

# Матрицы

## Генератор случайных чисел rand() в C++

Случайные числа в языке программирования C++ могут быть сгенерированы функцией **rand()** из стандартной библиотеки C++. Функция **rand()** генерирует числа в диапазоне от 0 до **RAND\_MAX**. **RAND\_MAX** - это константа, определённая в библиотеке **<cstdlib>**.

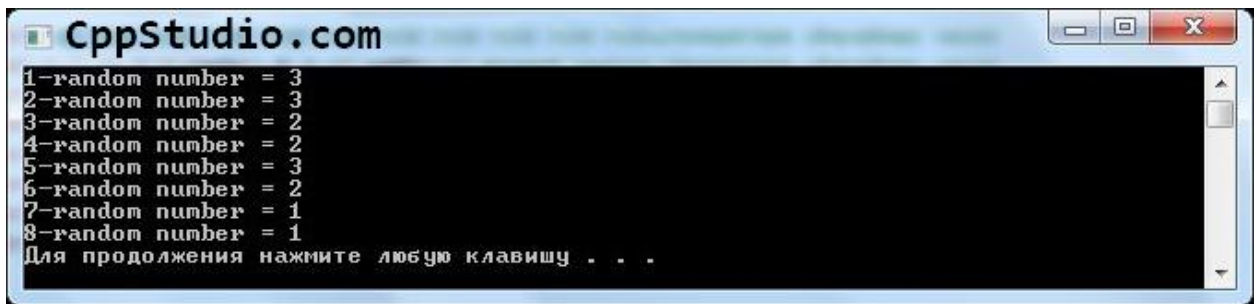
```
#include<iostream>
#include<locale>
using namespace std;

int main()
{
    cout << "RAND_MAX = " << RAND_MAX << endl; // константа, хранящая максимальный предел
из интервала случайных чисел
    cout << "random number = " << rand() << endl; // запуск генератора случайных чисел
    system("pause");
    return 0;
}
```



```
#include<iostream>
#include<locale>
using namespace std;

int main()
{
    cout << "1-random number = " << 1 + rand() % 3 << endl; // первый запуск генератора
случайных чисел
    cout << "2-random number = " << 1 + rand() % 3 << endl; // второй запуск генератора
случайных чисел
    cout << "3-random number = " << 1 + rand() % 3 << endl; // третий запуск генератора
случайных чисел
    cout << "4-random number = " << 1 + rand() % 3 << endl; // четвёртый запуск
генератора случайных чисел
    cout << "5-random number = " << 1 + rand() % 3 << endl; // пятый запуск генератора
случайных чисел
    cout << "6-random number = " << 1 + rand() % 3 << endl; // шестой запуск генератора
случайных чисел
    cout << "7-random number = " << 1 + rand() % 3 << endl; // седьмой запуск генератора
случайных чисел
    cout << "8-random number = " << 1 + rand() % 3 << endl; // восьмой запуск генератора
случайных чисел
    system("pause");
    return 0;
}
```



```
1-random number = 3
2-random number = 3
3-random number = 2
4-random number = 2
5-random number = 3
6-random number = 2
7-random number = 1
8-random number = 1
Для продолжения нажмите любую клавишу . . .
```

## Ввод и вывод матриц

```
#include<iostream>
#include<locale>
using namespace std;
int main()
{
    setlocale(LC_ALL, "Russian");
    const int n=3, m=4;
    int a[n][m];
    int i,j;
    for (i=0;i<n;i++)
    {
        for (j=0;j<m;j++)
        {
            a[i][j]=1 + rand() % 10 ;
        }
    }
    cout << "Matrix:" << endl;
    for (i=0;i<n;i++)
    {
        for (j=0;j<m;j++)
        {
            cout << a[i][j]<< ' ';
        }
        cout <<endl;
    }
    system("pause");
    return 0;
}
```

