MI-PAA: Řešení problému batohu dynamickým programováním, metodou větví a hranic a aproximativním algoritmem

Specifikace úlohy

Viz edux.

Rozbor možných variant řešení

Metodou větví a hranic (B&B)

Metoda je velmi podobná řešení hrubou silou. Jediný rozdíl se nachází v hloubce rekurze. V každém kroku zkontrolujeme zdali má smysl jít hlouběji. To určuje metoda `isPerspective()`, která v současném kroku rekurze spočítá co se stane, pokud přidáme všechny ostatní položky nehledě na kapacitu. Pokud je celková cena přesto nižší než současné řešení, další rekurzi nevytváříme.

Metoda dynamického programování

Nejprve vytvoříme sumu cen položek. Poté inicializujeme tabulku položek od 1 do této maximální ceny. Tabulku vyplníme postupně rekurzí - řešíme problémy E(n, c) pro všechna c a rekurzivně potřebné podproblémy.

Označme E(i, c) instanci 0/1 inverzního problému batohu se zadanou cenou c, která vznikne z řešené instance omezením na prvých i věcí. Označme dále W(i, c) sumární hmotnost věcí řešené instance. Pak platí:

- W(0,0) = 0
- W(0,c) = ∞ pro všechna c > 0
- W(i+1, c) = min(W(i, c), W(i, c-ci+1)+wi+1) pro všechna i > 0.

Z výsledných řešení W(n, c) vybereme řešení, pro které je W(n, c) < M pro největší c.

Metodou FPTAS

Pomocí vzorce `floor(log((eps * Cm / n)))` spočteme *b*. Toto *b* určuje o kolik bitově posuneme každou z cen. Poté zavoláme metodu dynamického programování. Získáme výsledky a aplikujeme je na původní ceny.

Popis kostry algoritmu

Soubor `main.php` obsahuje prvotní logiku programu. Vytvoří třídu Runner. Ta načte data ze souboru a řádek po řádku vytváří instanci třídy `RuckSackProblemBB` (apod.). Tyto třídy jsou potomky abstraktní třídy `BaseRuckSackProblem`, která má pomocné metody pro zpracování vstupu a výstupu. Také definuje abstraktní metodu `solve()`, která je zodpovědná za spočtení řešení.

