

# 2023年度京大数学（文系）の問題

tt0801

2025年1月24日

## 1 大問1

次の各問に答えよ.

問1  $n$  を自然数とする. 1個のさいころを  $n$  回投げるとき, 出た目の積が 5 で割り切れる確率を求めよ.

問2 次の式の分母を有理化し, 分母に 3 乗根の記号が含まれない式として表せ.

$$\frac{55}{2\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 5}$$

## 2 大問2

空間内の 4 点  $O, A, B, C$  は同一平面上にないとする. 点  $D, P, Q$  を次のように定める. 点  $D$  は  $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{OC}$  を満たし, 点  $P$  は線分  $OA$  を  $1:2$  に内分し, 点  $Q$  は線分  $OB$  の中点である. さらに, 直線  $OD$  上の点  $R$  を, 直線  $QR$  と直線  $PC$  が交点を持つように定める.

このとき, 線分  $OR$  の長さ と 線分  $RD$  の長さの比  $OR:RD$  を求めよ.

## 3 大問3

(1)  $\cos 2\theta$  と  $\cos 3\theta$  を  $\cos \theta$  の式として表せ.

(2) 半径 1 の円に内接する正五角形の一辺の長さが 1.15 より大きいか否かを理由を付けて判定せよ.

## 4 大問4

数列  $\{a_n\}$  は次の条件を満たしている.

$$a_1 = 3, \quad a_n = \frac{S_n}{n} + (n-1) \cdot 2^n \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

ただし,  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$  である. このとき, 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ.

## 5 大問 5

整式  $f(x)$  が恒等式

$$f(x) + \int_{-1}^1 (x-y)^2 f(y) dy = 2x^2 + x + \frac{5}{3}$$

を満たすとき,  $f(x)$  を求めよ.