jsem vygeneroval instance o 15 proměnných a 50 klauzulí. Ty se však ukázaly jako příliš malé a tak jsem vygeneroval další o velikosti 18 proměnných a 50 klauzulí, které mě již uspokojily. Pro úplnost však přikládám oboje.

Parametry

Uvažoval jsem, jak ideálně zvolit počáteční teplotu a zdali bych neměl vzít v úvahu parametry instance. Vytvořil jsem tedy experiment, kde počáteční hodnotu počítám dle jednoho z následujících vzorců:

1. $T_o = T_p$
2. $T_o = T_p * \text{maxWeight}$
3. $T_o = T_p * (\text{maxWeight} / n)$
4. $T_o = T_p * (\text{maxWeight} / m)$

kde

- T_p parametr počáteční teploty
- n počet proměnných
- m počet klauzulí
- maxWeight maximální váha

Konkrétní hodnoty jsem zvolil také ve 4 různých variacích. V následující tabulce je výsledek tohoto snažení:

		Nastavení 1	Nastavení 2	Nastavení 3	Nastavení 4
	Míra ochlazování	0.94	0.94	0.94	0.94
	Equilibrium	10	25	10	100
	Počáteční teplota	10	10	100	10
	Konečná teplota	0.1	0.1	0.1	0.1
Vzorec 1	Počet kroků	13425	33675	20048	134925
	Optimální nálezy	22	36	30	47
	Chybovost	7.44	2.34	4.11	0.11
Vzorec 2	Počet kroků	26671	66901	33294	268051
	Optimální nálezy	26	40	28	50
	Chybovost	3	1.31	4.69	0
Vzorec 3	Počet kroků	18258	45798	25060	183498
	Optimální nálezy	31	41	28	48
	Chybovost	4.83	0.77	5.77	0.11
Vzorec 4	Počet kroků	15394	38614	22017	154714
	Optimální nálezy	27	38	32	47
	Chybovost	3.6	1.64	4.52	0.79

Připomeňme, že vzorec 1 je stanoven jako $T_o = T_p$, není zde tedy žádná závislost mezi daty a počáteční teplotou. Teplota je přímo rovna parametru teploty. Porovnejme výsledky ostatních vzorců s tímto.

Z tabulky je vidět, že vzorce mají minimální vliv na výsledné hodnoty. Tam kde vzroste počet kroků, klesne také chybovost. Nejistili jsme však, že použití jakéhokoliv z vzorců vede obecně k lepším výsledkům. Zdá se, že buď vzorce nemají vliv, nebo jsou nastavené chybně, anebo testovací data nevykazují dostatečné odlišnosti.

Pojďme se tedy spíše věnovat správnému nastavení parametrů pro vzorec číslo 1.

Nastavení

Následující dvě tabulky uvádí naměřené hodnoty:

	Nastavení 1	Nastavení 2	Nastavení 3	Nastavení 4
Míra ochlazování	0.94	0.94	0.94	0.94
Equilibrium	3	10	25	25
Počáteční teplota	10	10	10	1000
Konečná teplota	0.1	0.1	0.1	0.1
Počet kroků	3 975	13 425	33 675	66 901
Optimální nálezy	8	21	35	43
Chybovost	32.01	10.02	3.01	0.49

	Nastavení 5	Nastavení 6	Nastavení 7	Nastavení 8
Míra ochlazování	0.94	0.94	0.94	0.94
Equilibrium	25	25	10	100
Počáteční teplota	5000	3	100	10
Konečná teplota	0.1	0.001	0.1	0.1
Počet kroků	78 575	58 370	20 048	134 925
Optimální nálezy	43	44	28	48
Chybovost	1.03	1.49	6.67	0.09

Míru ochlazování a konečnou teplotu jsem již po několika experimentech stanovil na uvedené hodnoty, které se zdály vhodné. Proto se zde věnuji především manipulaci s ekvilibriem a počáteční teplotou, jejichž nastavení bylo méně triviální.

Nastavení č. 1, 2 a 7 můžeme vyloučit pro příliš vysokou chybovost. Nastavení č. 5 má podobné výsledky jako č. 4, které ho však dosáhne za méně kroků. Pokud považujeme za přijatelnou chybovost do 2%, nejvhodnější se zdá nastavení 4, 5 a 6. Číslo 4 má ke své nízké chybě také nízký počet kroků, tudíž v dalších měření pracuji s tímto nastavením.

