MI-SPI 2015 − Domácí úkol č.2

Vedoucí týmu: Ondřej Paška (paskaond, 109)

Členové týmu: Tomáš Sušánka (susantom, 109), Jan Tvrdík (tvrdija4, 109)

Datum: 2.5.2015

1. Jednovýběrový t-test pro střední hodnotu:

TODO @JanTvrdik

* 1. Oboustranný t-test pro střední hodnotu jednoho náhodného výběru provedeme v R příkazem t.test:

Příkazy R dle instrukcí:

instrukce

* + - * Výstup:

Output

* Text

1. Párový a dvouvýběrové t-testy pro porovnání středních hodnot:
   1. Párový t-test
      1. Vyhodnoťte výstup z předchozího příkazu a otestujte H0: muX = muY proti HA: muX < muY. Vysvětlete, jaká je pravděpodobnost, že vaše rozhodnutí je chybné.

Příkazy R dle instrukcí:

n = 20;

alpha = 0.01;

x = rnorm(n, mean=10, sd=1);

error = rnorm(n, mean=0.5, sd=0.8306624);

y = x + error;

tTestPair = t.test(x, y=y, paired = TRUE, alternative = "less", conf.level = 1-alpha)

print(tTestPair)

## 2 Ia

intervalUpperBound2 = tTestPair$conf.int[2]

mu = 0

if (mu < intervalUpperBound2) {

print("H0 not rejected")

} else {

print("H0 rejected")

}

* + - * Výstup:

Paired t-test

data: x and y

t = -2.9151, df = 19, p-value = 0.00444

alternative hypothesis: true difference in means is less than 0

99 percent confidence interval:

-Inf -0.05883785

sample estimates:

mean of the differences

-0.456682

"H0 rejected"

* Provedli jsme test hypotézy H0: muX = muY proti hypotéze HA: muX < muY.
* Vidíme, že konfidenční interval neobsahuje 0, neboť je roven (-inf, -0.05883785). Z toho plyne, že můžeme hypotézu H0 zamítnout. To také potvrzuje velmi nízká hodnota p-value.
* Pravděpodobnost, že naše rozhodnutí je chybné, aneb že jsme zamítli H0, i když je H0 pravdivé, je rovna chybě prvního typu a pravděpodobnost této chyby je rovna 0.00444, tedy 0.444%.
  + 1. Spočtěte rozdíly diff = x – y a otestujte nulovou hypotézu H0: muDiff = 0 proti příslušné alternativě. Popište přesně jak a proč jste zvolili alternativu HA. Porovnejte tento test s testem z předchozího bodu a diskutujte své závěry.

Příkazy R dle instrukcí:

## 2 Ib

diff = x – y

meanDiff = mean(diff)

intervalUpperBound3 = t.test(diff, mu=0, alternative = "greater", conf.level = 1-alpha)$conf.int[2]

if(meanDiff < intervalUpperBound3) {

print("H0 not rejected")

} else {

print("H0 rejected")

}

* + - * Výstup:

"H0 rejected"

* Jako alternativu jsme zvoli hypotézu HA: muX > muY, neboť v tomto případě můžeme H0 zamítnout.
* Tím jsme získali silný výsledek, kdy pravděpodobnost špatného zamítnutí je pouhé 1%. Konfidenční interval se neliší od minulého příkladu.
  1. Dvouvýběrový t-test

Příkazy R dle instrukcí:

n1 = 20;

n2 = 25;

alpha = 0.01

x=rnorm(n1, mean=10, sd=1.3)

y=rnorm(n2, mean=11.25, sd=1.3)

t.test(x, y=y, paired = FALSE, var.equal = TRUE, conf.level = 1-alpha)

* + - * Výstup:

Two Sample t-test

data: x and y

t = -1.9881, df = 43, p-value = 0.05319

alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0

99 percent confidence interval:

-1.924953 0.290580

sample estimates:

mean of x mean of y

9.915085 10.732271

* + 1. Modifikujte předchozí příkaz pro test nulové hypotézy H0: muX = muY proti jednostranné alernativě HA: muX < muY. Vyhodnoťte výstup z modifikovaného příkazu a otestujte H0 proti HA. Vysvětlete, jaká je pravděpodobnost, že vaše rozhodnutí je chybné.

Příkazy R dle instrukcí:

t.test(x, y=y, paired = FALSE, var.equal = TRUE, conf.level = 1-alpha, alternative="less")

* + - * Výstup:

Two Sample t-test

data: x and y

t = -1.9881, df = 43, p-value = 0.02659

alternative hypothesis: true difference in means is less than 0

99 percent confidence interval:

-Inf 0.1759636

sample estimates:

mean of x mean of y

9.915085 10.732271

* Vidíme, že konfidenční interval obsahuje 0, neboť je roven (-inf, 0.3054639). Z toho plyne, že nemůžeme hypotézu H0 zamítnout. To potvrzuje relativně vysoká hodnota p-value, která je rovna 2,659%.
* Pravděpodobnost, že naše rozhodnutí je chybné, aneb že jsme nezamítli H0, i když je H0 nepravdivé, je rovna chybě druhého typu a pravděpodobnost této chyby je neznámá.
  + 1. Pomocí vzorců z přednášky spočtěte testovací statistiku 't' a stupně volnosti 'df' (degrees of freedom). Porovnejte své výsledky s výstupem předchozího příkazu t.test. Spočtěte bud příslušnou p-value či kritickou hodnotu t-rozdělení a potvrďte výsledek testu z předchozího bodu.

Příkazy R dle instrukcí:

## 2 IIb

s2x = sum( (x - mean(x))^2 ) / (length(x)-1)

s2y = sum( (y - mean(y))^2 ) / (length(y)-1)

Sxy = sqrt( ((length(x)-1)\*s2x + (length(y)-1)\*s2y) / (length(x)+length(y) -2) )

TStat = (mean(x) - mean(y)) / (Sxy \* sqrt(1/length(x) + 1/length(y)))

df = length(x) + length(y) -2

tCriticalValue = qt(1-alpha, df, lower.tail = TRUE)

pVal = pt(TStat, df = df)

* + - * Výstup:

"H0 rejected"

* Text
  1. Pokud X a Y mají rozdílné rozptyly (variance), pak pro dvouvýběrový t-test v příkazu t.test změníme parameter var.equal na FALSE: