

# BLDC 电机温度退化多段维纳过程建模

袁庆洋<sup>1</sup>, 叶建华<sup>1</sup>, 李晓钢<sup>1</sup>

(1. 北京航空航天大学 可靠性与系统工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 无刷电机应用广泛, 其温度退化过程呈现多段性, 需建立多段退化模型, 而模型参数较多时, 参数估计过程对初始值敏感且易陷入局部最优。本文针对电机的加速退化数据进行研究, 采用正态加权平均 (Gauss 滤波) 的方式滤波, 改进实际数据在模型参数的估计中的应用; 引入转换函数对维纳模型改进, 建立多段维纳模型; 后以极大化似然函数进行参数估计, 计算时采用改进粒子群优化算法 (Particle Swarm Optimization, PSO) 得到估计值, 对比非线性模型的残差的正态性, 同时分析各模型理论寿命分布及实际该批次失效分布, 确定多段模型合理性; 得到的模型结果说明电机在退化过程中发生了退化机理的改变, 且变换速度快; 最终, 以非线性模型不同时刻的寿命分布给出该应力下电机的寿命预测, 这对电机的预测与健康管理 (PHM) 有重要意义。

**关 键 词:** BLDC 电机; 退化建模; 多段 Wiener 过程; 单纯形自优化 PSO 算法; 预测与健康管理 (PHM)

中图分类号: TP202+.1

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965 (XXXX) XX-XXXX-XX

无刷直流 (Brushless DC, BLDC) 电动机调速和启动特性好, 运转转矩大, 被广泛应用于各种驱动装置和伺服系统中<sup>[1]</sup>。王玲玲<sup>[2]</sup>等利用传统零失效试验的方法对电机的平均寿命进行了验证, 给出了评定该批次电动机产品是否通过验收的试验方案, 由于所需试验时间较长, 初步探讨了利用加速寿命试验对某电动机的平均寿命进行验证的方法。王剑<sup>[3]</sup>等对利用加速试验进行可靠性验证的问题进行了有益的探索, 结果表明该方案有效的缩短了试验时间。由于电机的高可靠长寿命特点, 寿命试验往往不能获得足够的失效寿命数据, 如能有效利用退化数据, 可以弥补长寿命产品寿命预测信息量不足的问题。基于性能退化数据的可靠性建模方法是对传统寿命预测方法的有效补充, 通过退化数据进行可靠性分析, 在理论研究和工程应用上都取得了成功。其中, Wiener 过程在退化建模中有着广泛的应用。Wang 等<sup>[4]</sup>利用线性漂移 Wiener 过程描述产品的退化过

程, 提出产品剩余寿命的自适应预测方法, 并利用该模型描述了桥梁的退化过程; 基于时间尺度变换, Whitmore<sup>[5]</sup>研究了晶体管和电缆的退化过程; Tseng 和 Peng<sup>[6]</sup>建立了非线性 Wiener 过程模型, 以描述发光二极管的性能退化; Si<sup>[7]</sup>等建立了非线性漂移 Wiener 过程模型, 来利用标准布朗运动描述退化量在时间轴上的不确定性, 同时给出退化模型对应的失效密度函数和剩余寿命的概率密度函数的近似表达式。国内, 王小林<sup>[8]</sup>等人研究总结了多元非线性退化建模理论方法, 并给出各自的算例分析。

然而由于现实情况的复杂性, 退化建模分析仍然存在难题: 第一是很多情况下, 随着电机的退化, 其主导机理也在变更, 产品退化呈现多段性, 并非单一的线性或者是时间尺度变换的非线性, 若只用单一的 Wiener 漂移来描述是不合适的; 第二, 为描述不同的退化过程, 建模过程往往引入较多参数, 对模型中的未知参数准确进行估计

时容易陷入局部最优,对初始取值依赖性强。因此,本文引入阶段转换函数,建立多阶段Wiener退化模型,并利用单纯形法自优化粒子群算法对其似然函数进行最优化以估计参数;以多段模型与非线性模型对比,验证模型合理性;模型结果说明电机的退化机理或在3.9天左右发生改变,且转变速度较快;最后,通过Wiener理论得到该产品的寿命预测,便于电机的健康管理。

## 1 融合加速退化试验

加速退化试验技术是退化试验与加速试验方法交叉融合的结果,保证失效机理不变的基础,利用产品在高应力水平下的性能退化数据外推和预测正常应力水平下的寿命特征的试验技术<sup>[9]</sup>。应厂商要求,对一批电机进行加速试验并进行可靠性评估。在本文中提到的BLDC电机加速退化试验加载高温(60℃)以及高阻尼(2.8 kgf·cm)的应力,以电机工作温度作为电机状态响应退化量。本文选用局部高斯滤波的方式对数据进行滤波预处理,以改善参数估计结果。

## 2 维纳过程

### 2.1 线性维纳过程

从工程实际角度,在退化建模中需要考虑随机性:样本的随机性以及退化在时间轴上的随机性。样本随机性刻画样本差异,表现在不同的退化速度;时间轴上的随机性刻画产品退化的波动(控制系统波动,产品性能波动,观测波动)。为此,基于随机过程的模型建模方法受很多学者的青睐<sup>[10-12]</sup>。若 $\{X(t):t \geq 0\}$ 满足:

① 任意时刻的增量满足正态分布:

$$\text{记 } DX_i = X(t_{i+1}) - X(t_i), \quad Dt_i = t_{i+1} - t_i$$

$$\text{则 } DX_i \sim N(uDt_i, \sigma^2 Dt_i)。$$

其中,  $u$  和  $\sigma$  分别为漂移系数和扩散系数。

② 任意不相交的时间段内的增量相互独立。

则该随机过程称为一元线性Wiener过程<sup>[13]</sup>,该过程被Tseng等以及Tsai等用来描述产品的退化过程,模型为:

$$X(t) = X(0) + ut + \sigma B(t) \quad (1)$$

其中,  $u$  为漂移参数,  $\sigma$  为扩散系数,  $B(t)$  为布朗运动。对于加速退化记录的温度数据用卡方检验其正态分布,选择样本平稳退化前的50个退化增量值,统计如表1所示。

其卡方检验:  $\chi^2 = 1.87 < 9.49 = \chi_{0.05}^2(4)$ , 接受假设,将该退化数据看作正态分布引起的误差

不大,能满足理论的计算需求。

表 1 增量值分布

Table 1 Distribution of increments

退化增量范围	数量
-0.1 ~ 0.1	22
-0.2 ~ -0.1	19
0.1 ~ 0.2	
-0.3 ~ -0.2	8
0.2 ~ 0.3	
-0.4 ~ -0.3	1
0.3 ~ 0.4	
< -0.4, > 0.4	0

该退化模型对应的失效分布为逆高斯分布,相应的失效概率密度函数为:

$$f(t) = \frac{D}{\sqrt{2\pi\sigma^2 t^3}} e^{-\frac{(D-ut)^2}{2\sigma^2 t}} \quad (2)$$

其中,  $D$  为产品的失效阈值。由极大似然估计:

$$\hat{u} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta X_i}{\sum_{i=1}^n t_i} \quad (3)$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(\Delta X_i - \hat{u} t_i)^2}{t_i}} \quad (4)$$

其中,  $\Delta X_i = X(t_{i+1}) - X(t_i)$ 。

### 2.2 多段维纳过程

在本文中引入转换函数<sup>[14]</sup>:

$$G(\gamma, c; s_t) = (1 + \exp(-\gamma(s_t - c)))^{-1} \quad (5)$$

其中,  $s_t$  为与时间有关的变量,在本文中为时间  $t$ ;  $c$  为转换位置参数,在本文中为发生转换的时间;  $\gamma$  为转换速度参数;

两段Wiener退化过程可以写为:

$$X(t) = (X(0) + u_1 t)(1 - G(\gamma, c; t)) + G(\gamma, c; t)(u_2 t + x_0) + \sigma B(t) \quad (6)$$

其中,由于阶段转换的几何关系,  $x_0$  与其他

参数的关系满足:  $x_0 = X(0) + c(u_1 - u_2)$ 。

此时,若假设退化过程恰好在一定时间到达阈值,则假定该过程在此之前越过阈值水平的概

率被认为是可忽略的。事实上, 扩散过程一布朗运动可能存在多次越过阈值的情况, 在假设此情况的概率为0的前提下, 由上述假设及Wiener理论, 其失效概率密度函数可以近似的表述为<sup>[7]</sup>:

$$f(t) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} \left( \frac{S(t)}{t} + \frac{\lambda(t, \theta)}{\sigma} \right) \exp\left(-\frac{S^2(t)}{2t}\right) \quad (7)$$

其中,

$$S(t) = \frac{1}{\sigma} (D - \lambda(t, \theta))$$

$$\lambda(t, \theta) = (1 - G(\gamma, c; t))u_1 t + G(\gamma, c; t)(u_2 t + x_0)$$

$\theta = (u_1, u_2, \gamma, c, x_0)$  为  $\lambda(t, \theta)$  的参数向量, 似然

函数:

$$L(\theta, \sigma) = \prod_i \frac{1}{\sqrt{2\pi t_i}} \left( \frac{S(DX_i, t_i)}{t_i} + \frac{\lambda(t_i, \theta)}{\sigma} \right) \exp\left(-\frac{S^2(DX_i, t_i)}{2t_i}\right) \quad (8)$$

其中,  $S(DX_i, t_i) = \frac{1}{\sigma} (DX_i - \lambda(t_i, \theta))$ , 估计参

数  $\{u_1, u_2, \gamma, c, x_0, \sigma\}$  的过程为即为  $\arg \max_{\theta, \sigma} L(\theta, \sigma)$

的过程。

### 2.3 寿命预测

对失效概率密度函数进行积分即能得到产品的失效分布:

$$F(t) = \int_t f(t) dt = \int_t \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} \left( \frac{S(t)}{t} + \frac{\lambda(t, \theta)}{\sigma} \right) \exp\left(-\frac{S^2(t)}{2t}\right) dt \quad (9)$$

对于产品的剩余寿命分布进行预测, 即不同时间下的条件概率密度函数:

$$f(t|t_0) = \frac{1}{1-F(t_0)} f(t), \quad t \geq t_0 \quad (10)$$

## 3 基于单纯形法自优化 QPSO 算法

### 估计模型参数

考虑到参数个数偏多, 估计过程中的非线性、多极化的复杂性, 对似然函数最优化的搜索过程中容易陷入局部最优解的情况, 本文选用有全局性的行为粒子群算法<sup>[15]</sup> (PSO) 以及具有极强的局部搜索能力的直接搜索技术—单纯形法<sup>[16]</sup> (Simple) 相结合的方法。

#### 3.1 单纯形法

单纯形法用于优化多维无约束问题的搜索算法, 通过取N维空间中的N+1个点构成一个多胞体, 计算顶点评价价值。然后对最差点进行反射、扩展、压缩等方法获得一个较好点, 用它取代最差点, 构成一个新的单纯形, 或者通过向最好点收缩来形成新的单纯形, 以逼近极小点。该算法有极强的局部搜索能力, 在处理高维问题时, 也可以以极小的时间成本搜索到局部最优点。其步骤如下:

1) 在参数空间  $\{u_1, u_2, \gamma, c, x_0, \sigma\}$  中建立7个顶点的正则单纯形, 顶点为  $\{d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6, d_7\}$ , 其中,  $d_i = (u_{1i}, u_{2i}, \gamma_i, c_i, x_{0i}, \sigma_i)$ ;

2) 计算正则单纯形顶点的对数似然函数值为  $\{l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6, l_7\}$ , 选择值最小  $l_k$  的点  $d_k$  以备删除;

3) 确定备用点:

$$d_{new} = \frac{1}{n} \sum_{j=1 \& j \neq k}^7 d_j + \left( \frac{1}{n} \sum_{j=1 \& j \neq k}^7 d_j - d_k \right) \quad (11)$$

4) 比较备用点与最差点的对数似然函数值  $\{l_{new}, l_k\}$ , 若比之较优, 更新  $d_k = d_{new}$ ; 较差, 缩短步长或满足精度要求计算停止。

#### 3.2 单纯形法自优化 PSO 算法

PSO算法具有算法简单、搜索效率较高、通用性较强等优势。在该算法中, 寻优空间中的每一个个体被抽象为一个粒子, 仅考虑其位置属性和运动属性。其运动的速度受自身和群体的历史最优位置的影响, 并受到学习因子的协调, 从而较好地协调粒子本身和种群之间的关系。本文使用基于单纯形法的粒子群算法, 将PSO强大的随机全局搜索能力与精确的局部搜索能力结合, 算法首先用粒子群算法进行全局搜索, 当算法陷入局部最优值时用单纯形法快速找出搜索空间的一个最优解, 来代替粒子群算法中的停止粒子。其流程如下:

1) 初始化每个粒子的当前位置  $x_i$ , 并将当前位置  $x_i$  记录为自身历史最优位置  $p_i$ ; 计算每个粒子自身历史最优位置  $p_i$  的评价价值, 将最优评价价值所对应的  $p_g$  记为种群历史最优位置

