

TRABALHO DE GRUPO

OTIMIZAÇÃO HEURÍSTICA
2023/2024



EDUARDO PARRACHO Nº 111423
GONÇALO GIRÃO Nº 111515
MARIA FERREIRA Nº 110986
TOMÉ MARQUES Nº 110966
TURMA CDB2 - GRUPO 19

Índice

Introdução	3
Enunciado.....	4
Resolução	6
Alínea a).....	7
Alínea b).....	7
Heurística para a Alocação dos Enfermeiros.....	7
Solução Admissível.....	8
Alínea c).....	10
Alínea d).....	11
Alínea e).....	13
Proposta de Operador – Mutação por Troca.....	13
Exemplo de Aplicação.....	14
Alínea f)	15
Alínea g).....	16
Alínea h).....	18
Alínea i).....	20
Output.....	22

Introdução

Este trabalho, é proposto no âmbito da Unidade Curricular – Otimização Heurística, e tem como objetivo a aplicação de técnicas de otimização heurística para resolver um problema prático na gestão de uma clínica. O problema consiste em atribuir uma equipa de 10 enfermeiros a um conjunto de 14 procedimentos médicos, de forma a minimizar o tempo diário despendido em procedimentos. Torna-se mais complexo devido ao facto de existirem três categorias de enfermeiros que determinam quais os tipos de procedimentos que estão aptos a efetuar. Além disso, os procedimentos são efetuados durante 7 blocos ao longo do dia e por cada bloco ocorrem dois procedimentos específicos.

Para responder a este problema, foram seguidas diversas etapas até se chegar a um algoritmo genético de modo tentar encontrar a melhor solução possível face às restrições e metas propostas, possibilitando assim uma melhor gestão por parte da clínica, tanto de recursos como de tempo.

Todo o código utilizado encontra-se no ficheiro *CódigoGrupo19.ipynb*.

Enunciado

Uma clínica possui uma equipa de 10 enfermeiros (E1, E2, ..., E10) que, num dado dia de trabalho, vai participar num conjunto de 14 procedimentos médicos (P1, P2, ..., P14). Os enfermeiros dividem-se em três categorias. A descrição das categorias, bem como a distribuição dos enfermeiros pelas mesmas, encontra-se detalhada na Tabela 1.

Categoria	Descrição	Membros
1	Enfermeiro	E1, E2, E3, E4
2	Enfermeiro Especialista	E5, E6, E7, E8
3	Enfermeiro Gestor	E9, E10

Tabela 1: Distribuição dos enfermeiros pelas categorias

Cada procedimento requer exatamente 3 enfermeiros, sendo que alguns procedimentos (procedimentos regulares) podem ser realizados por qualquer enfermeiro, enquanto outros (procedimentos complexos) apenas podem ser realizados por enfermeiros das categorias 2 ou 3.

A clínica tem disponíveis duas salas onde os procedimentos podem ter lugar, o que significa que há sempre dois procedimentos a decorrer em simultâneo. Assim, o dia de trabalho divide-se em 7 períodos, sendo que em cada período decorrem dois procedimentos. A distribuição dos procedimentos pelos períodos já é conhecida, encontrando-se detalhada na Tabela 2. Esta tabela também indica quais os procedimentos que são regulares e quais os que são complexos.

Período	Procedimentos
1	P1 (regular), P2 (regular)
2	P3 (complexo), P4 (regular)
3	P5 (regular), P6 (regular)
4	P7 (complexo), P8 (complexo)
5	P9 (regular), P10 (complexo)
6	P11 (regular), P12 (complexo)
7	P13 (regular), P14 (regular)

Tabela 2: Distribuição dos procedimentos pelos períodos

Para simplificar o problema, vamos assumir que um dado período só começa quando ambos os procedimentos do período anterior estão terminados. Por outras palavras, a duração de um período corresponde à duração do procedimento mais demorado desse mesmo período. O ficheiro Excel, Trab_Grupo, que se encontra no

Moodle, na pasta “Trabalho de Grupo”, contém uma tabela que indica, para cada procedimento, o tempo, em minutos, que cada enfermeiro demora a cumprir as suas funções. A duração de um procedimento corresponde ao tempo máximo entre os três enfermeiros que lhe estão afetos. Por exemplo, se o procedimento P1 for atribuído aos enfermeiros E1 (79 minutos), E2 (80 minutos) e E3 (48 minutos), e P2 for atribuído a E4 (55 minutos), E5 (68 minutos) e E6 (63 minutos), então o procedimento P1 demorará 80 minutos, o procedimento P2 demorará 68 minutos, e, portanto, o período 1 durará 80 minutos, o tempo necessário para que tanto P1 como P2 estejam concluídos.

Finalmente:

- Cada enfermeiro pode participar, no máximo, em 5 procedimentos.
- O mesmo enfermeiro não pode participar nos dois procedimentos do mesmo período.

Idealmente, a equipa pretende minimizar a duração total do dia de trabalho, que consiste na soma das durações dos 7 períodos.

Resolução

Para que a resolução do problema seja mais prática, ir-se-ão reorganizar algumas das informações transmitidas no enunciado.

