



論理と計算

第13回

高次推論：帰納推論の発展

担当：尾崎 知伸

ozaki.tomonobu@nihon-u.ac.jp

講義予定

※一部変更（前倒し）になる可能性があります

09/22	01. オリエンテーション と 論理を用いた問題解決の概要
09/29	02. 命題論理：構文・意味・解釈
10/06	03. 命題論理：推論
10/13	04. 命題論理：充足可能性問題
10/20	05. 命題論理：振り返りと演習（課題学習）
10/27	06. 述語論理：構文・意味・解釈
11/03	07. 述語論理：推論 ※文化の日，文理学部授業日
11/10	08. 述語論理：論理プログラムの基礎
11/17	09. 述語論理：論理プログラムの発展
11/24	10. 述語論理：振り返りと演習（課題学習）
12/01	11. 高次推論：発想推論
12/08	12. 高次推論：帰納推論の基礎
12/15	13. 高次推論：帰納推論の発展
12/22	14. 高次推論：振り返りと演習（課題学習）
01/19	15. まとめと発展的話題

目次：今回の授業の内容

- 標準論理プログラムを対象とした帰納推論
 - 概要
 - いくつかの問題設定
 - Cautious Induction / Brave Induction / Induction of Stable Models
- ILASP (Inductive Learning of Answer Set Programs)
 - 問題設定(learning from Answer Sets)
 - 学習アルゴリズム
- ILASPシステム
 - 問題設定の拡張
 - 問題の与え方（言語バイアス）
 - 例題

標準論理プログラムの帰納推論

準備：標準論理プログラムの伴意と帰納推論の問題設定

- 標準論理プログラム P は、複数の安定モデル（解集合）を持つ。
 - $AS(P)$: プログラム P の安定モデル（解集合）の全体集合
- 基礎原子式（基礎アトム） e に対する 2 種類の伴意関係
 - Cautious Entailment : すべての解集合（安定モデル）が e を含む
$$P \models_c e \Leftrightarrow \forall A \in AP(P)[e \in A]$$
 - Brave Entailment : e を含む解集合（安定モデル）が存在する
$$P \models_b e \Leftrightarrow \exists A \in AP(P)[e \in A]$$
- 標準論理プログラムの帰納推論に関する問題設定（論理設定）の例
 - Cautious Induction
 - Brave Induction
 - Induction of Stable Models
 - Learning from Answer Sets
- 帰納推論実現に必要なこと
 - 問題の形式的な表現：BKは標準論理，正事例・負事例は？
 - 被覆（仮説によって事例が説明されるか否か）のチェック
 - パターンの生成：今回は明示的に与えます
 - パターンの評価：仮説長（基数制約の扱いに注意）など

例：

$$P = \{ 1 \{ p ; q \} 2 :- r., \\ r., \\ :- \text{not } p, r. \}$$
$$AS(P) = \{ \{r,p\}, \{r, p, q\} \}$$
$$P \models_c r$$
$$P \models_c p$$
$$P \models_b q$$

Cautious Induction ・ Brave Induction

Cautious Inductionの論理設定

Cautious Induction：条件が厳しすぎる場合がある
Brave Induction：制約が学習できない場合がある

- 入力：

- B ：背景知識, S_M ：仮説空間（ルール集合）
- E^+ ：正例集合（基礎アトム）, E^- ：負例集合（基礎アトム）

背景知識, 仮説はNLP
事例は基礎アトム

- 出力：以下の条件を満たす仮説 H

- $H \subseteq S_M$... H はルール集合
- $AS(B \cup H) \neq \{\}$... B と併せたときに解集合を持つ
- $\forall A \in AP(B \cup H)[E^+ \subseteq A, E^- \cap A = \{\}]$
... すべての解集合は正例集合を含み, 負例を含まない

事前に与えた仮説空間から
条件に合う部分集合を獲得
※仮説はルールの集合

- Brave Inductionの論理設定

解集合に含まれる = 被覆される（説明される）

- 入力：Cautious Inductionと同じ

- 出力：以下の条件を満たす仮説 H

- $H \subseteq S_M$... H は仮説集合の部分集合
- $\exists A \in AP(B \cup H)[E^+ \subseteq A, E^- \cap A = \{\}]$
... 正例集合を含み, 負例を含まない解集合が存在する