Měření

V jako minulém domácím úkolu dále uvádím závislost na jednotlivých parametrech. Jak již bylo zmíněno vycházím z nastavení č. 4:

- míra ochlazování = 0.94
- délka ekvilibria = 25
- počáteční teplota = 1000
- koncová teplota = 0.1

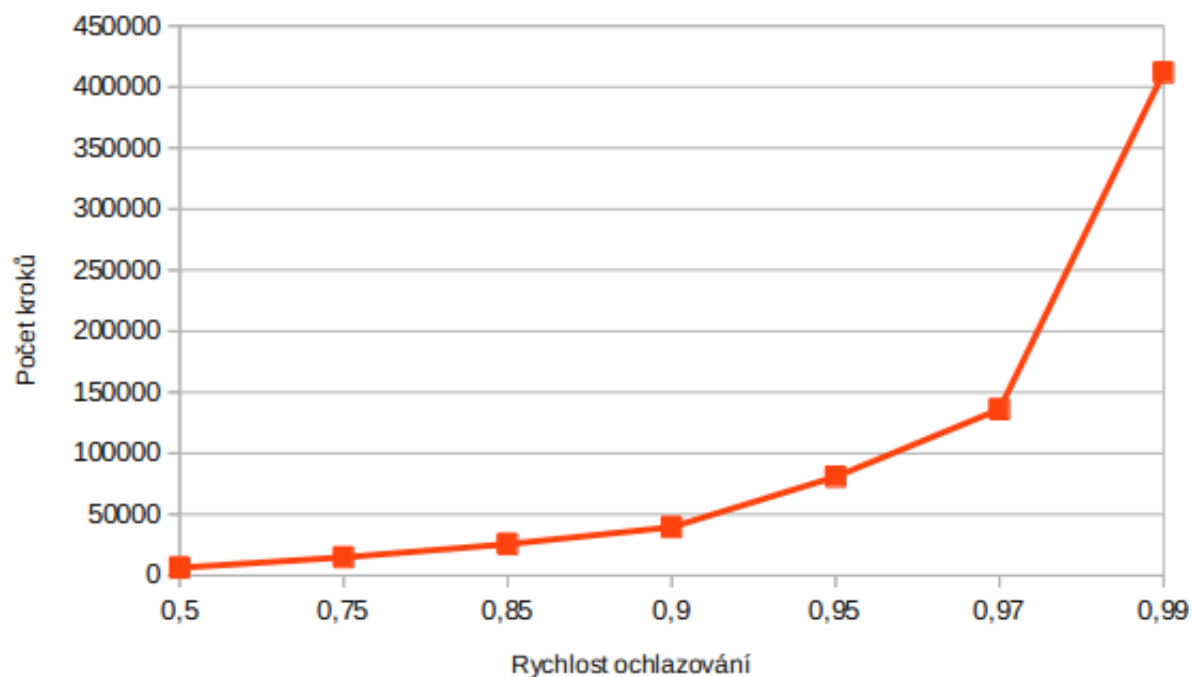
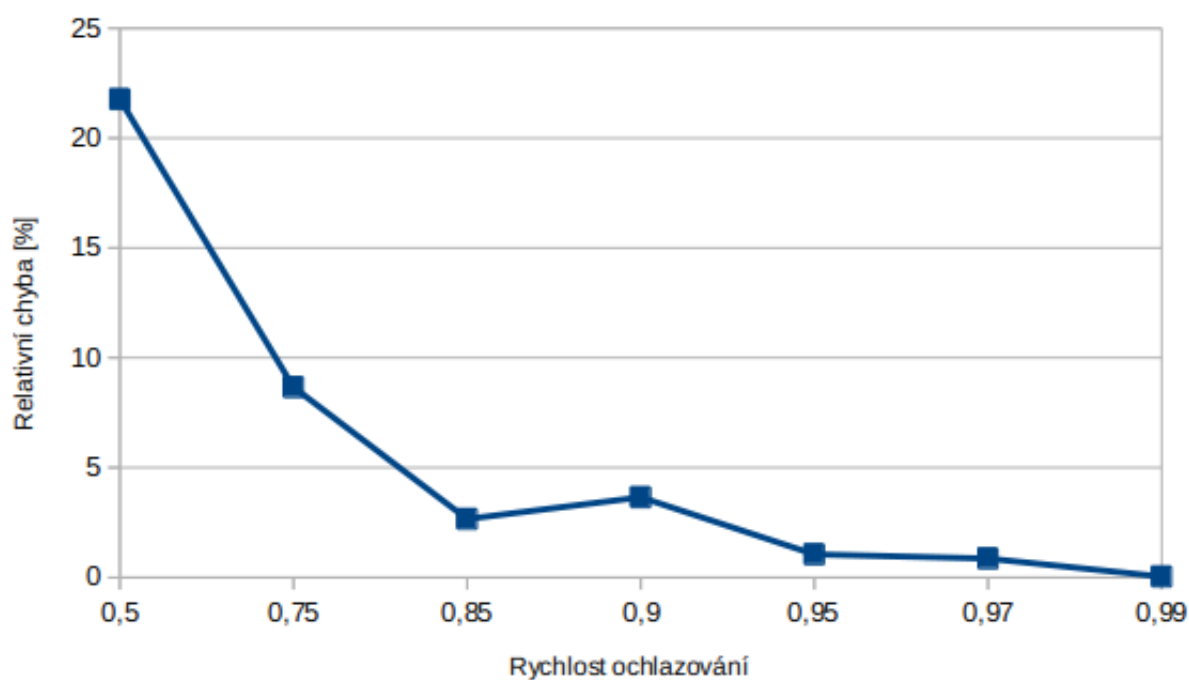
Závislost na rychlosti ochlazování

