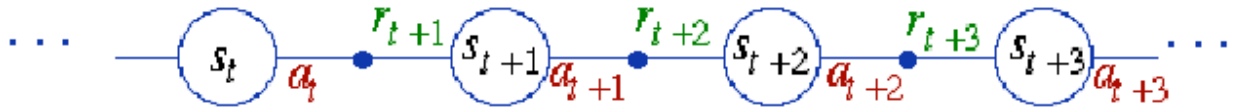
Réunion 21/06/2011

L'algorithme de l'apprentissage par renforcement

I. Les définitions de base

Dans mon stage, l'algorithme de l'apprentissage par renforcement utilisé est ***SARSA*** qui correspond à des mots anglais ***State-Action-Reward-State-Action*** et des mots français ***Etat-Action-Récompense–Etat-Action***.

Ainsi, il faut clairement montrer l'ensemble d'Etats, l'ensemble d'Actions et la formule qui calcule la valeur de récompense quand on passe de l'état S_t à l'état S_{t+1}



Pour montrer ces ensembles, d'abord on doit répondre des questions suivantes :

1) **Qu'est ce qu'un état**

   Un état noté est S qui décrit les nombres de personnes dans chaque groupes s, e, i, r par ville comme suivant :

   $$S = ((s_1,e_1,i_1,r_1),(s_2,e_2,i_2,r_2),\ldots,(s_n,e_n,i_n,r_n))$$

   Avec : n = nombre de villes

   $(s_i,e_i,i_i,r_i) \in R^4$

2) **Abstraction d'état**

   Au moment t, on a l'état S_t et ensuite on doit passer à l'état S_{t+1}

3) **Est-ce que l'on garde s, i seulement ou i seulement**

   Comme au-dessus, on définit un état qui contient quatre groupes de personnes *s, e, i, r*. Cependant, cela rend un état plus complexe. Alors, on va définir un état qui contient *s, i* seulement ou *i* seulement. Parce que, ce qui nous intéresse est les nombres de personnes sensibles et de personnes infectées.

   De plus, il est très important pour la décision « garder *s, i* seulement ou *i* seulement » parce que cela influence beaucoup le nombre d'états.

   Si on garde *i* seulement, on a un état $S_{a1}= (i_1, i_2, i_3,\ldots, i_n)$

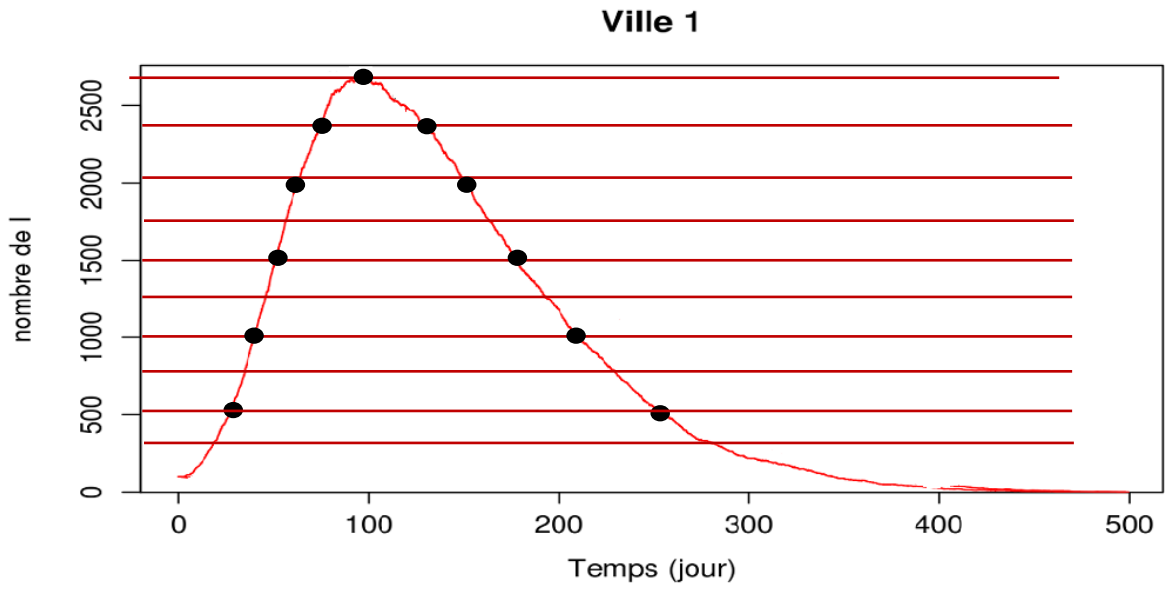
Si on garde *s, i* seulement, on a un état S_{a2}= ((s_1, i_1), (s_2, i_2), (s_3, i_3),…, (s_n,i_n)).

