MI-SPI 2015 − Domácí úkol č.2

Vedoucí týmu: Ondřej Paška (paskaond, 109)

Členové týmu: Tomáš Sušánka (susantom, 109), Jan Tvrdík (tvrdija4, 109)

Datum: 2.5.2015

1. Jednovýběrový t-test pro střední hodnotu:

TODO @JanTvrdik

* 1. Oboustranný t-test pro střední hodnotu jednoho náhodného výběru provedeme v R příkazem t.test:

Příkazy R dle instrukcí:

instrukce

* + - * Výstup:

Output

* Text

1. Párový a dvouvýběrové t-testy pro porovnání středních hodnot:
   1. Párový t-test
      1. Vyhodnoťte výstup z předchozího příkazu a otestujte H0: muX = muY proti HA: muX < muY. Vysvětlete, jaká je pravděpodobnost, že vaše rozhodnutí je chybné.

Příkazy R dle instrukcí:

n = 20;

alpha = 0.01;

x = rnorm(n, mean=10, sd=1);

error = rnorm(n, mean=0.5, sd=0.8306624);

y = x + error;

tTestPair = t.test(x, y=y, paired = TRUE, alternative = "less", conf.level = 1-alpha)

## 2 Ia

print(tTestPair)

* + - * Výstup:

Paired t-test

data: x and y

t = -2.7241, df = 19, p-value = 0.006734

alternative hypothesis: true difference in means is less than 0

99 percent confidence interval:

-Inf -0.04023544

sample estimates:

mean of the differences

-0.5936044

* Provedli jsme test hypotézy H0: muX = muY proti hypotéze HA: muX < muY.
* Vidíme, že konfidenční interval neobsahuje 0, neboť je roven (-inf, -0.04023544). Z toho plyne, že můžeme hypotézu H0 zamítnout. To také potvrzuje velmi nízká hodnota p-value = 0.006734.
* Pravděpodobnost, že naše rozhodnutí je chybné, aneb že jsme zamítli H0, i když je H0 pravdivé, je rovna chybě prvního typu a pravděpodobnost této chyby je rovna p-value, tedy 0.6734%.
  + 1. Spočtěte rozdíly diff = x – y a otestujte nulovou hypotézu H0: muDiff = 0 proti příslušné alternativě. Popište přesně jak a proč jste zvolili alternativu HA. Porovnejte tento test s testem z předchozího bodu a diskutujte své závěry.

Příkazy R dle instrukcí:

## 2 Ib

diff = x – y

test = t.test(diff, y=y, paired=TRUE, alternative = "less", conf.level = 1-alpha, mu=0)

print(test)

* + - * Výstup:

Paired t-test

data: diff and y

t = -20.4532, df = 19, p-value = 1.059e-14

alternative hypothesis: true difference in means is less than 0

99 percent confidence interval:

-Inf -9.175537

sample estimates:

mean of the differences

-10.47628

* Protože jsme v minulém bodě testovali H0: muX = muY proti HA: muX < muY a v v tomto úkolu máme H0: muDiff = 0, volíme analogicky HA: muDiff < 0.
* Ze získaných dat vidíme extrémně nízkou p-value (1.059e-14). H0 tedy můžeme opět zamítnout.
* V porovnání s předešlým bodem zjistíme, že výsledek zamítnutí je stejný, máme však výrazně nižší p-value a tudíž také nižší pravděpodobnost chyby.
  1. Dvouvýběrový t-test

Příkazy R dle instrukcí:

n1 = 20;

n2 = 25;

alpha = 0.01

x=rnorm(n1, mean=10, sd=1.3)

y=rnorm(n2, mean=11.25, sd=1.3)

t.test(x, y=y, paired = FALSE, var.equal = TRUE, conf.level = 1-alpha)

* + - * Výstup:

Two Sample t-test

data: x and y

t = -1.2522, df = 43, p-value = 0.2173

alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0

99 percent confidence interval:

-1.7818544 0.6513663

sample estimates:

mean of x mean of y

10.39239 10.95763

* + 1. Modifikujte předchozí příkaz pro test nulové hypotézy H0: muX = muY proti jednostranné alernativě HA: muX < muY. Vyhodnoťte výstup z modifikovaného příkazu a otestujte H0 proti HA. Vysvětlete, jaká je pravděpodobnost, že vaše rozhodnutí je chybné.

