

論理と計算：第 06 回演習問題

5419045 高林秀

- Latex を用いて作成し，PDF 形式で提出してください

1. 一階述語論理における文の定義を，日本語で説明しなさい（講義資料中の BNF による表記を日本語で説明してください）.

■解答 一階述語論理における文は、「原子文」、「複合文」と呼ばれる構成要素からなる。

原子文は true または false または小文字から始まる文字列で構成される「述語記号」または、述語記号に関数記号が付与され、その中に「項」と呼ばれるものが入力されている「述語」または、2つの項同士が等しいとする書き方がこれに該当する。項は、小文字から始まる文字列または数値である「定数」または、大文字で始まる文字列である「定数」または、関数記号の中に項が複数入る場合が該当する。複合文は文にそれぞれ、否定記号がついた「否定文」または、連言記号がつき文同士を連結した「連言文」または、選言記号がつき文同士を連結した「選言文」または、含意記号がつき文同士を連結した「含意文」または、同値記号がつき文同士を連結した「同値文」または、「限量子」が付与された変数の後に文が続いたもの、が該当する。限量子は \forall や \exists からなる記号のことである。

2. 以下の各述語論理式の意図を示しなさい。なお， $\text{love}(X,Y)$ の解釈を「X が Y を愛する」とする。

- (a) $\forall X \forall Y \text{love}(X,Y)$
- (b) $\forall X \exists Y \text{love}(X,Y)$
- (c) $\exists X \forall Y \text{love}(X,Y)$
- (d) $\exists X \exists Y \text{love}(X,Y)$

■解答

- (a) 誰もが誰か関係なく（すべてを）愛する。
- (b) 誰もが誰かを愛する。
- (c) 誰かが誰か関係なく（すべてを）愛する。
- (d) 誰かが誰かを愛する。

3. 「すべての人間はそれぞれ心臓を持っている」を述語論理式で表現しなさい。なお述語記号， $\text{human}(X)$: X は人間である， $\text{heart}(X)$: X は心臓である， $\text{has}(X,Y)$: X は Y を持っている，を用いること。

■解答 $\forall X \exists Y (\text{human}(X) \Rightarrow \text{has}(X,Y), \text{heart}(Y))$

4. $\forall X ((p(X) \wedge q(X)) \Rightarrow r(X))$ から \forall を除去しなさい (\exists を使って書き換えなさい)。

■解答 $\neg \exists X(p(X) \wedge q(X) \wedge \neg r(X))$

5. 文 $\gamma = \forall X, Y, Z (win(X, Y) \wedge win(Y, Z) \Rightarrow win(Z, X))$ が, 恒真, 恒偽, 充足可能のいずれかを判定したい. どの様にしたらよいか? なお, 領域や定数記号の対応に関しては, 以下のとおりとする

- 領域 $D = \{ \text{グー}, \text{チョキ}, \text{パー} \}$
- 定数記号: $r(\text{ock}), p(\text{aper}), s(\text{issors})$ の対応: $r \rightarrow \text{グー}, p \rightarrow \text{パー}, s \rightarrow \text{チョキ}$
- 関数記号: なし
- 述語記号: $win(X, Y)$.. ジャンケンにおいて, 手 X は手 Y に勝つ

6. 質問・コメント等がありましたらご記入ください (採点対象外です).