Alors, pour simplifier plus, d'abord on va garder i seulement.

4) Discrétiser les valeurs de s, e, i, r

Car on garde seulement les valeurs du nombre de personnes infectées, alors on va discrétiser la valeur de i.

- D'abord, on choisit le nombre de villes.
- Après, on fonctionne le programme de stage sans vaccination avec les valeurs de paramètres.
- Ensuite, on choisit une chiffre ***kDiscret*** que on va utiliser pour discrétiser la valeur de I.
- Enfin, on discrétise de façon uniforme les valeurs de I par ville, par exemple pour la première ville sans vaccination, *kDiscret* = 10, alors on récupère 10 valeurs discrètes de I. Cependant, comme on voit dans la courbe de la ville, il y a deux parties, une partie monte et l'autre descend. Ainsi, on donne une signe qui a deux symboles + ou – (+ est « *monter* », - est « *descendre* »)
- Alors, on récupère 10*2 = 20 valeurs de I qui correspondent aux valeurs de s, e, r.



Enfin, un état S au moment *t* est S_t qui est défini comme suivant :

$S_t=(I_1,signeI_1, I_2, signeI_2,\ldots, I_n, signeI_n)$

Avec I_i a *kDiscret* valeurs correspondantes

$signeI_i$ est (+ ou -)

5) Nombre d'états

D'abord, on a le nombre de villes, par exemple *nbVilles*= 3

I_i a *kDiscret* valeurs correspondantes, *kDiscret* =10

$signeI_i$ a deux symboles +/-

Alors, le nombre d'état = $(kDiscret *2)^{nbVilles}$

$= (10*2)^3$

= 8000 (états)

Pour chaque état, on a une action pour chaque ville concernant à vacciner.

6) Discrétiser les actions

- D'abord, pour l'instant on vaccine toutes les villes. Concernant le "quand" pour l'instant on choisit de vacciner à des instants précis *tstart + k * T*
  (k= 0->KMAX=INT((tmax -tstart)/T)) étant donné tstart et tmax.
- Ensuite, considérons que l'on a au départ *V* vaccins. On définit l'unité de vaccination comme étant *UV= V / KMAX*.
- Au départ *KPOS* (K possible) vaut *KMAX*.
- On va déjà pour l'instant apprendre quelles sont les stratégies optimales pour vacciner à chaque pas entre 0 et KPOS.
- Une stratégie est par exemple de faire (1, 1, 1,1,....,1)
  c.à.d. de vacciner 1 UV à chacun des KMAX temps. Une autre est de faire (KMAX, 0, 0,0,...0). Par exemple, si KMAX=3 on a

○ 0 0 3 ○ 0 1 2 ○ 0 2 1 ○ 0 3 0 ○ 1 0 2	○ 1 1 1 ○ 1 2 0 ○ 2 0 1 ○ 2 1 0 ○ 3 0 0

- Ce nombre est le nombre d'élément dont la somme des termes vaut (2KMAX-1 KMAX)
  soit (2KMAX-1)*(2KMAX-2)....(KMAX)/KMAX!=(2KMAX-1)!/KMAX*(KMAX-1)!^2
  Si KMAX=3, on a 5*4*3/3*2 =10 (élément)

- Enfin, on définit une valeur v.

$$v \in N, v \in \{0, 1, 2, \ldots, KMAX\} * UV$$

Dans un état s, les actions possibles sont :

+ pour ville 1, on vaccine v_1 personnes sensibles, S→ R ($v1 \leq S_1$, le nombre de personnes sensibles de la ville 1)

+ pour ville 2, on vaccine v_2 personnes sensibles, S→ R ($v2 \leq S_2$, le nombre de personnes sensibles de la ville 2)

….