2) 将  $p_g$  进行一次单纯形法优化, 将得到的新单纯形中评价价值最优的点作为  $p_g$

3) 根据PSO算法迭代公式, 更新每个粒子的当前位置  $x_i$ , 并计算  $x_i$  的评价价值。

$$\begin{cases} v_i^{k+1} = \omega v_i^k + c_1 r_1 (p_i^k - x_i^k) + c_2 r_2 (p_g - x_i^k) \\ x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \end{cases} \quad (12)$$

其中,  $k$  表示迭代次数,  $i$  表示点序号,  $\omega$  为粒子移动惯性系数(Inertia Coefficient),  $r_1$  和  $r_2$  为区间 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机数, 用来维护群体的多样性;  $c_1$  和  $c_2$  称为学习因子(Learning Factor)或加速系数(Acceleration Coefficient)。

4) 对每个粒子, 将当前位置  $x_i$  的评价值与自身历史最优位置  $p_i$  的评价值进行比较, 若优于  $p_i$  的评价值, 则令  $p_i = x_i$ ; 对每个粒子, 将当前位置  $x_i$  的评价值与种群历史最优位置  $p_g$  的评价值进行比较, 若优于  $p_g$  的评价值, 则令  $p_g = x_i$ 。

5) 检查终止条件, 若未达到终止条件, 返回2)。

## 4 结 果

据上述算法, 本文每个参数选择7个梯度构成  $7^6$  个点的粒子群, 120次循环计算, 其似然函数优化过程如图1所示, 似然函数值优化情况表明计算有效并最终得到如图2漂移过程, 各参数值为:

$$u_1 = 0.6193, \quad u_2 = 11.6515, \quad c = 3.8676,$$

$$r = 35.6347, \quad x_0 = 31.5699, \quad \sigma = 3.8351。$$

其中转换位置参数  $c$  以及转换速度参数  $\gamma$  的值表明, 退化过程在第3.9天左右很可能发生机理变化, 且变化速度较快。

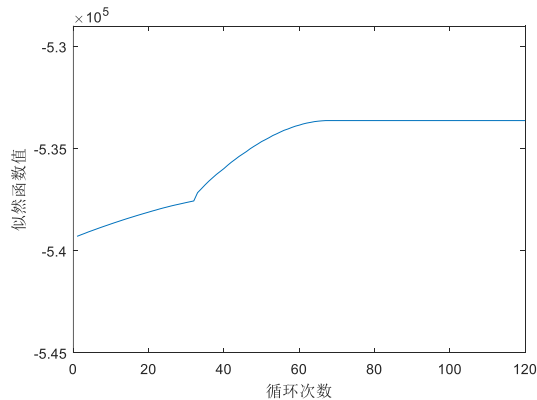


图1 似然函数值在循环中的优化过程

Fig.1 The optimization process of the likelihood function value in the loop

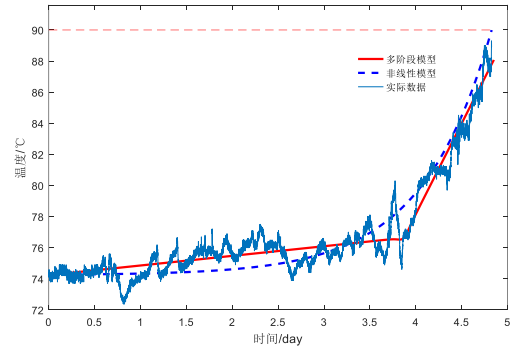


图2 不同维纳模型漂移过程对比

Fig.2 Comparison of drift processes in different Wiener models

与文献[7, 8]中利用的非线性方法得到的漂移过程对比如图2所示, 非线性模型对前期及中期阶段描述较差, 并且最后阶段趋势快于实际退化速度, 这在失效分布的对比中得到确认, 如图3所示。