## Ввод с клавиатуры

```
for (i=0;i<3;i++)
{
    for (j=0;j<4;j++)
    {
        cin >>a[i][j];
    }
}
```

## Задачи, упражнения

1. Даны целые числа  $a_1, a_2, a_3$ . Получить целочисленную матрицу  $B$  размерности  $3 \times 3$ , для которой  $b_{ij} = a_i - 3a_j$ . ^
2. Даны вещественные числа  $a_1, K, a_{10}, b_1, K, b_{20}$ . Получить вещественную матрицу  $C$  размерности  $10 \times 20$ , для которой  $c_{ij} = a_j / (1 + |b_i|)$ . ^

3. Получить  $A$  - целочисленную матрицу, для которой  $a_{ij} = i + 2j$ . ▲

4. Дано натуральное число  $n$ . Получить вещественную матрицу  $A$ , для которой ▲

a)  $a_{ij} = \frac{1}{i+j}$ ;

b)  $a_{ij} = \begin{cases} \sin(i+j) & , i < j, \\ 1 & , i = j, \\ \arcsin \frac{i+j}{2i+3j} & , i > j. \end{cases}$

5. Дана вещественная матрица  $A$ . Получить матрицу  $A' = B \cdot C$ , где ♦

$$b_{ij} = \begin{cases} a_{ij} & , j \geq i, \\ a_{ji} & , j < i \end{cases} \quad c_{ij} = \begin{cases} a_{ij} & , j < i, \\ -a_{ij} & , j \geq i. \end{cases}$$

6. Получить вещественную матрицу  $A$  размерности  $7 \times 7$ , первая строка которой задается формулой  $a_{1j} = 2j + 3$  ( $j = 1, \dots, 7$ ), вторая строка задается формулой  $a_{2j} = j - \frac{3}{2+1/j}$  ( $j = 1, \dots, 7$ ), а каждая следующая строка есть сумма двух предыдущих. ▲

7. Дано натуральное число  $n$  и вещественная матрица размера  $n \times 9$ . Найти среднее арифметическое:

a) каждого из столбцов; ▲

b) каждого из столбцов, имеющих четные номера. ▲

8. Дано натуральное число  $n$ . Выяснить, сколько положительных элементов содержит матрица  $A$  размерности  $n \times n$ , если

a)  $a_{ij} = \sin(i + j/2)$ ; ▲

b)  $a_{ij} = \cos(i^2 + n \cdot j)$ ; ▲

c)  $a_{ij} = \sin\left(\frac{i^2 - j^2}{n}\right)$ . ▲

9. Дана действительная матрица размера  $n \times m$ , в которой не все элементы равны нулю. Получить новую матрицу путем деления всех элементов данной матрицы на ее наибольший по модулю элемент. ▲

10. Даны натуральное число  $m$ , числа  $a_1, K, a_m$  и целочисленная квадратная матрица порядка  $m$ . Строку с номером  $i$  назовем отмеченной, если  $a_i > 0$ , и неотмеченной в противном случае.

a) Нужно все элементы, расположенные в отмеченных строках матрицы, преобразовать по правилу: отрицательные элементы заменить на -1, положительные - на 1, а нулевые оставить без изменения. ▲

b) Подсчитать число отрицательных элементов матрицы, расположенных в отмеченных строках. ▲

11. Дана вещественная квадратная матрица порядка 12. Заменить нулями все ее элементы, расположенные на главной диагонали и выше нее. ▲

12. Даны вещественные числа  $x_1, K, x_8$ . Получить квадратную матрицу порядка 8, образованную по правилу:

a)  $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & K & x_8 \\ x_1^2 & x_2^2 & K & x_8^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_1^8 & x_2^8 & K & x_8^8 \end{pmatrix}$ ; ♦

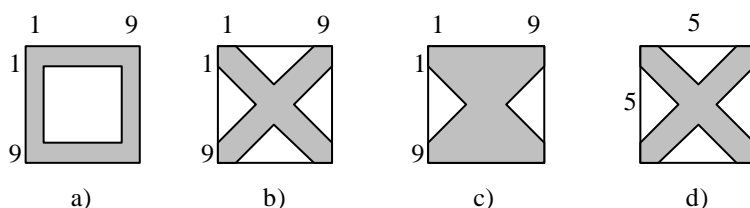
$$b) \begin{pmatrix} 1 & 1 & K & 1 \\ x_1 & x_2 & K & x_8 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_1^7 & x_2^7 & K & x_8^7 \end{pmatrix} \cdot \star$$

