

令和6年度入学試験問題 数学（文系）とその解答

tt0801

2025年1月6日

1 大問1

1.1 問題

$5.4 < \log_4 2022 < 5.5$ であることを示せ。ただし、 $0.301 < \log_{10} 2 < 0.3011$ であることは用いてよい。

1.2 解答

$$\begin{aligned}\log_4 2022 &= \frac{\log_{10} 2022}{\log_{10} 4} \\ &= \frac{\log_{10} 2 + \log_{10} 1011}{2 \log_{10} 2} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{\log_{10} 1011}{2 \log_{10} 2} \quad (= A \text{ とおく})\end{aligned}$$

である。ここで、 $\log_{10} 1011 > \log_{10} 1000 = 3$ より、

$$\begin{aligned}A &> \frac{1}{2} + \frac{3}{2 \log_{10} 2} \\ &> \frac{1}{2} + \frac{3}{2 \cdot 0.3011} \quad (\because \log_{10} 2 < 0.3011) \\ &= \frac{33011}{6022} \\ &> 5.4\end{aligned}$$

なので、 $\log_4 2022 > 5.4$ である。

また、 $\log_{10} 1011 < \log_{10} 1024 = 10 \log_{10} 2$ なので、

$$\begin{aligned}A &< \frac{1}{2} + \frac{10 \log_{10} 2}{2 \log_{10} 2} \\ &= \frac{1}{2} + 5 \\ &= 5.5\end{aligned}$$

である。よって、 $\log_4 2022 < 5.5$ となる。

以上より、 $5.4 < \log_4 2022 < 5.5$ が示された。

1.3 解説

$\log_{10} 2$ の評価式が与えられているので、 $\log_{10} 2$ を作ることを意識して式変形をする。