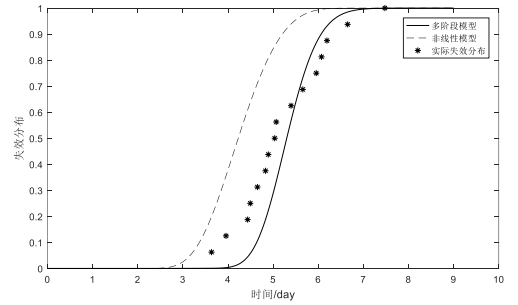


图3 不同维纳模型理论失效分布对比

Fig.3 Comparison of failure distribution in different Wiener models

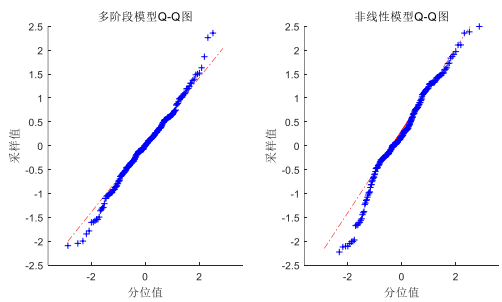


图4 不同维纳模型残差分布对比

Fig.4 Comparison of residual distributions in different Wiener models

失效分布的对比能够看出利用非线性模型预测产品的寿命分布较实际寿命提前, 非线性模型在最终阶段漂移过程的退化速度快于实际退化趋势, 不能很好的描述电机后期阶段的退化情况; 多段退化过程得到的失效分布更为优化, 对全期

的描述也更为贴切。对模型的残差进行Q-Q图分析<sup>[17]</sup>,多阶段模型的残差正态性要优于非线性模型,如图4所示。

根据以上,在 $t_0$ 为 $\{3,4,5,6\}$ 时,计算各时刻下的条件概率密度函数 $f'(t|t_0)$ ,得到电机剩余寿命分布预计值,如图5所示。

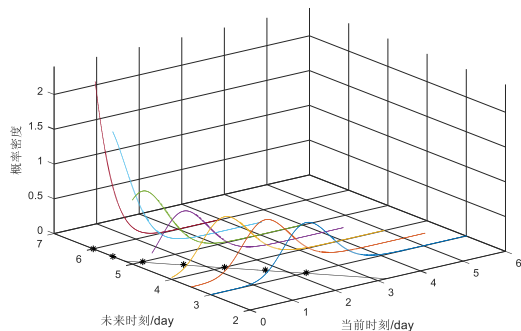


图5 多段模型所得剩余寿命分布预测

Fig.5 Prediction of Remaining Life Distribution by Multi - stage Model

## 5 结 论

本文针对 BLDC 电机退化过程非线性、多段性的退化特征,对 Wiener 模型进行适应性改进,区别于单独的非线性过程,建立多段退化模型;应用单纯形自优化的 PSO 算法对似然函数最优化,进行参数估计。该方法解决了多段 Wiener 过程建模问题,对电机的寿命预测等工程应用具有重要意义。

1) 本文建立了 BLDC 电机退化的多段 Wiener 过程模型,根据本文提出的多段模型理论,电机在性能退化的过程中其机理发生着变化,并且转化速度较快。

2) 在进行加速寿命试验的过程中,应注意其退化机理的变化;而在机理发生改变时,加速寿命试验时应谨慎进行。

## 参考文献 (References)

[1] 张琛等.直流无刷电动机原理及应用[M].机械工业出版社  
ZHANG C.The Principle and Application of Brushless DC Motor.China Mchine Press,2004(in Chinese).

[2] 王玲玲,茆诗松,王静.电动机平均寿命的零失效验收方案[J].  
WANG L L,MAO S S,WANG J.Zero failure acceptance scheme for average life of motor.China Academic Journal Electronic Publishing House. (in Chinese).

[3] 王剑等.基于加速环境的可靠性指标验证试验[J]. 电子产品可

靠性与环境试验,2010,vol.28:6-10.

WANG J,et al.The Accelerated Testing to Estimate the Reliability Specifications.Electronic Product Reliability and Environmental Testing,2010,vol.28:6-10.

[4] WANG W.A model for residual life prediction based on Brownian motion with an adaptive drift[J].Microelectronics Reliability,2011,51(2):285-293.

[5] G.A.Whitmore.Modelling Accelerated Degradation Data Using Wiener DiffusionWith A Time Scale Transformation[J].Lifetime Data Analysis,1997,3:27-45.

[6] Sheng-Tsaing,Tseng,Chien-Yu,Peng.Stochastic.Diffusion Modeling of Degradation Data[J].Journal of Data Science 5(2007),315-333.

[7] Xiao-Sheng Si,Wenbin Wang.Remaining Useful Life Estimation Based on a Nonlinear Diffusion Degradation Process[J].IEEE Transactions on Reliability,2012,VOL.61,NO.1:50-67.

[8] 王小林,蒋平,邢云燕,郭波.非线性退化情况下的产品剩余寿命预测[M].国防工业出版社,2015:39-46.

WANG X L,JIANG P,XING Y Y,GUO B. Residual life estimation for nonlinear-deteriorate products[M]. National Defense Industry Press,2015:39-46 (in Chinese).