Cautiousでは解集合の全部が条件を満たす
Braveでは解集合の一つが条件を満たす

$$B = \{ \text{bird}(X):- \text{penguin}(X). \quad \text{bird}(X):- \text{sparrow}(X). \\ \text{penguin}(\text{penguin}). \quad \text{sparrow}(\text{sparrow}). \}$$
$$E_+ = \{ \text{flies(sparrow)} \}$$
$$E^- = \{ \text{flies}(\text{penguin}) \}$$

```
SM = {
  h1 .. flies(X):- bird(X).
  h2 .. flies(X):- bird(X), not penguin(X).
  h3 .. 0{ flies(X) }1 :- bird(X).
  h4 .. 0{ flies(X) }1 :- bird(X), not penguin(X).
}
```

基本：

事例に現れる述語を頭部に、
背景知識に現れる述語を本体部に
持つルールを考える

{ h1, h2, h3, h4 }の部分集合が仮説の候補
以下では，4候補のみを示す

$$A = \{ \text{bird}(\text{penguin}), \text{bird}(\text{sparrow}), \text{penguin}(\text{penguin}), \text{sparrow}(\text{sparrow}) \}$$
$$AS(B) = \{ A \}$$

仮説 {h1} : $AS(B \cup \{h1\}) = \{ \{ \text{flies(penguin)}, \text{flies(sparrow)} \} \cup A \} \rightarrow \times$ (解ではない)

仮説{h2} : $AS(B \cup \{h2\}) = \{ \{ \text{flies(sparrow)} \} \cup A \} \rightarrow \{ \text{cautious, brave} \}$ inductionの解

仮説{h3} : $AS(B \cup \{h3\}) = \{ \mathbf{A}, \{ \text{flies(sparrow)} \} \cup A, \{ \text{flies(penguin)} \} \cup A, \{ \text{flies(sparrow)}, \text{flies(penguin)} \} \cup A \} \rightarrow$ brave inductionの解

仮説{h4} : $AS(B \cup \{h4\}) = \{ \text{A}, \{flies(sparrow)\} \cup A \} \rightarrow$ brave inductionの解

Induction of stable models

解釈：プログラムを真にするアトム集合

e^{inc} ：解釈に含まれるべきアトムの集合

e^{exc} ：解釈に含まれるべきではないアトムの集合

- 部分解釈 $e = \langle e^{inc}, e^{exc} \rangle$ 背景知識，仮説はNLP
事例は部分解釈
- 解釈 I が条件 $[e^{inc} \subseteq I, e^{exc} \cap I = \{\}]$ を満たすとき， I は e を拡大する（満たす）という

Induction of stable modelの論理設定

- 入力：
 - B ：背景知識， S_M ：仮説空間（ルール集合）
 - E ：部分解釈の集合
- 出力：以下の条件を満たす仮説 H
 - $H \subseteq S_M$... H はルール集合
 - $\forall \langle e^{inc}, e^{exc} \rangle \in E, \exists A \in AP(B \cup H) [e^{inc} \subseteq A, e^{exc} \cap A = \{\}]$
... 事例である各部分解釈に対し，それぞれ，それを拡大する（ある）解集合が存在する
- Brave Inductionとの違いに注意
 - Brave Induction：ある一つの解集合が，すべての事例を説明する ($\exists \forall$)
 - Induction of stable models：事例毎に，それを拡張する解集合は異なっても良い ($\forall \exists$)

※Brave Inductionは，

$E = \{e\}$, $e = \langle e^{inc} = E^+, e^{exc} = E^- \rangle$ とする
Induction of stable models の特殊なケース

Induction of stable models は
Brave Inductionの一般化

しかし，制約の学習ができない場合も．．


```

B = {      } #背景知識なし
E = {
  e1 = <{p}, {q}>, #pはモデルに含まれる, qはモデルに含まれない
  e2 = <{q}, {p}>  #qはモデルに含まれる, pはモデルに含まれない
}

SM = {
  h1 .. p :- not q.
  h2 .. q :- not p.
}