Tabulka:

ochlazování	chyba [%]	počet kroků

0.5	21.77	6286
0.75	8.66	14817
0.85	2.66	25593
0.9	3.65	39512
0.95	1.05	80820
0.97	0.86	136047
0.99	0.04	411733

Graf:



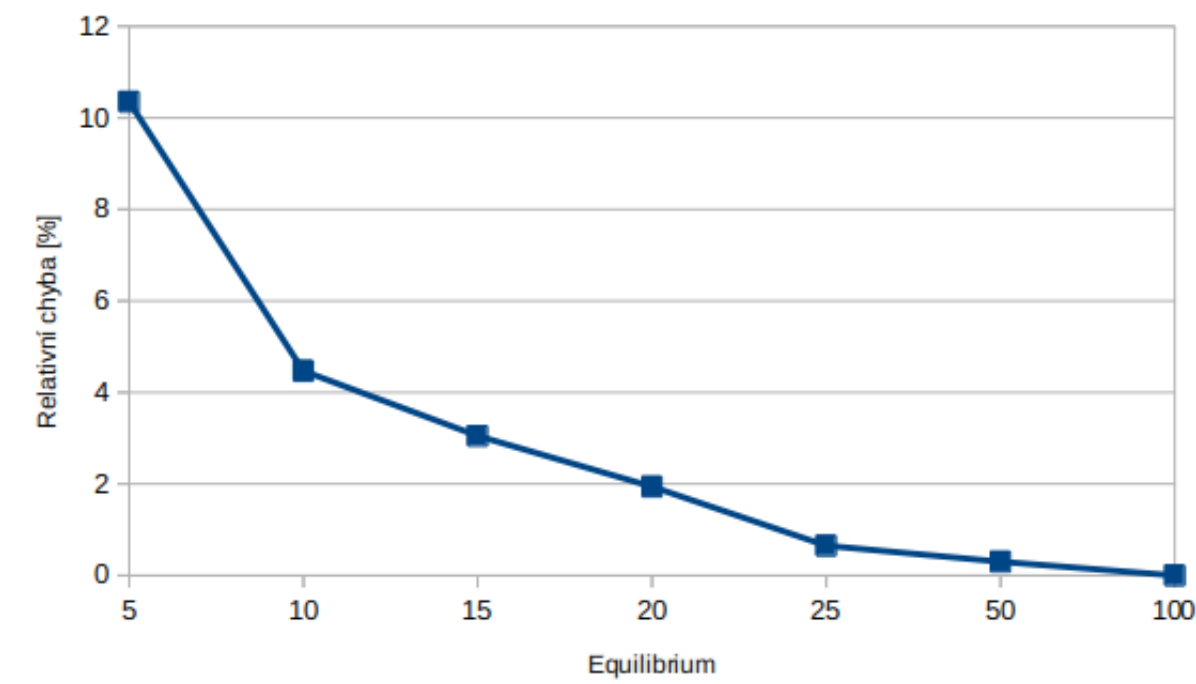
Z grafu lze vidět, že ideální rychlost ochlazování je pravděpodobně 0,95. Vykazuje se ještě nízkým počtem kroků a zároveň chybovostí do 2%. Vyšší rychlost ochlazování sice přináší nižší chybovost, ale již za cenu výrazně vyššího počtu kroků.