Alors, une action a qui est décrit $a(v_1,v_2,\ldots,v_n)$

7) Combien d'action

On a le nombre de villes, par exemple *nbVilles*= 3

On a KMAX fois de vacciner, *KMAX* =5

Alors, le nombre d'action = $KMAX^{nbVilles}$

$= 5^3$

= 125 (action)

Pour chaque état, on a une action pour chaque ville concernant à vacciner

II. L'algorithme de l'apprentissage par renforcement

1. Introduction : les notations de base

- Temps discret : t = tstart + k*T
  Avec k : 0→KMAX
  T : période de vaccination
- Etats : $s_t \in S$
- Actions : $a_t \in A(s_t)$
- Récompenses : $r_t \in R(s_t)$
- L'agent : $s_t \rightarrow a_t$
- L'environnement : $(s_t,a_t) \rightarrow s_{t+1}, r_{t+1}$
- Politique : Π_t : S→ A avec l'ensemble T, R

- Fonction d'évaluation Q(s,a) (*Q* c.à.d. qualité)

2. L'algorithme de l'apprentissage par renforcement

s : état actuel

a : action actuelle

s' : état suivant

a' : action suivante

$r(t+T) = -\Delta I - \sum v_i$ (i : 1→ nbVilles)

$\Delta I = I(t+T) - I(t)$

α : taux d'apprentissage

$\alpha = \frac{1}{1+nombre\ \ visit\acute{e}s\ de\ l'\acute{e}tat}$

γ : taux discount (en anglais, discounted rate), $\gamma = 1$

ε : taux d'exploitation

Avec la probabilité (1- ε) l'action choisie a = argmax(Q(s,a))

Inversement, l'action choisie a = random (a)

En général, $\varepsilon = \frac{1}{\text{tmax}}$ ou 5%

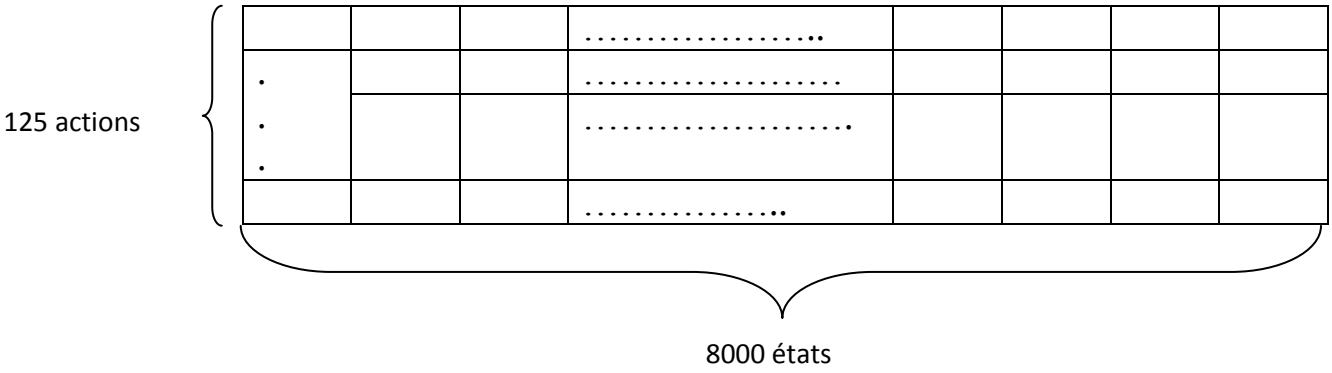
début
  Initialiser *Q(s, a)* arbitrairement.
  répéter
    pour chaque *état* initial choisi pour **faire**
      Initialiser *s*
      Choisir l'action *a* par une procédure *ε*-gloutonne dérivée des valeurs de *Q(s, a)*
      répéter
        pour chaque *étape de l'état* **faire**
          Exécuter l'action *a* ; recevoir le renforcement *r* ; et mesurer l'état suivant *s'*
          Choisir l'action *a'* à partir de *s'* en utilisant une procédure *ε*-gloutonne dérivée des valeurs de *Q (s, a)*
          $\boldsymbol{Q_{new}(s, a) \leftarrow Q_{old}(s, a) + \alpha[r + \gamma\, Q_{old}(s',a') - Q_{old}(s, a)]}$
          s ← s' ; a ← a'
        fin
      jusqu'à *s est terminal*
    fin
  jusqu'à *critère d'arrêt* (convergence suffisante)
fin

3. Résultat après l'apprentissage par renforcement

Avec le nombre de l'ensemble d'état est *nbEtat*, par exemple *nbEtat* = 8000.

Le nombre de l'ensemble d'action est *nbAction*, par exemple *nbAction* = 125

Alors, on a un dictionnaire pour les états avec chaque action ou une table 8000*125 = 1000000.


125 actions
8000 états