```

{ h1, h2 }の部分集合が仮説の候補



$AS(B \cup \{h1\}) = \{ \{ p \} \} \rightarrow \times (\{ p \} \text{ extends } e1, \text{ but not } e2)$

$AS(B \cup \{h2\}) = \{ \{ q \} \} \rightarrow \times (\{ q \} \text{ extends } e2, \text{ but not } e1)$

$AS(B \cup \{h1, h2\}) = \{ \{ p \}, \{ q \} \} \rightarrow \circ (\{ p \} \text{ extends } e1, \text{ and } \{ q \} \text{ extends } e2)$



解は, $\{h1, h2\} = \{ p :- not q., q :- not p. \}$

Inductive Learning of Answer Set Programs

Learning from Answer Sets

Learning from Answer Setsの論理設定

Induction of Stable Models に
負事例を追加

• 入力：

- B ：背景知識, S_M ：仮説空間（ルール集合）, 背景知識, 仮説はNLP
事例は部分解釈
- E^+ ：部分解釈の集合, E^- ：部分解釈の集合

• 出力：以下の条件を満たす仮説H

- $H \subseteq S_M$... Hはルール集合
- $\forall \langle e^{inc}, e^{exc} \rangle \in E^+, \exists A \in AP(B \cup H) [e^{inc} \subseteq A, e^{exc} \cap A = \{\}]$
... 各正事例（部分解釈）に対し, それぞれそれを拡大する解集合が存在する
- $\forall \langle e^{inc}, e^{exc} \rangle \in E^-, \nexists A \in AP(B \cup H) [e^{inc} \subseteq A, e^{exc} \cap A = \{\}]$
... 各負事例（部分解釈）に対し, それを拡大する解集合が存在しない

• Learning from Answer Sets \doteq Cautious Induction + Brave Induction

- 正事例は, bravely entailed
- 負事例は, その否定がcautiously entailed

```

B = { p :- r. }
E+ = {
  e1 = <{p}, {q}>, #pはモデルに含まれる, qはモデルに含まれない
  e2 = <{q}, {p}> #qはモデルに含まれる, pはモデルに含まれない
}
E- = {
  e3 = <{ }, { p,q }>,
  e4 = <{ p,q }, { }>
}
SM = {
  h1 .. q :- not r.
  h2 .. r :- not q.
}

```

{ h1, h2 }の部分集合が仮説の候補



$AS(B \cup \{h1\}) = \{ \{ q \} \} \rightarrow \times (\{ q \} \text{ extends } e2, \text{ but not } e2, e3, e4)$

$AS(B \cup \{h2\}) = \{ \{ r, p \} \} \rightarrow \times (\{ r, p \} \text{ extends } e1, \text{ but not } e1, e3, e4)$

$AS(B \cup \{h1, h2\}) = \{ \{ r, p \}, \{ q \} \} \rightarrow \bigcirc (\{ r, p \} \text{ extends } e1, \text{ but not } e2, e3, e4$
 $\{ q \} \text{ extends } e2, \text{ but not } e2, e3, e4)$



解は, $\{h1, h2\} = \{ q :- \text{not } r., r :- \text{not } q. \}$

仮説の評価

- 条件を満たす仮説（ルール集合）は複数考えられる
 - 何らかの順位付けが必要
 - 記述長最小原理（Minimum Description Length Principle）≡ 短い方が良い
- Inductive Learning of Answer Set Programs における仮説長
 - 仮説（=ルール集合）を構成するリテラル数 = 各ルールを構成するリテラル数の総和
 - 仮説 $\{ q :- \text{not } r., r :- \text{not } q. \}$ の仮説長 $\rightarrow 2+2=4$

$$q :- \text{not } r. \rightarrow 2$$

$$r :- \text{not } q. \rightarrow 2$$
- 注意：チョイスルール（基数制約）の扱い
 - 展開してからリテラル数を数える
 - $1 \{ p ; q \} 1. \rightarrow (p \wedge \text{not } q) \vee (\text{not } p \wedge q) \rightarrow 4$
 - $0 \{ p ; q \} 2. \rightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge \text{not } q) \vee (\text{not } p \wedge q) \vee (\text{not } p \wedge \text{not } q) \rightarrow 8$

