

2022年度京大数学（文系）の問題

tt0801

2025年1月11日

1 大問1

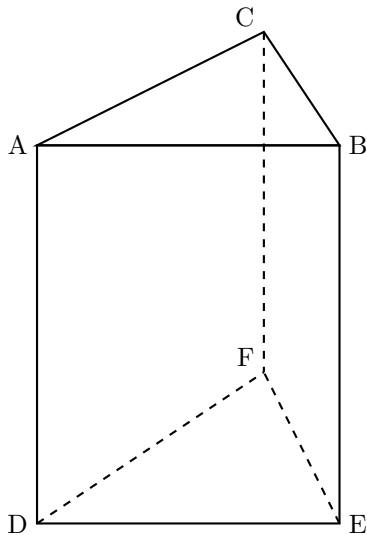
$5.4 < \log_4 2022 < 5.5$ であることを示せ。ただし、 $0.301 < \log_{10} 2 < 0.3011$ であることは用いてよい。

2 大問2

下図の三角柱 $ABC - DEF$ において、 A を始点として、辺に沿って頂点を n 回移動する。すなわち、この移動経路

$$P_0 \rightarrow P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow \cdots \rightarrow P_{n-1} \rightarrow P_n \quad (\text{ただし } P_0 = A)$$

において、 $P_0P_1, P_1P_2, \dots, P_{n-1}P_n$ はすべて辺であるとする。また、同じ頂点を何度通ってもよいものとする。このような移動経路で、終点 P_n が A, B, C のいずれかとなるものの総数 a_n を求めよ。



3 大問3

xy 平面上の2直線 L_1, L_2 は直交し、交点の x 座標は $\frac{3}{2}$ である。また、 L_1, L_2 はともに曲線 $C: y = \frac{x^2}{4}$ に接している。このとき、 L_1, L_2 および C で囲まれる図形の面積を求めよ。

4 大問 4

a, b を正の実数とする. 直線 $L: ax + by = 1$ と曲線 $y = -\frac{1}{x}$ との 2 つの交点のうち, y 座標が正のものを P , 負のものを Q とする. また, L と x 軸の交点を R とし, L と y 軸の交点を S とする. a, b が条件

$$\frac{PQ}{RS} = \sqrt{2}$$

を満たしながら動くとき, 線分 PQ の中点の軌跡を求めよ.

5 大問 5

四面体 $OABC$ が

$$OA = 4, OB = AB = BC = 3, OC = AC = 2\sqrt{3}$$

を満たしているとする. 点 P を辺 BC 上の点とし, $\triangle OAP$ の重心を G とする. このとき, 次の各問に答えよ.

- (1) $\overrightarrow{PG} \perp \overrightarrow{OA}$ を示せ.
- (2) P が辺 BC 上を動くとき, PG の最小値を求めよ.