Naměřené výsledky

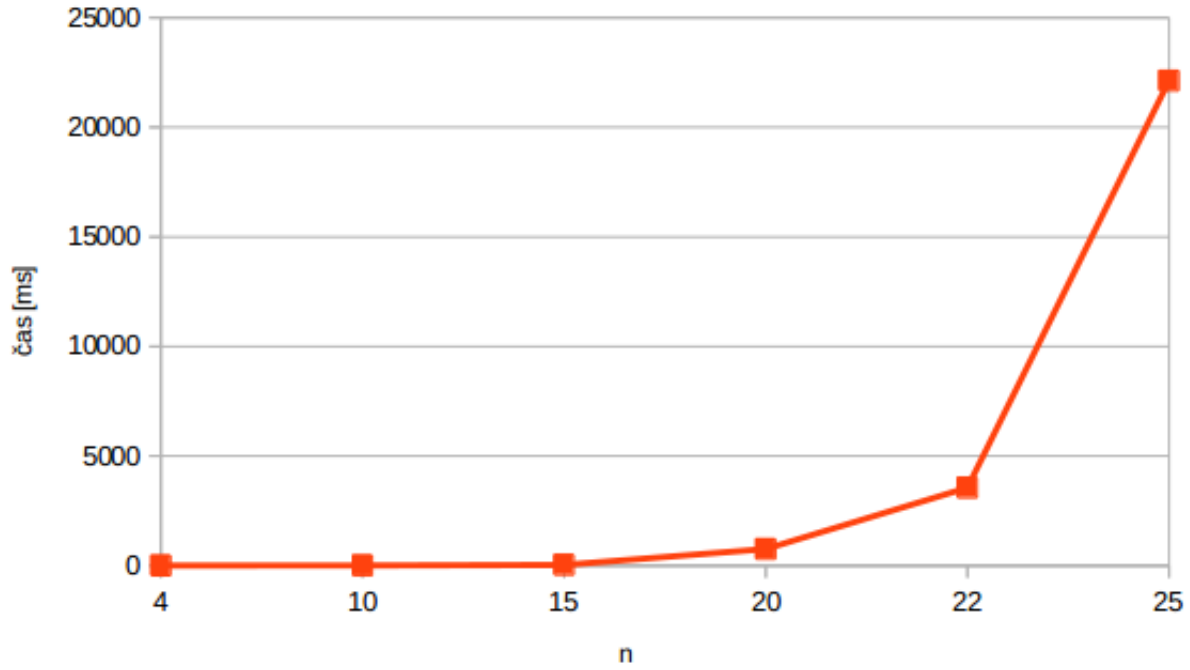
B&B

Nameřené časy v ms za běh jedné instance problému v závislosti na *n*.

Tabulka:

n	čas [ms]
4	0,54
10	5,96
15	31,62
20	758,2
22	3553,04
25	22126,42

Graf:

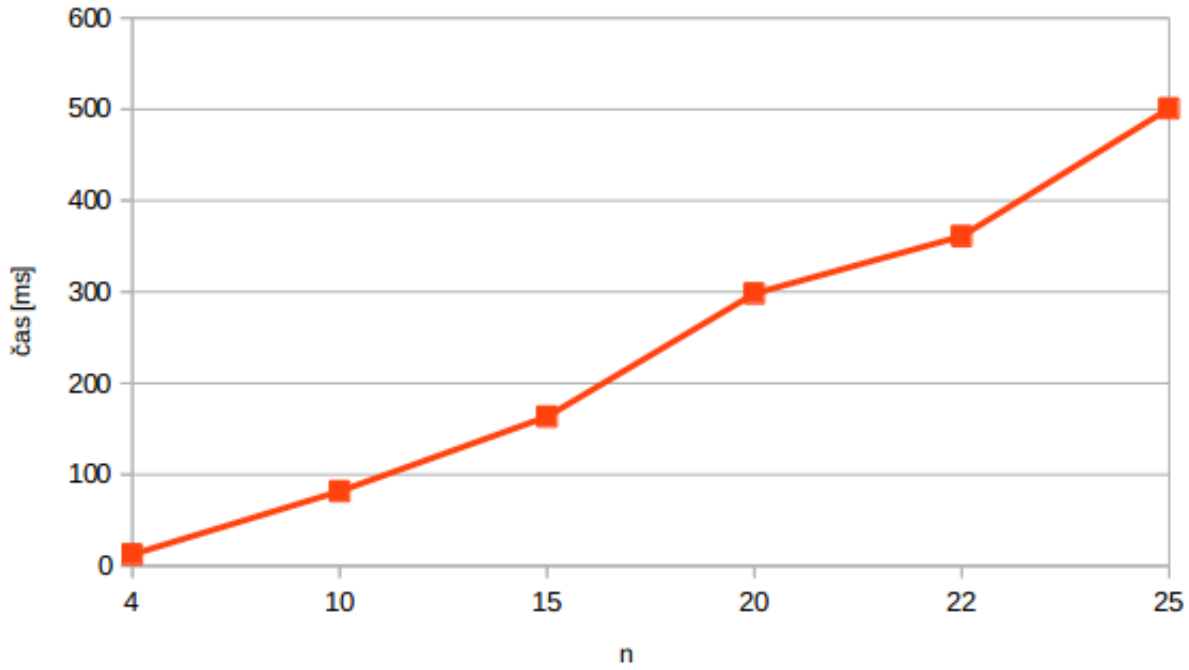


Dynamické programování

Tabulka:

n	čas [ms]
4	12,48
10	81,66
15	163,38
20	298,2
22	361,06
25	500,9

Graf:



FPTAS

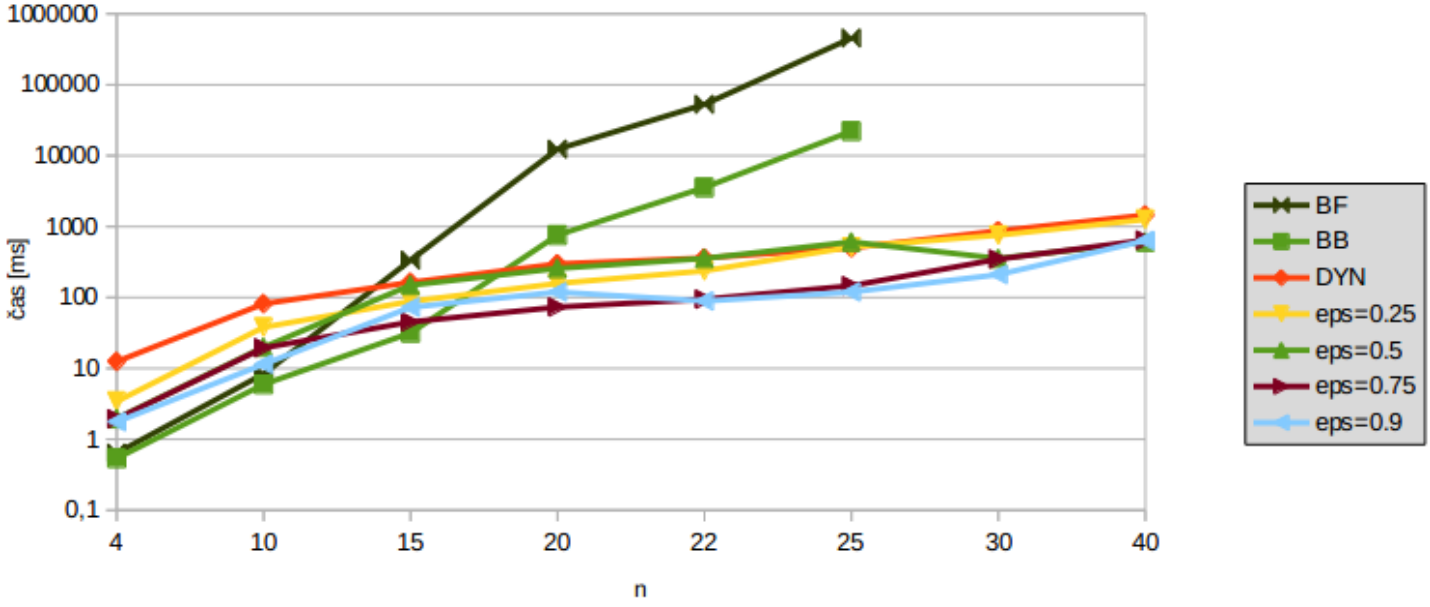
Porovnání časů:

Časy jsou uvedeny v ms.

Tabulka:

n	4	10	15	20	22	25	30	40
BF	0,64	8,34	336,2	12356,1	52943,82	454683		
BB	0,54	5,96	31,62	758,2	3553,04	22126,42		
DYN	12,48	81,66	163,38	298,2	361,06	500,9	870,2	1450,33
eps=0.25	3,42	38,04	88,36	158	237,56	516,52	756,66	1259,4
eps=0.5	1,96	19,92	149,16	257,36	355,7	606,64	355,7	606,64
eps=0.75	1,94	19,46	45,22	73,2	94,46	146,4	347,92	643,92
eps=0.9	1,76	11,4	72,64	119,58	89,14	119,58	209,98	634,74

Graf porovnání algoritmů:



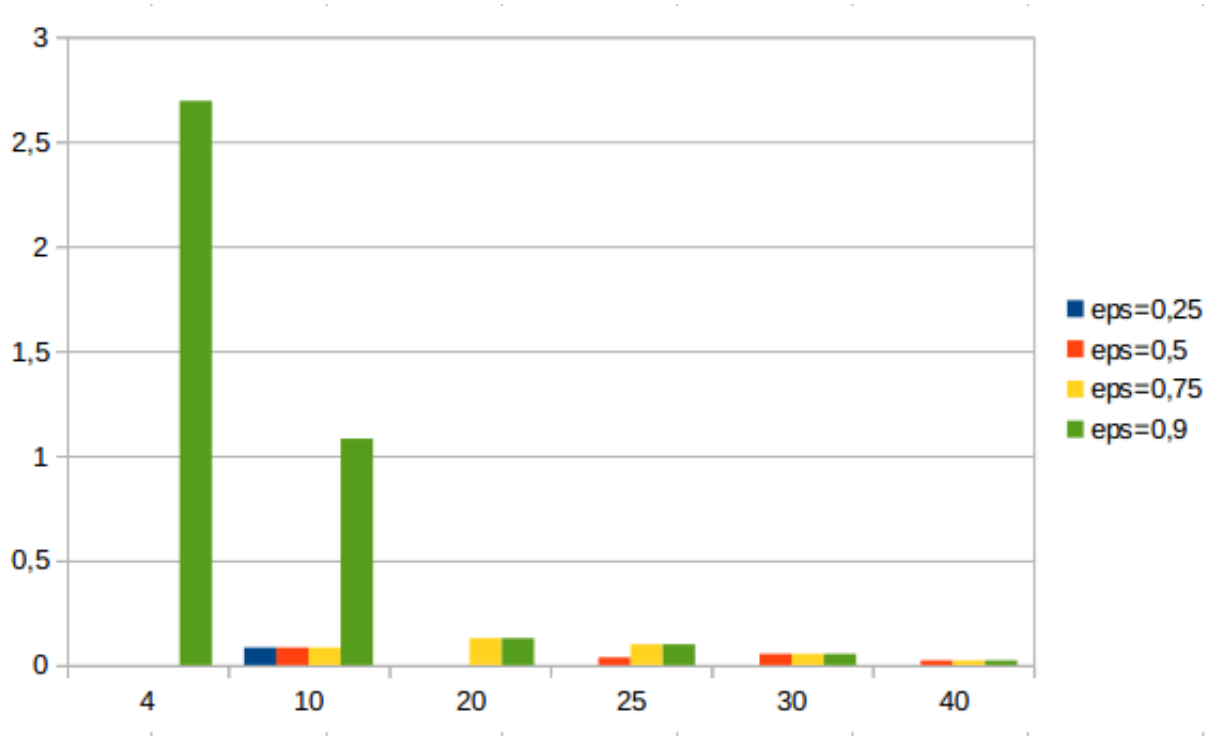
Porovnání maximální relativní chyby:

Tabulka:

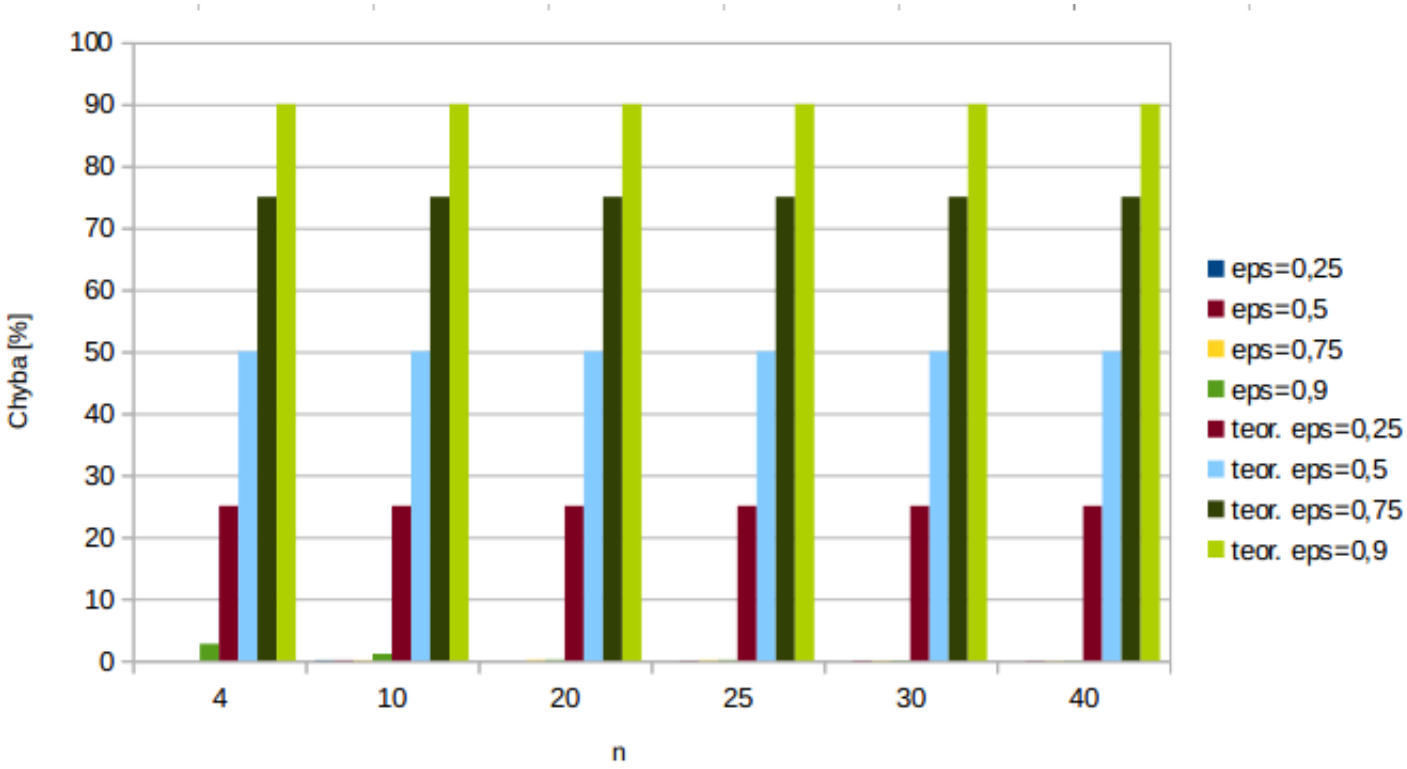
Hodnoty jsou uvedné v procentech.

n	4	10	20	25	30	40
eps=0,25	0	0,0837	0	0	0	0
eps=0,5	0	0,0837	0	0,0369	0,0535	0,0221
eps=0,75	0	0,0837	0,1285	0,0992	0,0535	0,0221
eps=0,9	2,6936	1,0811	0,1285	0,0992	0,0535	0,0221

Graf:



Porovnání maximální relativní chyby s chybou teoretickou:



Měřeno na:

- PHP 5.6.14
- Linux 3.18.22 Manjaro distribution based on Arch Linux
- Intel(R) Core(TM) i7-3517U CPU @ 1.90GHz
- 4 GB RAM

Závěr

Metoda B&B přináší zrychlení oproti metodě hrubou silou. Pouze však o konstatu, složitost je stále exponenciální, jak lze vidět z grafu. Dynamické programování přináší pseudopolynomiální řešení problému. Toho jsme schopni dosáhnout díky větší paměťové náročnosti a faktu, že jsou ceny celočíselné. Pokud by ceny byly z R, nemohli bychom pro každé potencionální řešení (tj. cenu) vytvořit řádek tabulky. FPTAS již pouze dokresluje celou situaci a ukazuje, že metoda dosahuje velmi nízké relativní chyby.

Autor: Tomáš Sušánka (susantom)