仮説の導出

- Positive Solution : 背景知識と共に各正事例を説明する仮説 (ルール集合)
 - 条件 $\forall \langle e^{inc}, e^{exc} \rangle \in E^+, \exists A \in AP(B \cup H)[e^{inc} \subseteq A, e^{exc} \cap A = \{\}]$ を満たすH
- Violating Solution : Positive Solutionのうち, 負事例も説明してしまう仮説 (ルール集合)
 - 条件 $\forall \langle e^{inc}, e^{exc} \rangle \in E^+, \exists A \in AP(B \cup H)[e^{inc} \subseteq A, e^{exc} \cap A = \{\}]$
 $\wedge \exists \langle e^{inc}, e^{exc} \rangle \in E^-, \exists A \in AP(B \cup H)[e^{inc} \subseteq A, e^{exc} \cap A = \{\}]$ を満たすH
- タスク $T = \langle B, S_M, E^+, E^- \rangle$ に対し,
 Positive Solutionの集合を $pos_sol(T)$, Violating Solutionの集合を $vio_sol(T)$ と表記
 - 求めるべき仮説 H^* は, $pos_sol(T) \setminus vio_sol(T)$ の中で記述長が最小のもの
- ナイーブな方法: 仮説空間 (ルール集合) S_M のべき集合を一つずつ調べる
 - べき集合のサイズは $2^{|S_M|}$ なので, 非現実的
- ILASPのアプローチ
 - 帰納推論の問題を, 解集合プログラムへ変換する (clingoに解いてもらう!)
 - 背景知識, 仮説, 事例のそれぞれを解集合プログラムへ変換 次ページ参照
 - メタなアプローチ
 - 仮説長を指定し, 条件に合うルール集合を獲得 (指定する仮説長を徐々に長くする)
 - Cf: Cover-set Algorithm (separate and conquer) は, 一つずつルールを導出する

解集合プログラムへの変換

$$\begin{aligned} B &= \{ q :- r. \} \\ E^+ &= \{ \langle \{p, q\}, \{r, s\} \rangle, \langle \{q\}, \{\} \rangle \} \\ E^- &= \{ \langle \{p\}, \{q, t\} \rangle \} \\ SM &= \{ p., \quad q :- r, \text{not } s. \} \end{aligned}$$

- B, S_M, E^+, E^- をそれぞれ変換する (meta変換)
- $T = \langle B, S_M, E^+, E^- \rangle$ に対し, 変換で得られるルール集合を T_{meta}^n と表記する.
- 背景知識の変換
 - 各ルールに対し, ルール中の各アトム A を $e(A, X)$ に置き換え, 本体部に $ex(X)$ を追加したルールを生成
 - 変換後: $e(q, X) :- e(r, X), ex(X).$
- 仮説空間の変換
 - 識別子 id を持つルールに対し,
ルール中の各アトム A を $e(A, X)$ に置き換え,
本体部に $active(id)$ 及び $ex(X)$ を追加したルールを生成
 - 識別子 id を持つルール R に対し, その長さ $|R|$ を表すファクト $length(id, |R|)$ を生成
 - 変換後: $\{ e(p, X) :- active(h1), ex(X)., \quad length(h1, 1)., \\ e(q, X) :- e(r, X), \text{not } e(s, X), active(h2), ex(X)., length(h2, 3). \}$
- 仮説長を n に限定するための補助ルールを生成
 $n \# \text{sum} \{ active(R) = X : length(R, X) \} n.$ ※ASP実行時に n を指定する

※それぞれの変換の意味・意図・正当性を考えてみよう

$B = \{ q :- r. \}$ $E+ = \{ \langle \{p, q\}, \{r, s\} \rangle, \langle \{q\}, \{\} \rangle \}$ $E- = \{ \langle \{p\}, \{q, t\} \rangle \}$ $SM = \{ p., \quad q :- r, \text{not } s. \}$