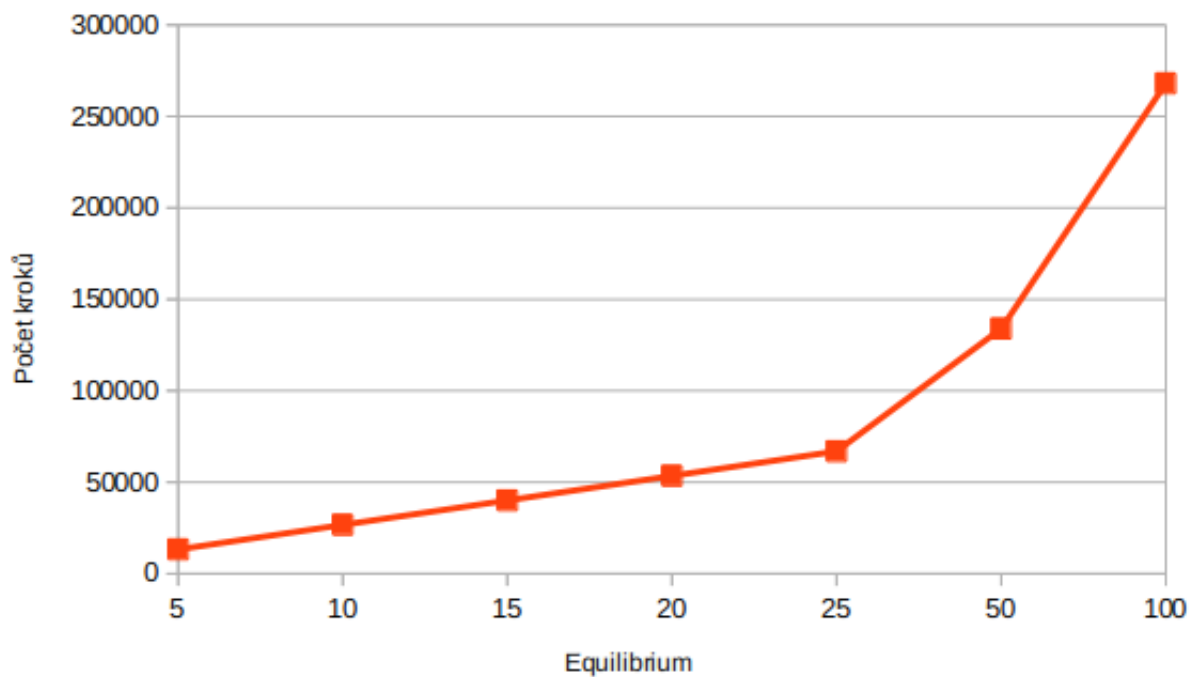
Závislost na počtu iterací ekvilbria

Tabulka:

Equilibrium	Chyba [%]	Počet kroků
5	10.35	13261
10	4.47	26671
15	3.05	40081
20	1.94	53491
25	0.65	66901
50	0.3	133951
100	0	268051

Graf:



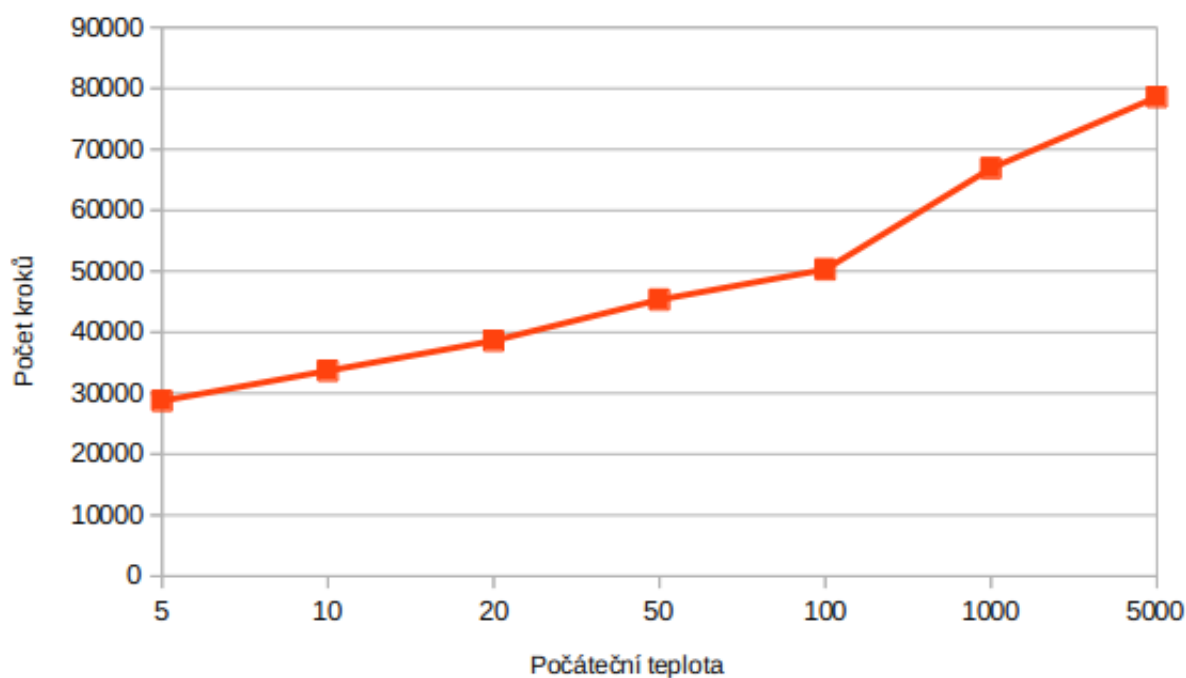
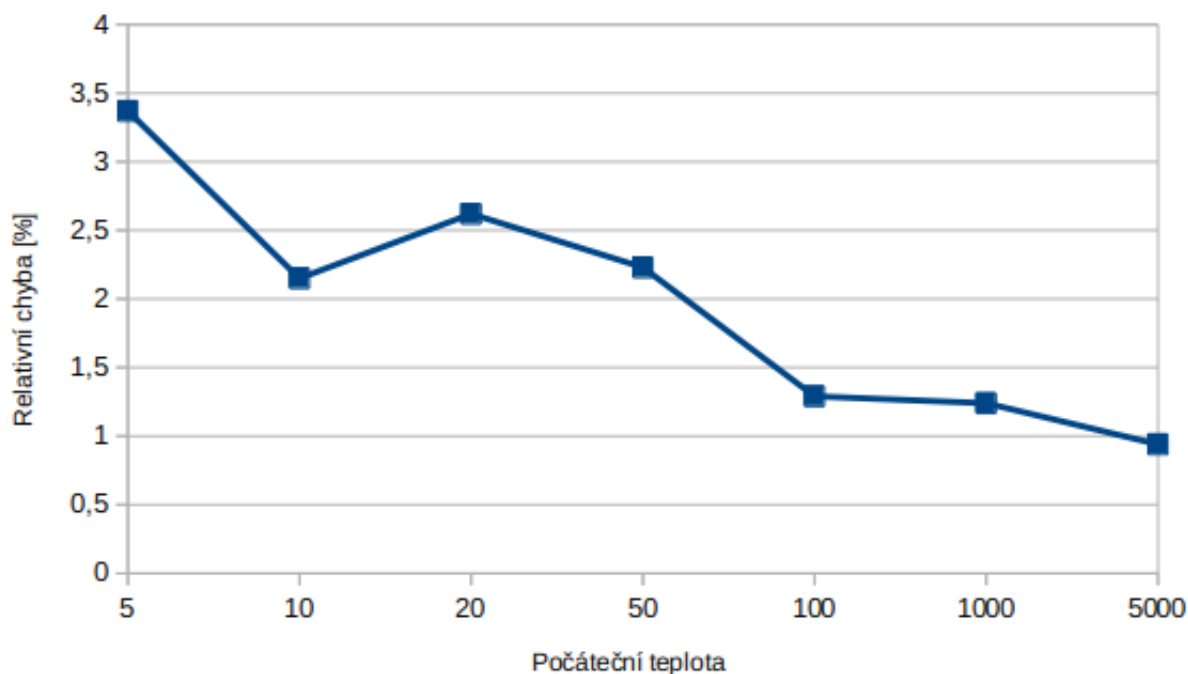


Ekvilibrum udává počet stavů, které vyzkoušíme před ochlazením. Z grafu vidíme, že relativní chyba klesá a počet kroků se významně zvyšuje. Ideální hodnota se pohybuje kolem $ekv=25$.

Závislost na počáteční teplotě

Počáteční teplota	Chyba [%]	Počet kroků
5	3.37	28736
10	2.15	33675
20	2.62	38614
50	2.23	45349
100	1.29	50288
1000	1.24	66901
5000	0.94	78575

Graf:



Při příliš nízké počáteční teplotě je chybovost vysoká. Vysoká počáteční teplota přináší velký počet kroků a zároveň nepřináší významné snížení chybovosti.

Závěr

Naprogramoval jsem řešení problému vážené splnitelnosti booleovské formule. Jako pokročilou iterativní metodou jsem zvolil stejně jako v minulém případě simulované ochlazování (Simulated annealing).

Společně s minulou úlohou jsem se přesvědčil, že programování těchto metod není složité. Novou zkušeností je správné nastavení parametrů, a také že nový problém vyžaduje nové konkrétní nastavení.

