

## 第1講 微分計算

1-1

次の関数 $f(x)$ の導関数を定義に従って微分せよ。

$$(1) f(x) = x^3 \quad (2) f(x) = \sqrt{x}$$

1-2

次の $x$ の関数を微分せよ。

$$(1) y = x^3 + 5x^2 + 8x + 1 \quad (2) y = (2x + 1)(3x + 1)$$

$$(3) y = \frac{x^2}{x+1} \quad (4) y = \frac{3x-1}{x^2+2}$$

1-3

次の $x$ の関数を微分せよ。

$$(1) y = \sqrt{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \quad (2) y = 3x\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$$

1-4

次の $x$ の関数を微分せよ。

$$(1) y = (2x+1)^{100} \quad (2) y = (\sqrt{x}+1)^3 \quad (3) y = \sqrt{x+1} \quad (4) y = \frac{1}{\sqrt{x^3-2}}$$

1-5

次の $x$ の関数を微分せよ。

$$(1) y = (2x+1)^3(3x-2)^4 \quad (2) y = x\sqrt{x^2+1}$$

1-6

次の $x$ の関数を微分せよ。

$$(1) y = e^x \sin x \quad (2) y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$$

1-7

次の $x$ の関数を微分せよ。

$$(1) y = \sin 2x \quad (2) y = \tan \pi x \quad (3) y = e^{-x^2} \quad (4) y = 3^{-\pi x} \\ (5) y = \log(x^2+1) \quad (6) y = \log_2|\sin x|$$

1-8

次の $x$ の関数を微分せよ。

(1)  $y = \sin^3 x$  (2)  $y = (\log x)^4$

1-9

次の $x$ の関数を微分せよ。

(1)  $y = \sin^2 3x$  (2)  $y = e^{-x} \cos \pi x$  (3)  $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$  (4)  $y = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$

1-10

次の $x$ の関数を微分せよ。

(1)  $y = x^x (x > 0)$  (2)  $y = x^{\sin x} (x > 0)$

1-11

次の関数を $x$ と $t$ でそれぞれ微分せよ。

(1)  $y = x^2 + xt^2 + t^3$  (2)  $y = e^{-xt} \sin 2t$

1-12

次の式で $\frac{dy}{dx}$ を求めよ。

(1)  $x^2 + y^2 = 4$  (2)  $x^2 + xy + y^2 = 4$  (3)  $x = \sin y \left(-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\right)$

1-13

媒介変数 $t$ で表された次の曲線について、 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ。

$$\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$$

## 第2,3講 積分計算

2-1

$$(1) \int \frac{(x+1)^2}{x^2} dx \quad (2) \int \frac{x-2}{\sqrt{x}} dx \quad (3) \int_0^1 (e^x - 2^x) dx \quad (3) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 \sin x - \cos x) dx$$

2-2

$$(1) \int (2x+1)^{100} dx \quad (2) \int \frac{1}{3x+1} dx$$
$$(3) \int_0^1 e^{-x+1} dx \quad (4) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx \quad (5) \int_1^2 \sqrt{2x-1} dx$$

2-3

$$(1) \int \frac{x^2+4x+1}{x+3} dx \quad (2) \int \frac{1}{x^2-1} dx \quad (3) \int \frac{x^3-x^2-9x+10}{x^2-9} dx$$

2-4

$$(1) \int \sin^2 x dx \quad (2) \int \sin x \cos x \cos 2x dx \quad (3) \int_0^{\pi} \sin^4 x dx$$
$$(4) \int \sin 3x \cos 2x dx \quad (5) \int_0^{\pi} \sin mx \sin nx dx \quad (m, n \in \mathbb{N})$$

2-5

$$(1) \int \frac{2x}{x^2+1} dx \quad (2) \int \frac{x+1}{x^2+2x+2} dx \quad (3) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx$$

2-6

$$(1) \int_0^1 x\sqrt{1-x} dx \quad (2) \int \sin^2 x \cos x dx$$
$$(3) \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \sin x dx \quad (4) \int (2x+1)(x^2+x+1)^4 dx \quad (5) \int x\sqrt{4-x^2} dx$$

2-7

$$(1) \int x \sin x \, dx \quad (2) \int_0^1 x^2 e^{-x} \, dx \quad (3) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^3 \sin 2x \, dx$$

$$(4) \int \log x \, dx \quad (5) \int_0^1 \log(x+1) \, dx \quad (6) \int e^x \sin 2x \, dx$$

2-8

$$\int e^{\sqrt{x}} \, dx$$

2-9

$$(1) \int_0^2 \sqrt{4-x^2} \, dx \quad (2) \int_0^{2\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{16-x^2}} \, dx \quad (3) \int_0^3 \frac{1}{x^2+3} \, dx$$

2-10

$$(1) \int \frac{1}{x-1} \, dx \quad (2) \int \frac{1}{x^2-1} \, dx \quad (3) \int_0^1 \frac{1}{x^2+1} \, dx \quad (4) \int_0^1 \frac{x}{x^2+1} \, dx$$

2-11

$$(1) \int \sin^2 x \, dx \quad (2) \int \sin^3 x \, dx \quad (3) \int \sin^2 x \cos^3 x \, dx \quad (4) \int \frac{1}{\sin x} \, dx$$

2-12

$$(1) \int_0^1 \sqrt{1-x} \, dx \quad (2) \int_0^1 x\sqrt{1-x} \, dx \quad (3) \int_0^1 \sqrt{1-x^2} \, dx \quad (4) \int_0^1 x\sqrt{1-x^2} \, dx \quad (5) \int_0^1 x^2\sqrt{1-x^2} \, dx$$

2-13

$n \in \mathbb{N}$  とし、 $a_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx$  とする。

(1)  $a_1, a_2$  を求めよ。

(2)  $n \geq 3$  のとき、 $a_n = \frac{n-1}{n} a_{n-2}$  を示せ。

(3)  $a_6, a_7$  を求めよ。