- 正事例の変換

- 識別子がidである各正事例 $\langle e^{inc}, e^{exc} \rangle$ に対し、
以下の3ルールを生成
- ルール1: $ex(id)$
- ルール2: $:- \text{not covered}(id).$
- ルール3: 頭部は $covered(id)$, 本体部は e^{inc} 中の各アトムAに対する $e(A, id)$ と e^{exc} 中の各アトムBに対する $not\ e(B, id)$ の連言
- 変換後: $\{ ex(pos1).,$
 $:- \text{not covered}(pos1).,$
 $covered(pos1):- e(p, pos1), e(q, pos1), not\ e(r, pos1), not\ e(s, pos1).,$
 $ex(pos2).,$
 $:- \text{not covered}(pos2).,$
 $covered(pos2):- e(q, pos2). \}$

- 負事例の変換

- 各負事例 $\langle e^{inc}, e^{exc} \rangle$ に対し、以下の1ルールを生成
- ルール1: 頭部は $violating$, 本体部は e^{inc} 中の各アトムAに対する $e(A, neg)$ と e^{exc} 中の各アトムBに対する $not\ e(B, neg)$ の連言 (※事例の識別子ではなくすべてneg)
- 変換後: $\{ violating :- e(p, neg), not\ e(q, neg), not\ e(t, neg). \}$

※それぞれの変換の意味・意図・正当性を考えてみよう

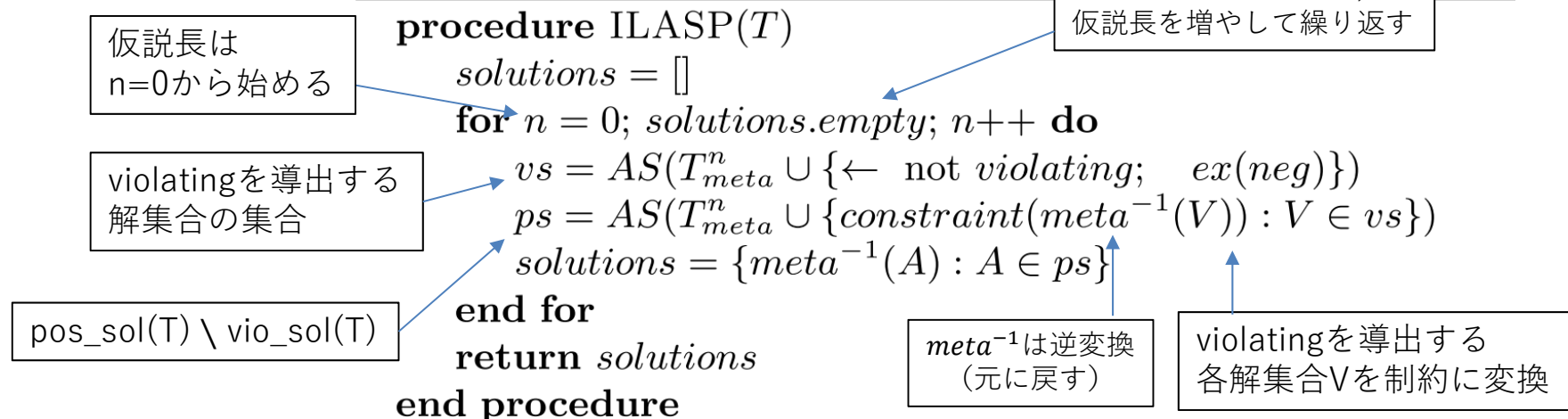
アルゴリズム ILASP

- タスク $T = \langle B, S_M, E^+, E^- \rangle$ に対し,
Positive Solutionの集合を $\text{pos_sol}(T)$, Violating Solutionの集合を $\text{vio_sol}(T)$ と表記
 - 求めるべき仮説 H^* は, $\text{pos_sol}(T) \setminus \text{vio_sol}(T)$ の中で記述長が最小のもの
- まず仮説長 n の $\text{vio_sol}(T)$ を算出: $T_{meta}^n \cup \{:-not\ violating., ex(neg).\}$ の解集合を計算
 - その解集合を制約として, $\text{pos_sol}(T) \setminus \text{vio_sol}(T)$ を計算
 - 制約: "各"解集合 $\{ \text{active}(h_1^i), \dots, \text{active}(h_n^i) \}$ に対して,

