

Formulaire d'Électrotechnique

Thierry Treyer thierry.treyer@epfl.ch

9 décembre 2015

1 Cheatsheet

Formules	Résistance	Capacité	Inductance
Grandeur	R [Ω]	C [F]	L [H]
Tension	$U = RI$	$U = \int_0^T \frac{I}{C} dt$	$U = L \frac{dI}{dt}$
Courant	$I = \frac{U}{R}$	$I = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dU}{dt}$	$I = \int_0^T \frac{U}{L} dt$
Série	$R_{equ} = \sum_{i=1}^n R_i$	$C_{equ} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}}$	$L_{equ} = \sum_{i=1}^n L_i$
Parallèle	$R_{equ} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}}$	$C_{equ} = \sum_{i=1}^n C_i$	$L_{equ} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i}}$
Phaseur	$\underline{Z} = R$	$\underline{Z} = \frac{1}{j\omega C}$	$\underline{Z} = j\omega L$

Formules	Résistance	Capacité	Inductance
----------	------------	----------	------------

TABLE 1: Résumé des formules

2 Régime Sinusoïdal

2.1 Formules

Valeur moyenne

$$U_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt$$

Valeur efficace

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

Mémo : linéarisation de \cos^2 et \sin^2

$$\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2} \quad \sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$

Valeur max ou valeur de crête

$$U_{max} = \max\{u(t)\}$$

Valeur min

$$U_{min} = \min\{u(t)\}$$

Puissance

$$P_R = UI = \frac{U^2}{R} = RI^2$$

Formule d'Euler

$$z = a + jb = re^{j\theta} = r \cos \theta + jr \sin \theta$$

2.2 Valeurs efficaces des signaux courants

Sinusoïdal	Triangulaire	Carré
$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$	$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{3}}$	$U_{eff} = U_{max}$

3 Lois de Kirchoff

3.1 Loi des mailles

À partir d'un point quelconque du circuit, on peut former une boucle où la somme algébrique des tensions de chacun des éléments traversé est égal à zéro.

Cette loi s'applique quelque soit le nombre de sources dans le circuit.

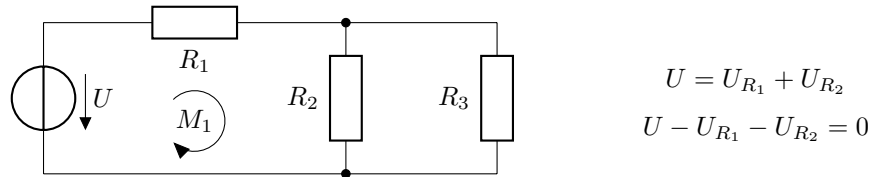


FIGURE 1 – Tensions dans une maille

3.2 Loi des Nœuds

La somme algébrique des courants dans un nœud est égal à zéro. La somme des courants entrant dans un nœud est égal à la somme des courants sortant.



FIGURE 2 – Courants dans un nœud

4 Thévenin & Norton

Tout circuit linéaire, quelque soit sa complexité, peut être remplacé par une source de tension réelle (Thévenin) ou une source de courant réelle (Norton).

Combiné avec les transformations source tension \Leftrightarrow source courant, on peut réduire par étapes successives un circuit complexe

5 Phaseurs

Le phaseur permet de décrire le comportement de circuit RLC en faisant abstraction du temps.

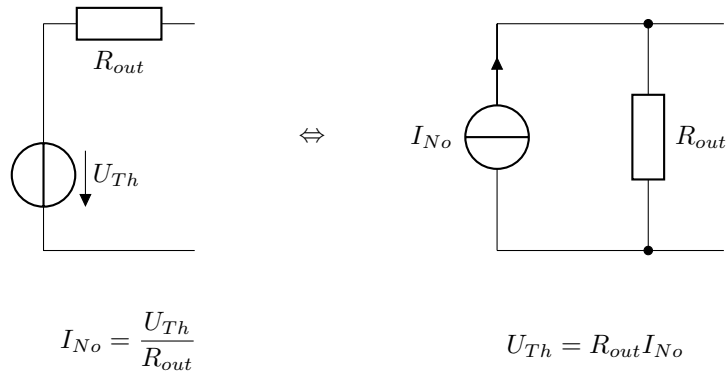


FIGURE 3 – Transformation source de tension \Leftrightarrow source de courant

$$x(t) = \sqrt{2}X \cos(\omega t + \theta) \Rightarrow \underline{x} = \sqrt{2}X e^{j(\omega t + \theta)}$$

Où $\omega = 2\pi f$, quand f est la fréquence des sources.

On peut alors caractériser toutes les valeurs du circuit avec sa valeur efficace (amplitude) X et son déphasage par rapport aux sources θ .

5.1 Diagramme de phaseur

On peut déterminer le comportement d'un phaseur \underline{X} selon la fréquence en utilisant un diagramme de phaseur. On fait le graphique du phaseur sur un plan de Gauss en faisant varier la fréquence ω .

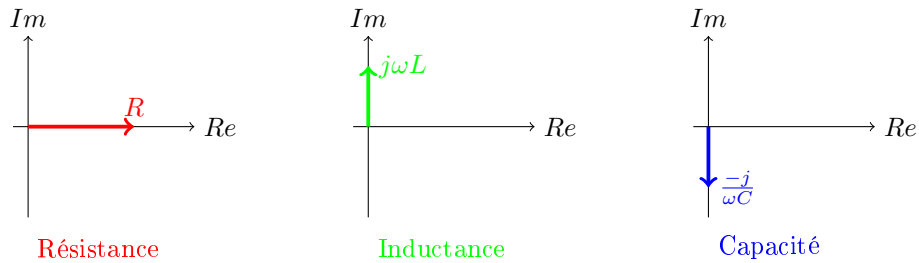


FIGURE 4 – Différentiation du type de phaseur grâce à son diagramme

6 Saut indiciel

Le saut indiciel est un changement brusque de tension qui se voit typiquement avec des signaux carrés.

6.1 Recette pour signaux carrés

6.1.1 Déterminer la constante τ :

Court-circuiter V_{in} et déterminer la résistance équivalente vue par la capacité. On a alors : $\tau = CR_{eq}$.

6.1.2 S'assurer que τ est suffisamment petit

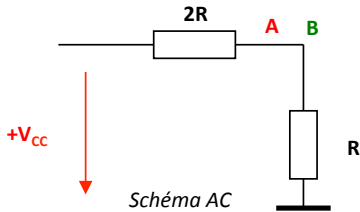
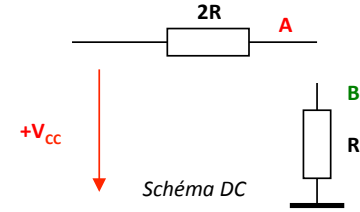
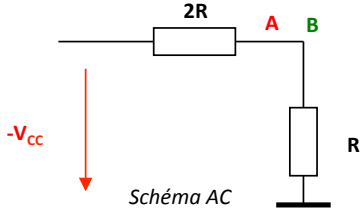
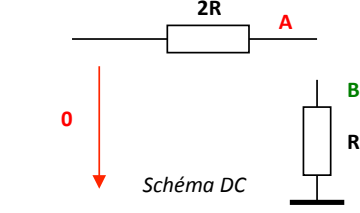
Pour un signal carré où un cycle prend T secondes, il faut s'assurer d'avoir la relation suivante :

$$\tau \leq \frac{T}{2}$$

Sinon, la capacité ne se retrouvera pas à son état initial après un cycle. Comme cela complique le travail, ce n'est pas abordé dans ce formulaire.

6.1.3 Analyse en quatre temps

Analyse pour quatre temps significatifs

Situation	Analyse	Schéma équivalent	V_A	V_B
Avant t_1			0	0
à t_1	On applique la superposition d'un signal AC (dû au saut) et d'un signal DC qui correspond aux tensions à l'équilibre établies avant le saut (<i>0 dans ce cas</i>) AC correspond à un saut $+V_{cc}$ La capacité pour le saut se comporte comme un court-circuit		$V_{A-AC} \quad V_{cc} \frac{R}{R+2R} = \frac{V_{cc}}{3}$ + $V_{A-DC} \quad 0$	$V_{B-AC} \quad V_{cc} \frac{R}{R+2R} = \frac{V_{cc}}{3}$ + $V_{B-DC} \quad 0$
à t_2	La capacité est un circuit ouvert et le circuit est à l'équilibre. Les rapports résistifs donnent les tensions aux différents points		$V_{A-DC} \quad V_{cc}$	$V_{B-DC} \quad 0$
à t_3	On applique la superposition d'un signal AC (dû au saut) et d'un signal DC qui correspond aux tensions à l'équilibre établies avant le saut (<i>tensions obtenues en t2</i>) AC correspond à un saut $-V_{cc}$ La capacité pour un saut se comporte comme un court-circuit		$V_{A-AC} \quad -V_{cc} \frac{R}{R+2R} = -\frac{V_{cc}}{3}$ + $V_{A-DC} \quad V_{cc}$	$V_{B-AC} \quad -V_{cc} \frac{R}{R+2R} = -\frac{V_{cc}}{3}$ + $V_{B-DC} \quad 0$
à t_4	La capacité est un circuit ouvert et le circuit est à l'équilibre. Les rapports résistifs donnent les tensions aux différents points		$V_{A-DC} \quad 0$	$V_{B-DC} \quad 0$

7 Diode

7.1 Formule exponentielle

Attention, risque d'approximation avec cette formule! Ne pas utiliser avec la valeur par défaut $U_D = 0.7V$!

Cette formule relie le courant de la diode à sa tension.

$$I_D = I_S e^{\frac{U_D}{nU_T}}$$

où n est le facteur d'idéalité qui varie entre 1 et 2, et U_T est la variable d'agitation thermodynamique qui vaut $26[mV]$ à 27 degrés centigrades. et I_S est le courant de saturation inverse (normalement donnée et qui varie entre $10^{-13}A$ et $10^{-15}A$).

7.2 Recette : AC et DC

7.2.1 Calcul de la polarisation

$$\text{Tension : } U_{D0} = U_j = 0.7[V]$$

$$\text{Courant : } I_0 = \frac{U_{DC} - U_j}{R_1}$$

7.2.2 Calcul R_d

$$R_d = \frac{nU_T}{I_0}$$

où n est le facteur d'idéalité qui varie entre 1 et 2, et U_T est la variable d'agitation thermodynamique qui vaut $26[mV]$ à 27 degrés centigrades.

7.2.3 Calcul des variations

$$U_{S1}(t) = \frac{U_{AC}(t)R_d}{R_d + R_1}$$

8 Transistors

8.1 Formules de base

$$I_C = \beta I_B$$

$$I_E = I_B + I_C$$

$$I_C = I_S e^{\frac{U_{BE}}{U_T}}$$

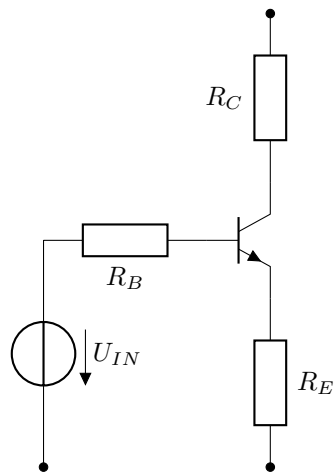


FIGURE 5 – Schéma complet d'un transistor

8.2 Recette

1. $U_{IN} > U_j$?
2. Calculer I_B ; complexe si R_E existe
3. Calculer I_C
4. Calculer U_E et U_C
5. Vérifier que $V_{BC} < 0$, sinon transistor saturé