Tem-se então:

1 Período → 2 Procedimentos

1 Procedimento → 3 Enfermeiros

	Procedimentos	Enfermeiros Habilitados
Regulares	P1, P2, P4, P5, P6, P9, P11, P13, P14	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10
Complexos	P3, P7, P8, P10, P12	E5, E6, E7, E8, E9, E10

Para o tempo que cada enfermeiro demora a cumprir cada procedimento, respetivamente, presentes no ficheiro Excel *Trab_Grupo*, tem-se:

	<i>E1</i>	<i>E2</i>	<i>E3</i>	<i>E4</i>	<i>E5</i>	<i>E6</i>	<i>E7</i>	<i>E8</i>	<i>E9</i>	<i>E10</i>
P1	79	80	48	56	82	51	54	83	63	90
P2	80	63	70	55	68	63	84	54	86	56
P3	999	999	999	999	50	90	87	66	72	80
P4	57	67	84	59	61	71	65	63	85	65
P5	52	70	62	74	70	68	70	84	74	72
P6	81	74	67	88	60	58	81	60	66	55
P7	999	999	999	999	86	64	46	45	51	73
P8	999	999	999	999	86	72	71	51	78	53
P9	89	90	63	55	49	84	48	90	83	52
P10	999	999	999	999	51	47	77	56	56	81
P11	68	83	63	61	57	89	77	51	57	51
P12	999	999	999	999	57	55	45	81	70	63
P13	45	50	50	71	54	63	61	47	81	53
P14	75	60	47	45	51	61	90	80	50	64

As linhas correspondentes aos procedimentos complexos, cujos enfermeiros não estão aptos a executar, estão definidos com “999”.

Alínea a)

Descreva, por palavras, uma solução admissível para o problema da clínica.

Uma solução admissível para o problema da clínica passa por encontrar, para cada um dos 7 períodos do dia de trabalho, compostos por 2 procedimentos cada, 3 enfermeiros que fiquem alocados a esses procedimentos sem que nenhum realize mais de 5 no dia inteiro e que não estejam alocados a mais do que um procedimento simultaneamente (no mesmo período).

A escolha destes enfermeiros está sujeita à verificação da sua categoria, sendo que existem 2 tipos distintos de procedimentos:

- Procedimentos Regulares, realizados por enfermeiros de qualquer um dos três níveis de aptidão;
- Procedimentos Complexos, realizados apenas por enfermeiros das categorias 2 e 3 (Enfermeiro Especialista e Enfermeiro Gestor, respetivamente).

Alínea b)

Desenvolva uma heurística para determinar uma afetação admissível dos enfermeiros aos procedimentos. Com base na heurística desenvolvida, apresente uma solução admissível para o problema da clínica.

Heurística para a Alocação dos Enfermeiros

Passo 1: Ordenar os Procedimentos por Prioridade e Duração

- Procedimentos Complexos: Devem ser alocados prioritariamente por terem restrições mais comprometedoras (apenas enfermeiros das categorias 2 e 3);
- Procedimentos Regulares: Podem ser alocados por qualquer enfermeiro.

Passo 2: Alocar Enfermeiros aos Procedimentos Complexos

- Alocar enfermeiros, de forma aleatória, das categorias 2 e 3 para garantir que as restrições sejam atendidas;

- Garantir que nenhum enfermeiro esteja alocado a dois procedimentos em simultâneo.

NOTA: Nesta fase da solução, não existe a necessidade de verificar a restrição de número máximo de procedimentos/dia, pois são apenas 5 e o valor máximo de alocações não irá ser ultrapassado.

Passo 3: Alocar Enfermeiros aos Procedimentos Regulares

- Alocar os restantes enfermeiros, aleatoriamente, incluindo os da categoria 1, garantindo que nenhum enfermeiro ultrapassa o limite de 5 procedimentos;
- Garantir que nenhum enfermeiro está alocado a dois procedimentos simultaneamente.

Solução Admissível

Para a resolução do passo 1 da heurística definida anteriormente, redefiniu-se a ordem dos procedimentos da seguinte forma:

P3 – P7 – P8 – P10 – P12 – P1 – P2 – P4 – P5 – P6 – P9 – P11 – P13 – P14

De seguida foi realizada a alocação dos enfermeiros aos procedimentos complexos, sem realizar sobreposição entre P7 e P8, que constam no mesmo período:

P3 – E5, E8, E9 (50, 66, 72);
P7 – E7, E8, E9 (46, 45, 51);
P8 – E5, E6, E10 (86, 72, 53);
P10 – E5, E6, E8 (51, 47, 56);
P12 – E5, E6, E7 (57, 55, 45).

Finalmente foram alocados os enfermeiros aos procedimentos regulares, verificando-se as restrições relativas ao número máximo de procedimentos diários e à sobreposição de procedimentos. No esquema a seguir é apresentada a solução final de acordo com a ordem inicial dos períodos. Cada período tem o seu tempo correspondente sombreado a azul e os procedimentos complexos encontram-se, também, sombreados num azul mais forte.

	<i>Procedimento</i>	<i>Enfermeiros (tempo de execução)</i>	<i>Tempo do Procedimento</i>
Período 1	P1	E3,E6,E7 (48,51,54)	54
	P2	E2,E4,E10 (63,55,56)	63
Período 2	P3	E5,E8,E9 (50,66,72)	72
	P4	E1,E4,E7 (57,59,65)	65
Período 3	P5	E1,E3,E6 (52,62,68)	68
	P6	E5,E8,E10 (60,60,55)	60
Período 4	P7	E7,E8,E9 (46,45,51)	51
	P8	E5,E6,E10 (86,72,53)	86
Período 5	P9	E4,E7,E10 (55,48,52)	55
	P10	E5,E6,E8 (51,47,56)	56
Período 6	P11	E4,E9,E10 (61,57,51)	61
	P12	E5,E6,E7 (57,55,45)	57
Período 7	P13	E1,E2,E3 (45,50,50)	50
	P14	E4,E8,E9 (45,80,50)	80

Tempo Total do Dia: 482 minutos

O tempo total diário (aproximadamente 8 horas) é obtido através da soma do valor de cada período, que provém do maior valor entre procedimentos do período respetivo.