制約 $:- \text{active}(h_1^i), \dots, \text{active}(h_n^i).$ を準備
- T_{meta}^n と制約から得られる解集合が $\text{pos_sol}(T) \setminus \text{vio_sol}(T)$

※ T_{meta}^n は, 各 B, S_M, E^+, E^- の変換の集合 (連言)

Algorithm 1. ILASP



ILASPシステム

ILASP : Inductive Learning of Answer Set Programs

- <http://www.ilasp.com/>
- 種々の応用：一般ゲーム / 文法学習 / 強化学習
- 論理設定の拡張
 - 各事例に対する背景知識
 - ノイズの許容（事例に対するpenalty）
 - 弱い制約の学習（選好学習）と順序事例 など
- 各事例に対する背景知識
 - $\langle e^{inc}, e^{exc} \rangle$ を $\langle e^{inc}, e^{exc}, e^{ctx} \rangle$ に拡張. e^{ctx} は、弱い制約を含まない解集合プログラム
 - 背景知識Bだけでなく、 e^{ctx} と併せたときの解集合を考える
 - $\forall \langle e^{inc}, e^{exc}, e^{ctx} \rangle \in E^+, \exists A \in AP(B \cup H \cup e^{ctx}) [e^{inc} \subseteq A, e^{exc} \cap A = \{\}]$
 - $\forall \langle e^{inc}, e^{exc}, e^{ctx} \rangle \in E^-, \nexists A \in AP(B \cup H \cup e^{ctx}) [e^{inc} \subseteq A, e^{exc} \cap A = \{\}]$
 - ノイズの許容（事例に対するpenalty）
 - 各事例に対して、ペナルティ値を設定
 - 「仮説長 + コスト」を最小化する仮説の導出
 - コスト = 条件を満たさない事例に付与されたペナルティの総和
- ※余力があったら、これらを考慮した場合のmeta変換（ASPへの変換）を考えてみよう

e^{inc}, e^{exc} : アトム集合の対
 e^{ctx} : 解集合プログラム

背景知識・事例の与え方

- 背景知識：ASPの形式で与える
- 正事例 $\langle e^{inc}, e^{exc}, e^{ctx} \rangle : \#pos(e^{inc}, e^{exc}, e^{ctx})$.
- 負事例 $\langle e^{inc}, e^{exc}, e^{ctx} \rangle : \#neg(e^{inc}, e^{exc}, e^{ctx})$.
 - e^{inc} と e^{exc} は, {要素1, 要素2, ..., 要素n} ※各要素をカンマで区切り, {} で囲む
 - e^{ctx} は, {プログラム} ※{}の中にプログラムを書く

```
cell((1..4,1..4)).
```

```
block((X, Y), tl) :- cell((X, Y)), X < 3, Y < 3.
block((X, Y), tr) :- cell((X, Y)), X > 2, Y < 3.
block((X, Y), bl) :- cell((X, Y)), X < 3, Y > 2.
block((X, Y), br) :- cell((X, Y)), X > 2, Y > 2.
```

```
same_row((X1,Y),(X2,Y)) :- X1 != X2, cell((X1,Y)), cell((X2, Y)).
same_col((X,Y1),(X,Y2)) :- Y1 != Y2, cell((X,Y1)), cell((X, Y2)).
same_block(C1,C2) :- block(C1, B), block(C2, B), C1 != C2.
```

```
#pos({
  value((1, 1), 1),
  value((1, 2), 2),
  value((1, 3), 3),
  value((1, 4), 4),
  value((2, 3), 2)
}, {
  value((1, 1), 2),
  value((1, 1), 3),
  value((1, 1), 4)
}, {
})
```