Příkazy R dle instrukcí:

t.test(x, y=y, paired = FALSE, var.equal = TRUE, conf.level = 1-alpha, alternative="less")

* + - * Výstup:

Two Sample t-test

data: x and y

t = -1.2522, df = 43, p-value = 0.1086

alternative hypothesis: true difference in means is less than 0

99 percent confidence interval:

-Inf 0.5254883

sample estimates:

mean of x mean of y

10.39239 10.95763

* Vidíme, že konfidenční interval obsahuje 0, neboť je roven (-inf, 0.5254883). Z toho plyne, že nemůžeme hypotézu H0 zamítnout. To potvrzuje velmi vysoká hodnota p-value, která je rovna 10,86%.
* Pravděpodobnost, že naše rozhodnutí je chybné, aneb že jsme nezamítli H0, i když je H0 nepravdivé, je rovna chybě druhého typu a pravděpodobnost této chyby je neznámá.
  + 1. Pomocí vzorců z přednášky spočtěte testovací statistiku 't' a stupně volnosti 'df' (degrees of freedom). Porovnejte své výsledky s výstupem předchozího příkazu t.test. Spočtěte bud příslušnou p-value či kritickou hodnotu t-rozdělení a potvrďte výsledek testu z předchozího bodu.

Příkazy R dle instrukcí:

## 2 IIb

s2x = sum( (x - mean(x))^2 ) / (length(x)-1)

s2y = sum( (y - mean(y))^2 ) / (length(y)-1)

Sxy = sqrt( ((length(x)-1)\*s2x + (length(y)-1)\*s2y) / (length(x)+length(y) -2) )

TStat = (mean(x) - mean(y)) / (Sxy \* sqrt(1/length(x) + 1/length(y)))

print(TStat)

df = length(x) + length(y) -2

print(df)

tCriticalValue = qt(1-alpha, df, lower.tail = TRUE)

pVal = pt(TStat, df = df)

print(pVal)

* + - * Výstup:

[1] -1.25216

[1] 43

[1] 0.1086399

* Spočtené hodnoty jsou: t = -1.25216, df = 43 a p-value = 0.1086399. V minulém bodě nám vyšlo t = -1.2522, df = 43 a p-value = 0.1086. Je zřejmé, že hodnoty jsou téměř stejné, jejich malé rozdíly jsou dané pouze chybami způsobenými během dělení.
  1. Pokud X a Y mají rozdílné rozptyly (variance), pak pro dvouvýběrový t-test v příkazu t.test změníme parameter var.equal na FALSE:

Příkazy R dle instrukcí:

n1 = 20;

n2 = 25;

alpha = 0.01

x=rnorm(n1, mean=10, sd=1.3)

y=rnorm(n2, mean=11.28, sd=1.2)

t.test(x, y=y, paired = FALSE, var.equal = FALSE, conf.level = 1-alpha)

* + - * Výstup:

Welch Two Sample t-test

data: x and y

t = -2.7964, df = 37.766, p-value = 0.008082

alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0

99 percent confidence interval:

-2.38728952 -0.03640032

sample estimates:

mean of x mean of y

9.974145 11.185990

* + 1. Modifikujte předchozí příkaz pro test nulové hypotézy H0: muX = muY proti jednostranné alernativě HA: muX < muY. Vyhodnoťte výstup z modifikovaného příkazu a otestujte H0 proti HA. Vysvětlete, jaká je pravděpodobnost, že vaše rozhodnutí je chybné.

Příkazy R dle instrukcí:

t.test(x, y=y, paired = FALSE, var.equal = FALSE, conf.level = 1-alpha, alternative="less")

* + - * Výstup:

Welch Two Sample t-test

data: x and y

t = -2.7964, df = 37.766, p-value = 0.004041

alternative hypothesis: true difference in means is less than 0

99 percent confidence interval:

-Inf -0.1591313

sample estimates:

mean of x mean of y

9.974145 11.185990

* Stejně jako v předešlých bodech se podívame na konfidenční interval a zjistíme,že neobsahuje 0, neboť je roven (-inf, -0.1591313). Z toho plyne, že můžeme hypotézu H0 zamítnout.
* Pravděpodobnost, že naše rozhodnutí je chybné je rovno 0.004041, tedy 0.4041%.
  + 1. Pomocí vzorců z přednášky spočtěte testovací statistiku 't' a stupně volnosti 'df' (degrees of freedom). Porovnejte své výsledky s výstupem předchozího příkazu t.test. Spočtěte bud příslušnou p-value či kritickou hodnotu t-rozdělení a potvrďte výsledek testu z předchozího bodu.

Příkazy R dle instrukcí:

s2x = sum( (x - mean(x))^2 ) / (length(x)-1)

s2y = sum( (y - mean(y))^2 ) / (length(y)-1)

sxY = sqrt(s2x/n1 + s2y/n2)

TStat = (mean(x) - mean(y)) / sxY

print(TStat)

df = ((s2x/n1 + s2y/n2)^2) / (((s2x/n1)^2) / (n1-1) + ((s2y/n2)^2) / (n2-1))

print(df)

tCriticalValue = qt(1-alpha, df, lower.tail = TRUE)

pVal = pt(TStat, df = df)

print(pVal)

* + - * Výstup:

[1] -2.796436

[1] 37.7662

[1] 0.004040819

* Spočtené hodnoty jsou: t = -2.796436, df = 37.7662 a p-value = 0.004040819.
* Stejně jako dříve jsou hodnoty, které jsme spočetli, stejné, až na menší odchylku.