Contagem de Alocações para cada enfermeiro:

<i>Enfermeiro</i>	<i>Contagem</i>
E1	3
E2	2
E3	3
E4	5
E5	5
E6	5
E7	5
E8	5
E9	4
E10	5

Alínea c)

Defina um cromossoma que permita codificar uma afetação dos enfermeiros aos procedimentos.

Antes de se começar a definir um cromossoma específico para o problema em questão, é necessário perceber no que consiste.

Um cromossoma é uma solução pertencente a um subconjunto de todas as soluções possíveis, designada por população, para um problema específico.

Dessa forma, define-se um cromossoma com 14 genes que representam os 14 procedimentos do dia. Os alelos serão compostos por uma lista de 3 enfermeiros, que estarão alocados ao procedimento correspondente a cada gene.

Por exemplo, considerando-se a solução admissível presente na alínea b), pode-se representar o cromossoma da seguinte forma:

<i>P3</i>	<i>P7</i>	<i>P8</i>	<i>P10</i>	<i>P12</i>	<i>P1</i>	<i>P2</i>
E5,E8,E9	E7,E8,E9	E5,E6,E10	E5,E6,E8	E5,E6,E7	E3,E6,E7	E2,E4,E10

<i>P4</i>	<i>P5</i>	<i>P6</i>	<i>P9</i>	<i>P11</i>	<i>P13</i>	<i>P14</i>
E1,E4,E7	E1,E3,E6	E5,E8,E10	E4,E7,E10	E4,E9,E10	E1,E2,E3	E4,E8,E9

Ou seja, o cromossoma obtido na ordem definida na heurística (P3 – P7 – P8 – P10 – P12 – P1 – P2 – P4 – P5 – P6 – P9 – P11 – P13 – P14).

Alínea d)

Tendo em conta a codificação que sugeriu em c), proponha um operador de crossover e exemplifique-o no contexto do problema da clínica.

Primeiramente, ir-se-á clarificar em que consiste um operador *crossover*. No *Crossover*, são selecionados, em geral, dois cromossomas “pais” que irão dar origem, em geral, a dois cromossomas “filhos” utilizando informação contida nos cromossomas “pais”. O *Crossover* é normalmente aplicado num algoritmo genético com uma elevada probabilidade, designada por probabilidade de *crossover*.

Existem três tipos de operadores de *crossover*:

- *Crossover* a um Ponto;
- *Crossover* a $k = 2$ Pontos;
- *Crossover* Uniforme.

Foi decidido aplicar o *Crossover* de $k = 2$ Pontos. Para o mesmo é necessário:

1. Escolher aleatoriamente dois números distintos, m e p , entre 1 e a dimensão do cromossoma (14): Tem-se $m = 4$ e $p = 9$;
2. Cada filho irá ficar com ambas as “caudas” dum cromossoma pai e a parte central do outro cromossoma pai.

Segue-se o cromossoma Pai 1, que é uma solução admissível definida na alínea c), com as divisões de m e p :

<i>m</i>						
<i>P3</i>	<i>P7</i>	<i>P8</i>	<i>P10</i>	<i>P12</i>	<i>P1</i>	<i>P2</i>
E5,E8,E9	E7,E8,E9	E5,E6,E10	E5,E6,E8	E5,E6,E7	E3,E6,E7	E2,E4,E10

p

<i>P4</i>	<i>P5</i>	<i>P6</i>	<i>P9</i>	<i>P11</i>	<i>P13</i>	<i>P14</i>
E1,E4,E7	E1,E3,E6	E5,E8,E10	E4,E7,E10	E4,E9,E10	E1,E2,E3	E4,E8,E9

Considerando os critérios definidos em a), para que se obtenha uma solução admissível e os critérios utilizados em c), para definir um cromossoma, define-se o Pai 2 com as divisões de ***m*** e ***p***:

m

<i>P3</i>	<i>P7</i>	<i>P8</i>	<i>P10</i>	<i>P12</i>	<i>P1</i>	<i>P2</i>
E5,E6,E7	E5,E6,E10	E7,E8,E9	E5,E8,E9	E5,E6,E8	E2,E6,E7	E3,E4,E10

p

<i>P4</i>	<i>P5</i>	<i>P6</i>	<i>P9</i>	<i>P11</i>	<i>P13</i>	<i>P14</i>
E1,E2,E4	E2,E5,E6	E3,E8,E10	E4,E7,E10	E4,E9,E10	E2,E4,E9	E1,E3,E8

Assim, os cromossomas filhos (1 e 2) terão as “caudas” do cromossoma Pai 1 e parte central do cromossoma Pai 2 e as “caudas” do cromossoma Pai 2 e parte central do cromossoma Pai 1, respetivamente. Os filhos obtidos deste *crossover* poderão, ou não, resultar em soluções admissíveis ao problema, para se confirmar o mesmo, ter-se-iam de verificar as restrições. Tem-se então os seguintes cromossomas filhos:

Cromossoma Filho 1

<i>P3</i>	<i>P7</i>	<i>P8</i>	<i>P10</i>	<i>P12</i>	<i>P1</i>	<i>P2</i>
E5,E8,E9	E7,E8,E9	E5,E6,E10	E5,E6,E8	E5,E6,E8	E2,E6,E7	E3,E4,E10

<i>P4</i>	<i>P5</i>	<i>P6</i>	<i>P9</i>	<i>P11</i>	<i>P13</i>	<i>P14</i>
E5,E6,E8	E2,E6,E7	E5,E8,E10	E4,E7,E10	E4,E9,E10	E1,E2,E3	E4,E8,E9

Cromossoma Filho 2

<i>P3</i>	<i>P7</i>	<i>P8</i>	<i>P10</i>	<i>P12</i>	<i>P1</i>	<i>P2</i>
E5,E6,E7	E5,E6,E10	E7,E8,E9	E5,E8,E9	E5,E6,E7	E3,E6,E7	E2,E4,E10

<i>P4</i>	<i>P5</i>	<i>P6</i>	<i>P9</i>	<i>P11</i>	<i>P13</i>	<i>P14</i>
E1,E4,E7	E1,E3,E6	E3,E8,E10	E4,E7,E10	E4,E9,E10	E2,E4,E9	E1,E3,E8

Alínea e)

Tendo em conta a codificação que sugeriu em c), proponha um operador de mutação e exemplifique-o no contexto do problema da clínica.

Antes de se propor e aplicar o operador de mutação, ir-se-á começar por compreender no que este consiste.

Uma mutação pode ser definida como um pequeno ajuste aleatório no cromossoma, de forma a obter uma nova solução, utilizado para manter e introduzir diversidade na população. Este operador é, normalmente, aplicado com uma probabilidade baixa – probabilidade de mutação. Caso a probabilidade seja muito elevada, o algoritmo genético fica reduzido a uma pesquisa aleatória. Mutação é a componente do algoritmo genético relacionada com a "exploração" do espaço de pesquisa.

Existem três tipos de operadores de mutação, sendo estes:

- Mutação Bit Flip (exclusivamente para algoritmos genéticos codificados em binário);
- Mutação por Troca;
- Mutação por Inversão.

Optou-se por escolher o operador de Mutação por Troca. A Mutação por Troca é utilizada em algoritmos genéticos codificados como permutações.

Proposta de Operador – Mutação por Troca

O operador Mutação por Troca consiste em:

- Gerar aleatoriamente um número com distribuição uniforme no intervalo $[0,1]$: u ;
- Se o número gerado, u , for inferior à probabilidade de mutação (pm) então selecionam-se aleatoriamente dois genes e trocam-se o valor dos seus alelos.

Para se gerar o valor de u e seleccionar-se os alelos aleatoriamente, criou-se um código em Python com semente fixa (de valor 165), para que o resultado seja sempre o mesmo.

Exemplo de Aplicação

No contexto do problema a aplicação do operador Mutação por Troca ao cromossoma pode ser a seguinte:

- $pm = 0.1$;
- $u = 0.016825005872407095$;
- Como $u < 0.1$ então seleccionam-se aleatoriamente dois genes: Gene 7 e Gene 12 (procedimentos 2 e 11, respetivamente);
- Troca-se o valor do Alelo 7 com o valor do Alelo 12.

Cromossoma definido em c)

$P3$	$P7$	$P8$	$P10$	$P12$	$P1$	$P2$
E5,E8,E9	E7,E8,E9	E5,E6,E10	E5,E6,E8	E5,E6,E7	E3,E6,E7	E2,E4,E10

$P4$	$P5$	$P6$	$P9$	$P11$	$P13$	$P14$
E1,E4,E7	E1,E3,E6	E5,E8,E10	E4,E7,E10	E4,E9,E10	E1,E2,E3	E4,E8,E9

Cromossoma gerado

$P3$	$P7$	$P8$	$P10$	$P12$	$P1$	$P2$
E5,E8,E9	E7,E8,E9	E5,E6,E10	E5,E6,E8	E5,E6,E7	E3,E6,E7	E4,E9,E10

$P4$	$P5$	$P6$	$P9$	$P11$	$P13$	$P14$
E1,E4,E7	E1,E3,E6	E5,E8,E10	E4,E7,E10	E2,E4,E10	E1,E2,E3	E4,E8,E9

Neste caso, o cromossoma gerado respeita as restrições das alocações e, por isso, é uma solução admissível ao problema com um tempo total diário de 482 minutos (igual ao tempo total do cromossoma definido em c)).

Alínea f)

Os operadores propostos em d) e e) garantem a obtenção de soluções admissíveis para o problema da clínica? Caso não garantam, justifique que tipos de inadmissibilidades os operadores indicados podem gerar e indique como pode ultrapassar esta situação na implementação do algoritmo genético.

Uma solução admissível necessita de cumprir todos os requisitos definidos em a), ou seja, garantir que:

- Cada enfermeiro participa, no máximo, em 5 procedimentos;
- Cada enfermeiro não participa em dois procedimentos do mesmo período;
- Procedimentos complexos são atribuídos apenas a enfermeiros das categorias 2 ou 3.

Por isso, os tipos de inadmissibilidades passam pela não obediência das restrições definidas pelo problema.

Análise do operador proposto em d):

Percebe-se que este não garante a obtenção de soluções admissíveis, uma vez que não obedece às restrições propostas:

- Existem enfermeiros que estão alocados a mais do que 5 procedimentos como é o caso do enfermeiro E5 no cromossoma filho 1;
- Existem enfermeiros que estão alocados a dois procedimentos que acontecem no mesmo período, como é o caso dos enfermeiros E5 e E8 que se encontram alocados aos procedimentos P3 e P4 do cromossoma filho 1.

Análise do operador proposto em e):

Percebe-se que este, apesar de ter criado uma solução admissível, não garante, de todo, a obtenção de soluções admissíveis, pela mesma razão:

- No caso de, no momento de seleção de dois genes aleatórios, pode acontecer a situação de ser selecionado um gene que corresponde a um

procedimento complexo e outro gene correspondente a um procedimento regular. Ao ser feita a troca, poderão estar a ser alocados, ao procedimento complexo, enfermeiros que não estão capacitados para a realização do mesmo. Violando assim uma das restrições estabelecidas.

Ou seja, conclui-se que nenhum garante a obtenção de soluções admissíveis e é necessário realizar a verificação do cumprimento das restrições após a aplicação de cada uma.

Para ultrapassar esta situação na implementação do algoritmo genético, existem 3 opções para obter soluções admissíveis:

1. **Desenvolver um operador adequado ao problema**, que não gere soluções não admissíveis: por exemplo, ao aplicar o operador de *crossover*, garantir que os genes correspondentes a procedimentos complexos apenas sejam trocados com outros genes correspondentes a procedimentos complexos, ou a procedimentos regulares realizados apenas por enfermeiros capazes de realizar procedimentos complexos;
2. **Utilizar um procedimento para reparar a não admissibilidade**, trocando o valor de alguns genes: após determinar os genes que estão a causar a não admissibilidade, troca-se enfermeiros entre genes ou então troca-se esse gene por outro aleatório, mas admissível;
3. **Utilizar uma função de avaliação**, que não seja apenas a função objetivo, mas que contenha também parcelas que penalizam a aptidão do cromossoma em função da não admissibilidade da solução: aplicar penalizações quando, por exemplo, um enfermeiro está alocado a mais procedimentos do que os permitido, quando é alocado a dois procedimentos que ocorrem no mesmo período e quando um enfermeiro não qualificado para procedimentos complexos é adicionado a um.

Alínea g)

Na tentativa de determinar uma solução admissível de qualidade, a clínica irá definir e implementar um algoritmo genético. Tendo em conta as alíneas anteriores e sabendo que a clínica deseja uma afetação dos procedimentos aos enfermeiros que não ultrapasse as 8 horas, apresente o pseudocódigo para a aplicação do algoritmo.

Procedimento Algoritmo Genético

Entrada: enfermeiros, procedimentos, periodos, TAMANHO_POPULACAO, TAXA_MUTACAO, MAX_GERACOES, TEMPO_EXECUCAO_MAXIMO

Saída: melhor_solucao, fitness_atual, custos_periodo

Inicialize a população com tamanho TAMANHO_POPULACAO utilizando o procedimento InicializarPopulacao()

Avalie o fitness de cada indivíduo na população utilizando o procedimento CalcularFitness()

Imprima a população inicial e seus valores de fitness

geração = 0

tempo_inicial = tempo_atual

Enquanto geração < MAX_GERACOES e tempo de execução < TEMPO_EXECUCAO_MAXIMO

 Selecione os indivíduos mais aptos da população utilizando o procedimento Selecionar()

 Crie uma população aplicando os operadores de crossover e mutação utilizando os procedimentos Crossover() e Mutacao()

 Avalie o fitness de cada indivíduo na nova população utilizando o procedimento CalcularFitness()

 Imprima os indivíduos mais aptos e seus valores de fitness

 geração = geração + 1

Se o valor de fitness do indivíduo mais apto for menor ou igual a 480

 Interrompa o loop

melhor_solucao = o indivíduo mais apto na população final

fitness_atual = o valor de fitness de melhor_solucao utilizando o procedimento CalcularFitness()

custos_periodo = calcular o custo por período para melhor_solucao utilizando o procedimento CalcularCustoPorPeriodo()

Imprima melhor_solucao, fitness_atual e custos_periodo

Fim do Procedimento

#Procedimentos auxiliares

Procedimento InicializarPopulacao()

Inicialize uma população vazia

Para cada indivíduo na população

 Para cada procedimento em procedimentos

 Se o procedimento é regular

 Atribua 3 enfermeiros aleatórios para o procedimento

 Senão

 Atribua 3 enfermeiros aleatórios com nível de habilidade > 1 para o procedimento

Retorne a população inicializada

Fim do Procedimento

Procedimento CalcularFitness(cromossoma)

Inicialize a duração total como 0

Para cada período em periodos

 Inicialize a duração do período como 0

 Inicialize o conjunto de enfermeiros usados no período

 Para cada procedimento no período

 Calcule a duração máxima do procedimento usando os enfermeiros atribuídos

 Atualize a duração do período e o conjunto de enfermeiros usados

 Adicione a duração do período à duração total

 Se o número de enfermeiros usados no período for menor que o número total de enfermeiros atribuídos

 Adicione uma penalidade à duração total

Para cada enfermeiro

 Conte o número de vezes que o enfermeiro é atribuído a um procedimento

 Se a contagem exceder o máximo permitido

Adicione uma penalidade à duração total
Retorne a duração total

Fim do Procedimento

Procedimento Selecionar(populacao)

Ordene a população pelo valor de fitness
Retorne a metade superior da população

Fim do Procedimento

Procedimento Crossover(pai1, pai2)

Selecione um ponto de crossover aleatório
Crie dois descendentes trocando os genes entre o ponto de crossover
Retorne os dois descendentes

Fim do Procedimento

Procedimento Mutacao(cromossoma)

Para cada procedimento no cromossoma
Se um número aleatório for menor que a taxa de mutação
Reatribua os enfermeiros ao procedimento
Retorne o cromossoma mutado

Fim do Procedimento

Procedimento CalcularCustoPorPeriodo(cromossoma)

Inicialize um dicionário para armazenar o custo por período
Para cada período em periodos
Inicialize o custo do período como 0
Inicialize um conjunto de enfermeiros usados no período
Para cada procedimento no período
Calcule a duração máxima do procedimento usando os enfermeiros atribuídos
Atualize o custo do período e o conjunto de enfermeiros usados
Se o número de enfermeiros usados no período for menor que o número total de enfermeiros atribuídos
Adicione uma penalidade ao custo do período
Adicione o custo do período ao dicionário
Retorne o dicionário

Fim do Procedimento

Alínea h)

Implemente o procedimento definido na alínea g).

Dimensão da população: Considera-se que a população é constituída por 20 cromossomas. Isso significa que, em cada geração, haverá 20 soluções (ou cromossomas) na população. Esta dimensão é um equilíbrio entre diversidade e eficiência, tentou-se criar uma população inicial maior, no entanto tornava o algoritmo demasiado pesado.

Como se gera a população inicial: a geração da população inicial foi feita de forma aleatória (pela função “inicializar_populacao()”) onde cada cromossoma é um dicionário

que mapeia procedimentos (P1, P2, ...) a uma lista de enfermeiros que lhes foram atribuídos. A lógica de atribuição é:

- Para procedimentos regulares, são atribuídos 3 enfermeiros aleatórios de qualquer categoria;
- Para procedimentos complexos, são atribuídos 3 enfermeiros aleatórios das categorias 2 e 3 (excluindo a categoria 1).

```
def inicializar_populacao():
    populacao = []
    for _ in range(POPULATION_SIZE):
        cromossomo = {}
        for p in procedimentos:
            if procedimentos[p] == 'regular':
                cromossomo[p] =
random.sample(list(enfermeiros.keys()), 3)
            else:
                cromossomo[p] = random.sample([e for e in
enfermeiros if enfermeiros[e] != 1], 3)
        populacao.append(cromossomo)
    return populacao
```

Método de seleção: A seleção dos melhores indivíduos da população é realizada pela função “selecionar()”. Esta função ordena a população com base no valor de fitness (“duracao_total”) e retorna a metade superior da população ordenada. Ou seja, apenas os melhores 10 cromossomas são selecionados para formar a próxima geração.

```
def selecionar(populacao):
    populacao_ordenada = sorted(populacao, key=lambda x:
calcular_fitness(x))
    return populacao_ordenada[:POPULATION_SIZE//2]
```

Método de substituição da população: Após a seleção, ocorre o crossover e a mutação para gerar novos cromossomas, que substituirão a população atual. A cada iteração, novos cromossomas são criados até que a população atinja novamente o tamanho definido. O *crossover* ocorre entre os dois melhores cromossomas selecionados.

Crítérios de paragem: quando é atingido o número máximo de iterações possíveis definido, que neste caso é de 1500, ou quando é alcançada uma duração total diária de trabalho menor ou igual a 480 minutos (8 horas).

O código da implementação do pseudocódigo da alínea anterior, encontra-se na íntegra no ficheiro *CódigoGrupo19.ipynb*.

Alínea i)

Execute o código desenvolvido e faça uma breve análise à solução admissível obtida para o problema da clínica.

Melhor Cromossoma:

<i>P1</i>	<i>P2</i>	<i>P3</i>	<i>P4</i>	<i>P5</i>	<i>P6</i>	<i>P7</i>
E7, E3, E4	E8, E10, E2	E9, E5, E8	E4, E1, E2	E2, E1, E7	E10, E6, E9	E9, E5, E8

<i>P8</i>	<i>P9</i>	<i>P10</i>	<i>P11</i>	<i>P12</i>	<i>P13</i>	<i>P14</i>
E10, E7, E6	E4, E7, E10	E8, E6, E5	E4, E3, E8	E5, E7, E6	E3, E5, E2	E10, E9, E4

Contagem de alocações para cada enfermeiro:

<i>Enfermeiro</i>	<i>Contagem</i>
E1	2
E2	4
E3	3
E4	5
E5	5
E6	4
E7	5
E8	5
E9	4
E10	5

Tempo de cada período:

Período 1: P1 e P2 → 63 minutos

Período 2: P3 e P4 → 72 minutos

Período 3: P5 e P6 → 70 minutos

Período 4: P7 e P8 → 86 minutos

Período 5: P9 e P10 → 56 minutos

Período 6: P11 e P12 → 63 minutos

Período 7: P13 e P14 → 64 minutos

Deste modo, percebe-se que todos os enfermeiros estão alocados a pelo menos 1 procedimento, que não existem enfermeiros a realizar dois procedimentos do mesmo período e que nenhum, no total diário, tem mais de 5 alocações.

Observa-se também que o período que tem maior duração é o quarto período, a demorar 1 hora e 26 minutos. Este é composto por um procedimento regular e um complexo.

No total, o dia de trabalho, na clínica, conta com 7 horas e 54 minutos. Ou seja, seis minutos abaixo do objetivo de a afetação diária, dos enfermeiros aos procedimentos, não exceder as oito horas no total.

Pode-se concluir que o problema ficou resolvido com a obtenção da solução admissível.

Output

Melhor solução encontrada:

P1: E7, E3, E4

P2: E8, E10, E2

P3: E9, E5, E8

P4: E4, E1, E2

P5: E2, E1, E7

P6: E10, E6, E9

P7: E9, E5, E8

P8: E10, E7, E6

P9: E4, E7, E10

P10: E8, E6, E5

P11: E4, E3, E8

P12: E5, E7, E6

P13: E3, E5, E2

P14: E10, E9, E4

Duração total do dia de trabalho: 474

Custo por período:

Período 1: 63

Período 2: 72

Período 3: 70

Período 4: 86

Período 5: 56

Período 6: 63

Período 7: 64

Anexos

1. Definição do Cromossoma

Cromossoma de tamanho 4, em que cada gene representa um Trabalhador e o valor do gene indica qual a Tarefa que lhe ficou afeta.

Exemplo:

4	3	1	2
---	---	---	---

Este cromossoma representa a seguinte solução:

- Trabalhador 1 realiza a Tarefa 4
- Trabalhador 2 realiza a Tarefa 3
- Trabalhador 3 realiza a Tarefa 1
- Trabalhador 4 realiza a Tarefa 2

O custo desta solução é: $17 + 24 + 17 + 21 = 79$.

Nota

Em alternativa, o cromossoma podia ser definido por:

- cada gene representa uma Tarefa e o valor do gene indica qual o Trabalhador que a realiza.

Considerando a solução:

- Trabalhador 1 realiza a Tarefa 4
- Trabalhador 2 realiza a Tarefa 3
- Trabalhador 3 realiza a Tarefa 1
- Trabalhador 4 realiza a Tarefa 2

a codificação será:

3	4	2	1
---	---	---	---

2. Como gerar uma solução admissível inicial?

Através da geração de uma permutação de n^os inteiros entre 1 e 4.

Em python, a função **permutations** da biblioteca **itertools**, permite gerar todas as permutações de uma lista de números.

Código

```
from itertools import permutations  
  
import pandas as pd  
  
import random  
trabalhadores = list(range(1, 5))  
  
permutation_list = list(permutations(trabalhadores))  
  
print(permutation_list)
```

OUTPUT

```
[ (1, 2, 3, 4), (1, 2, 4, 3), (1, 3, 2, 4), (1, 3, 4, 2), (1, 4, 2, 3),  
  (1, 4, 3, 2), (2, 1, 3, 4), (2, 1, 4, 3), (2, 3, 1, 4), (2, 3, 4, 1),  
  (2, 4, 1, 3), (2, 4, 3, 1), (3, 1, 2, 4), (3, 1, 4, 2), (3, 2, 1, 4),  
  (3, 2, 4, 1), (3, 4, 1, 2), (3, 4, 2, 1), (4, 1, 2, 3), (4, 1, 3, 2),  
  (4, 2, 1, 3), (4, 2, 3, 1), (4, 3, 1, 2), (4, 3, 2, 1) ]
```

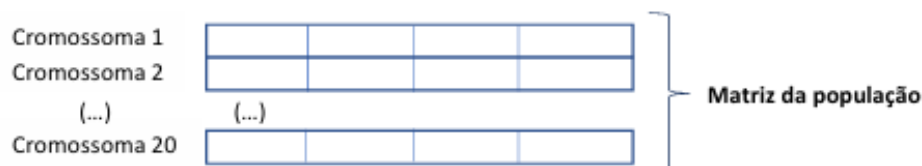
3. Geração da População Inicial

Qual deve ser a dimensão da população?

- A dimensão da população deve ser igual em todas as iterações do Algoritmo Genético. A dimensão da população deve assegurar a sua diversidade. Não existe uma regra para definir o valor da dimensão da população. Devem ser testados vários valores para a dimensão da população. Como este problema tem $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! = 24$ soluções admissíveis, podemos, **por exemplo**, considerar que a população é constituída por 20 cromossomas/ soluções.

Em que estrutura se deve guardar a população?

- A população pode ser guardada numa matriz em que cada linha corresponde a um cromossoma/ solução:



Código

```
df_permutations = pd.DataFrame(permutation_list, columns=trabalhadores)
print(df_permutations)
```

OUTPUT

	1	2	3	4
0	1	2	3	4
1	1	2	4	3
2	1	3	2	4
3	1	3	4	2
4	1	4	2	3
5	1	4	3	2
6	2	1	3	4
7	2	1	4	3
8	2	3	1	4
9	2	3	4	1
10	2	4	1	3
11	2	4	3	1
12	3	1	2	4
13	3	1	4	2

14	3	2	1	4
15	3	2	4	1
16	3	4	1	2
17	3	4	2	1
18	4	1	2	3
19	4	1	3	2
20	4	2	1	3
21	4	2	3	1
22	4	3	1	2
23	4	3	2	1

4. Como seleccionar os cromossomas pais?

Existem quatro processos de selecção:

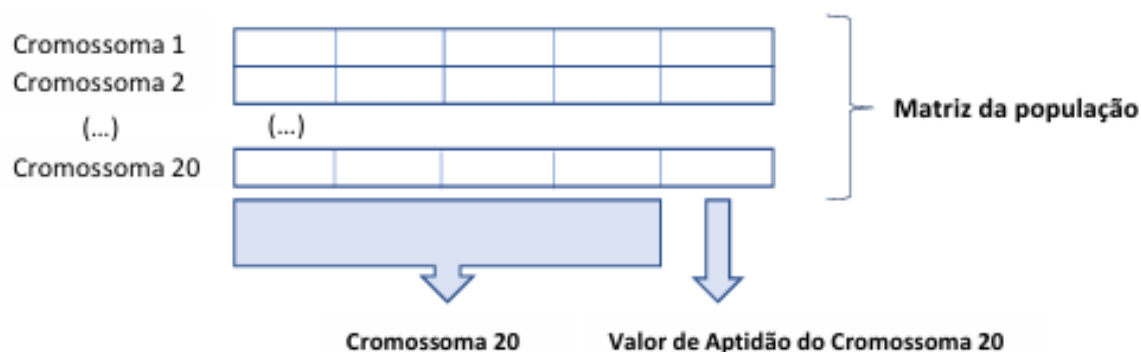
- i. Selecção Proporcional à Aptidão;
- ii. Selecção por Torneio;
- iii. Selecção por Ordenação;
- iv. Selecção Aleatória.

Por exemplo, podemos optar pela **Selecção por Torneio**:

- Atribui-se um valor inteiro a **k** ($k < \text{dimensão da população}$). **Por exemplo**, $k=3$.
- Seleccionam-se aleatoriamente **k** cromossomas e o **Pai1** é o cromossoma com melhor valor de aptidão;
- Seleccionam-se aleatoriamente **k** cromossomas e o **Pai2** é o cromossoma com melhor valor de aptidão;

Nota

Atendendo à necessidade de conhecer o Valor de Aptidão de cada cromossoma da população, faz sentido considerar mais uma coluna na matriz da população, onde é registado o Valor de Aptidão de cada cromossoma:



5. Tipo de Crossover a realizar?

Os operadores de Crossover mais utilizados são:

- i. Crossover a um ponto;
- ii. Crossover a $k=2$ pontos;
- iii. Crossover uniforme.

Por exemplo, podemos optar pelo **Crossover a um ponto**:

- Considera-se que a probabilidade de crossover é igual a 1;
- Gera-se um nº aleatório, m , entre 1 e 3 ($N^{\circ} de Tarefas - 1 = 3$);
- Cada cromossoma Pai é dividido em duas caudas:
 - Cauda esquerda com os genes 1: m ;
 - Cauda direita com os genes $m+1$: $N^{\circ} de Tarefas$
- Cada filho irá ficar com uma das caudas dos cromossomas Pai.

Exemplo de Crossover a um ponto

Pai1:	3	1	2	4
Pai2:	4	2	1	3

Considerando $m = 3$, geram-se os seguintes filhos:

Filho1:	3	1	2	3
Filho2:	4	2	1	4

Os cromossomas filho são não admissíveis! O Filho1 corresponde a uma solução em que a tarefa 3 é realizada pelos trabalhadores 1 e 4 e em que a tarefa 4 não é realizada. Enquanto na solução associada ao Filho2, a tarefa 4 é realizada pelos trabalhadores 1 e 4 e a tarefa 3 não é realizada.

6. Como lidar com os cromossomas filho não admissíveis?

Se os cromossomas filho são não admissíveis podemos optar por uma de duas abordagens:

- **Abordagem 1:** Desenvolver um procedimento que torne o cromossoma filho admissível.

Podemos definir um procedimento simples para tornar um cromossoma filho admissível:

- Identificar a tarefa que **não está a ser realizada**;
- Identificar a tarefa que **está a ser realizada por dois trabalhadores**;
- No primeiro gene com o valor da tarefa que é realizada por dois trabalhadores, altera-se o valor para a tarefa que não estava a ser realizada.

Aplicação do procedimento ao cromossoma Filho2:

4	2	1	4
---	---	---	---

- Identifica-se a tarefa que não é realizada: 3;
- Identifica-se a tarefa que se repete: 4;
- Atribui-se a tarefa 3 ao 1º gene com a tarefa 4.

Cromossoma admissível gerado (a partir do Filho2):

3	2	1	4
---	---	---	---

com $custo = 12 + 30 + 17 + 28 = 87$.

- **Abordagem 2:** Desenvolver uma função de avaliação que contabilize não só o custo da afetação das tarefas aos trabalhadores, mas também uma parcela adicional que penalize a avaliação da solução, por ser inadmissível.

➤ **Função de Penalização** para cada *Tarefa i*, dada por

$$P \times \max c_{ij} \times (n^{\circ} \text{ vezes que a tarefa } i \text{ foi realizada} - 1),$$

em que P é um fator de penalização, previamente fixo.

Aplicação da Função Penalização ao cromossoma Filho2:

4	2	1	4
---	---	---	---

Função Penalização para a Tarefa 4 (considerando $P=2$):

$$\begin{aligned} &P \times \max c_{4j} \times (n^{\circ} \text{ vezes que a tarefa 4 foi realizada} - 1) = \\ &= 2 \times 33 \times (2 - 1) = 66 \end{aligned}$$

Valor de Aptidão para o Filho2:

$$custo \text{ de afetação} + penalização = 17 + 30 + 17 + 28 + 66 = 158.$$

O cromossoma Filho 2 poderá fazer parte da população, mas terá um valor de aptidão pouco aliciante (158).

7. Como é realizada a substituição da População?

Os dois modelos mais utilizados são:

- i. Modelo Estacionário (em cada iteração, substituir uma percentagem, previamente definida, da população “pais” pela mesma percentagem da população “filhos”).
- ii. Modelo Geracional (em cada iteração, são gerados n descendentes, em que n representa o tamanho da população, e toda a população é substituída pelos seus descendentes).

Por exemplo, podemos optar pelo Modelo Estacionário.

8. Tipo de Mutação a realizar?

Os operadores de mutação mais utilizados são:

- i. Mutação Bit Flip;
- ii. Mutação por Troca;
- iii. Mutação por Inversão.

Por exemplo, podemos optar pelo operador **Mutação por Troca**:

- Considera-se a probabilidade de mutação (pm) igual a 0.1 (dado que a mutação é um fenómeno raro, pm deve assumir um valor reduzido, por exemplo, $pm = 0.1$);
- Gera-se um n° aleatório com distribuição Uniforme em $[0,1]$: u ;
- Se $u < 0.1$ então seleccionam-se aleatoriamente dois genes e troca-se o valor dos seus alelos.