正事例

```
% This positive examples says that there should be at
% least one answer set of B union H which represents a
% board extending the partial board:
```

```
%
%      #-----#-----#
%      | 1 : 2 | 3 : 4 |
%      | - + - | - + - |
%      |   :   | 2 :   |
%      #-----#-----#
%      |   :   |   :   |
%      | - + - | - + - |
%      |   :   |   :   |
%      #-----#-----#
```

such that the first cell
does not also contain a
value other than 1.

```
#neg({ value((1, 1), 1), value((1, 3), 1) }, { }, { }).
#neg({ value((1, 1), 1), value((3, 1), 1) }, { }, { }).
#neg({ value((1, 1), 1), value((2, 2), 1) }, { }, { }).
```

負事例

数字1..4を使ったミニ数独の例

背景知識

ハミルトン閉路を持つか否か？
背景知識はグラフそのもの
 e^{inc} , e^{exc} は空集合

```
#neg({}, {}, {node(1..3) .
    edge(1,1) . edge(1,3) . edge(2,2) . edge(2,3) . edge(3,1) .
    }) .
#neg({}, {}, {node(1..3) .
    edge(1,1) . edge(1,2) . edge(3,1) . edge(3,2) . edge(3,3) .
    }) .
#neg({}, {}, {node(1..3) .
    edge(1,1) . edge(1,2) . edge(1,3) . edge(2,2) . edge(2,3) .
    }) .
#neg({}, {}, {node(1..4) .
    edge(1,1) . edge(1,2) . edge(2,1) . edge(2,2) . edge(2,4) . edge(3,2) .
    edge(3,3) . edge(3,4) . edge(4,1) . edge(4,4) .
    }) .
#neg({}, {}, {node(1..3) .
    edge(2,3) . edge(3,1) . edge(3,2) .
    }) .

#pos({}, {}, {node(1..3) .
    edge(1,1) . edge(1,2) . edge(1,3) . edge(2,1) . edge(3,1) . edge(3,2) .
    }) .
#pos({}, {}, {node(1..2) .
    edge(1,2) . edge(2,1) . edge(2,2) .
    }) .
#pos({}, {}, {node(1..4) .
    edge(1,3) . edge(1,4) . edge(2,1) . edge(2,3) . edge(3,1) . edge(3,2) .
    edge(3,3) . edge(4,1) . edge(4,2) .
    }) .
#pos({}, {}, {node(1..3) .
    edge(1,1) . edge(1,3) . edge(2,1) . edge(2,2) . edge(2,3) . edge(3,2) .
    }) .
#pos({}, {}, {node(1..4) .
    edge(1,2) . edge(2,1) . edge(2,3) . edge(2,4) . edge(3,2) . edge(3,4) .
    edge(4,1) . edge(4,2) . edge(4,4) .
    }) .
```

仮説空間・言語バイアスの指定：方法 1

- 形式「*Length* ~ 仮説.」の形式で、候補となる仮説を列挙する.
 - 1 ~ :- edge(V0, V0).
 - 1 ~ :- edge(V0, V1).
 - 1 ~ :- in(1,V0).
 - 1 ~ :- in(V0,V1).
 - 1 ~ :- reach(V0).
 - 2 ~ reach(V0) :- in(1,V0).
 - 2 ~ reach(V0) :- in(V0,V1).
 - 2 ~ reach(V1) :- in(V0,V1).
 - 3 ~ 0 {in(V0,V0) } 1 :- edge(V0, V0).
 - 3 ~ 0 {in(V0,V0) } 1 :- edge(V0, V1).
 - 3 ~ reach(V2) :- in(V0,V1), in(V0,V2).
 - 3 ~ reach(V2) :- in(V0,V1), in(V1,V2).