[9] 蒋同敏.可靠性与寿命试验[M].国防工业出版社,2012  
JIANG T M.Reliability Maintainability Supportability.National Defense Industry Press,2012(in Chinese).

[10] 历海涛等.动量轮维纳过程退化建模与寿命分析[J].航空动力学报,2011.vol.26 no.3:623-627.

LI H T,et al.Momentum Wheel Wiener Process.Journal of Aerospace Power,2011,vol.26 no.3:623-627(in Chinese).

[11] 王书锋等.Wiener 过程性能退化电子产品的剩余寿命预测方法[J].电子测量技术,2014,vol.37,no.5:17-20.

WANG S F,et al.Residual life prediction method of electronic products with Wiener process degradation.Electronic Measurement Technology,2014,vol.37,no.5:17-20(in Chinese).

[12] 陈逸成等.基于 Kalman 滤波和 Wiener 过程的系统性能退化数据建模方法[J].电光与控制,2015,vol.22,no.7:107-110.

CHEN Y C,et al.A System Degradation Modeling Method based on Kalman Filter and Wiener Process.Electronics Optics & Control,2015,vol.22,no.7:107-110(in Chinese).

[13] Lonnie C.Ludeman 等.随机过程[M].电子工业出版社,2015.  
Lonnie C.Ludeman.Random Processes:Filtering,Estimation,and Detection.Publishing House of Electronics Industry,2005(in Chinese).

[14] 赵春燕等.平滑转换自回归模型的理论与应用研究[M].清华大学出版社,2015:28-29.

ZHAO C Y.Research on the Thoery and Application of Smooth Transition Autoregressive Mode.Tsinghua University Press,2015:28-29(in Chinese).

[15] 郑伟博,张纪会.基于 Nelder—Mead 单纯形法的改进量子行为粒子群算法[J]. 复杂系统与复杂性科学,2016,vol.13:97-104.

ZHENG W B, ZHANG J H. A Improved Quantum Behaved Particle Swarm Optimization Algorithm Using Nelder and Mead's Simplex Algorithm.Complex Sestems and Complex Science ,2016,vol.13:97-104.

[16] Jorge Nocedal,Stephen J.Wright.数值最优化[M].科学出版

社,2006:363-378.

Jorge Nocedal, Stephen J. Wright. Numerical Optimization. Science Press, 2006:363-378 (in Chinese).

- [17] 杨振海, 程维虎, 张军舰. 拟合优度检验 [M]. 科学出版社, 2011:15-19.

YANG Z H, CHENG W H, ZHANG J J. Goodness of fit test. Science Press, 2011:15-19 (in Chinese).

#### 作者简介:

**袁庆洋** 男, 硕士研究生。主要研究方向: 产品环境工程。

**叶建华** 男, 硕士, 工程师。主要研究方向: 可靠性与环境试验技术。

**李晓钢** 男, 博士, 教授, 硕士生导师。主要研究方向: 可靠性试验技术, 产品环境工程, 加速试验。

## Multistage degradation modeling for BLDC motor based on wiener process

YUAN Qingyang<sup>1</sup>, YE Jianhua<sup>1</sup>, LI Xiaogang<sup>1</sup>

(1. School of Reliability and Systems Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** Brushless DC motor is widely used, and its working temperature, regarding as degradation process, is nonlinear and multistage. It is necessary to establish a nonlinear degradation model. When the model exists several parameters, the parameter estimation process is sensitive to the initial value and easy to end up with a local optimization. This study was based on accelerated degradation data of motors, which is their working temperatures. The normal weighted average filter (Gauss filter) was used to improve the results of estimation for the model parameters. A multistage Wiener model was established by using the transition function to modify linear model. Then, to maximize likelihood function for parameter estimation, numerical optimization method- Particle Swarm Optimization (PSO) was used for cycle calculation. The effectiveness and rationality of model are verified by comparison of the life distribution with widely used nonlinear Wiener model, as well as a comparison of QQ plots for residual. The modeling results show that the degradation mechanism changes with high speed during the degradation of the motor. Finally, predictions for motor life were gained by life distributions in different times calculated by multistage model, which is important for the Prognostics and Health Management (PHM) of motors.

**Keywords:** Brushless DC motor; degradation modeling; multistage Wiener process; particle swarm optimization; PHM

Received: 2017-08-31; Accepted: 2015-xx-xx; Published online: 2015-xx-xx xx:xx

URL:

\*Corresponding author. E-mail: tsyoung.yuan@buaa.edu.cn