仮説空間・言語バイアスの指定：方法 2

- 頭部リテラル： `#modeh(literal(arg1, ..., argn))`.
- 本体部リテラル： `#modeb(literal(arg1, ..., argn))`.
- 集約頭部リテラル（チョイスルール）： `#modeha(literal(arg1, ..., argn))`.
 - `#minhl(Min)`：頭部リテラルの最小数をMinにする
 - `#maxhl(Max)`：頭部リテラルの最大数をMaxにする
- 一貫性制約の本体部リテラル： `#modec(literal(arg1, ..., argn))`.
- `argN = var(type) | const(type)`
- ※モード宣言は、第一引数にrecall数（各ルールにおける出現数上限）を取ることもある
- ※モード宣言は、第三引数にオプションを取ることもある
 - オプションの例1： `(positive)`を指定すると、`not literal(..)`は生成されない
 - オプションの例2：引数2の述語に対してのみ有効. `(anti_reflexive)`を指定すると、同じ引数を取ることはなくなる
- type宣言(constant宣言)： `#constant(type, 値)`.
- 頭部に複数の変数が現れることを許さない. `#disallow_multiple_head_variables`.

```
#modeha(value(var(cell),const(number))).

#modeb(2,value(var(cell),var(val))).
#modeb(1,same_row(var(cell),var(cell)),(anti_reflexive)).
#modeb(1,same_block(var(cell),var(cell)),(anti_reflexive)).
#modeb(1,same_col(var(cell),var(cell)),(anti_reflexive)).
#modeb(1,cell(var(cell))).

#constant(number,1).
#constant(number,2).
#constant(number,3).
#constant(number,4).

#minhl(4).
#maxhl(4).
#disallow_multiple_head_variables.
```



得られる仮説 ※本体部の ";"は、論理的には","の意味

```
:- same_block(V1,V2); value(V1,V3); value(V2,V3).
:- same_row(V1,V2); value(V1,V3); value(V2,V3).
:- same_col(V1,V2); value(V1,V3); value(V2,V3).
1 {value(V1,1);value(V1,2);value(V1,3);value(V1,4)} 1 :- same_row(V2,V1).
```


ILASPの実行

- 基本： % ilasp --version=4 ファイル1, ..., ファイルn
 - 実行例 1： % ilasp --version=4 sudoku.las
 - 実行例 2： % ilasp --version=4 hamiltonX.las hamiltonY.las
- 仮説空間の確認： %ilasp -sファイル1, ..., ファイルn
 - 仮説空間が表示されます。流れてしまうので、 less などを受けましょう
 - 学習前に、(wc コマンドで) 仮説空間の大きさを確認しよう（大きいと終わりません！）
- 実行時オプション
 - 詳細は ilasp --helpで確認（こちらでも流れてしまうので、 lessなどで受けましょう）
 - -nc：探索空間からの制約の排除
 - -na：探索空間からのチョイスの排除
 - -ml=[integer]：各節の本体部リテラル数上限（default 3）
 - --max-rule-length=[integer]：各節に含まれるリテラル数の上限（default 5）
- 実行例 3： %ilasp --version=4 -nc animalB.las
- 例題を確認してみよう
 - ハミルトン閉路： hamiltonX.las, hamiltonY.las
 - 数独： sudoku.las
 - 動物分類： animalB.las

参考：動物分類の元データ

	授乳	鰓	体表	足	恒温	産卵	住処	カテゴリ
dog	yes	no	hair	4	yes	no	land	mammal
dolphin	yes	no	none	0	yes	no	water	mammal
platypus	yes	no	hair	2	yes	yes	water	mammal
bat	yes	no	hair	2	yes	no	air	mammal
trout	no	yes	scale	0	no	yes	water	fish
herring	no	yes	scale	0	no	yes	water	fish
shark	no	yes	none	0	no	yes	water	fish
eel	no	yes	none	0	no	yes	water	fish
lizard	no	no	scale	4	no	yes	land	reptile
crocodile	no	no	scale	4	no	yes	water	reptile
t_rex	no	no	scale	4	no	yes	land	reptile
turtle	no	no	scale	4	no	yes	water	reptile
snake	no	no	scale	0	no	yes	land	reptile
eagle	no	no	feathers	2	yes	yes	air	bird
ostrich	no	no	feathers	2	yes	yes	land	bird
penguin	no	no	feathers	2	yes	yes	water	bird