13. Дана вещественная матрица размера  $m \times n$ . Определить числа  $a_1, K, a_m$ , равные соответственно:
  - а) суммам элементов строк; ▲
  - б) произведениям элементов строк; ▲
  - с) наименьшим значениям элементов строк; ▲
  - д) значениям средних арифметических элементов строк; ▲
  - е) разностям наибольших и наименьших значений элементов строк. ▲
14. Все элементы с наибольшим значением в данной целочисленной квадратной матрице порядка 10 заменить нулями, если эти элементы не принадлежат первой или последней строкам. ▲
15. Дана действительная матрица размером  $6 \times 9$ . Найти среднее арифметическое наибольшего и наименьшего значений ее элементов, расположенных ниже главной диагонали. ▲
16. Дана вещественная матрица размера  $18 \times n$ . Найти значение наибольшего по модулю элемента матрицы и указать его местоположение в матрице. ▲
17. В данной вещественной квадратной матрице порядка  $n$  найти сумму элементов строки, в которой расположен элемент с наименьшим значением. Предполагается, что такой элемент единственный. ▲
18. В данной вещественной матрице размера  $6 \times 9$  поменять местами строку, содержащую элемент с наибольшим значением, со строкой, содержащей элемент с наименьшим значением. Предполагается, что эти элементы единственны. ▲
19. В данной квадратной целочисленной матрице порядка 17 указать индексы всех элементов с наибольшим значением, не принадлежащих диагоналям. ▲
20. Дана вещественная матрица размера  $n \times m$ , все элементы которой различны. В каждой строке выбирается элемент с наименьшим значением, затем среди этих чисел выбирается наибольшее. Указать индексы найденного элемента. ▲
21. Дана вещественная матрица размера  $n \times m$ . Получить последовательность  $b_1, K, b_n$ , где  $b_k$  - это
  - а) наибольшее из значений элементов  $k$ -й строки; ▲
  - б) сумма наибольшего и наименьшего из значений элементов  $k$ -й строки; ▲
  - с) количество отрицательных элементов в  $k$ -й строке; ▲
  - д) произведение квадратов тех элементов  $k$ -й строки, модули которых принадлежат отрезку  $[1, 1.5]$ . ▲
22. Дана целочисленная квадратная матрица порядка 8. Найти наименьшее из значений элементов столбца, который обладает наибольшей суммой модулей элементов. Если таких столбцов несколько, то взять первый из них. ▲
23. Дано натуральное число  $n$  и целочисленная квадратная матрица порядка  $n$ . Получить  $b_1, K, b_n$ , где  $b_i$  - это
  - а) значение первого по порядку положительного элемента  $i$ -й строки (если таких элементов нет, то принять  $b_i = 1$ ); ▲
  - б) сумма элементов, расположенных за первым отрицательным элементом в  $i$ -й строке (если все элементы строки неотрицательны или отрицательный элемент на последнем месте, то принять  $b_i = 100$ ); ▲
  - с) сумма элементов, предшествующих последнему отрицательному элементу  $i$ -й строки (если все элементы строки неотрицательны, то принять  $b_i = -1$ ). ▲
24. Дана целочисленная квадратная матрица порядка  $n$ . Найти номера строк:
  - а) все элементы которых — нули; ▲

- b) элементы в каждой из которых одинаковы; ▲  
 c) все элементы которых чётны; ▲  
 d) элементы каждой из которых образуют монотонную последовательность (монотонно убывающую или монотонно возрастающую); ▲  
 e) элементы которых образуют симметричные последовательности. ▲
25. Даны натуральное число  $n$ , вещественное число  $x$ , вещественная матрица размера  $n \times 2n$ . Получить последовательность  $b_1, K, b_n$  из нулей и единиц, где  $b_i = 1$ , если элементы  $i$ -й строки матрицы не превосходят  $x$ , и  $b_i = 0$  в противном случае. ▲
26. Дана вещественная квадратная матрица порядка  $n$ . Построить последовательность вещественных чисел  $a_1, K, a_n$  по правилу: если в  $i$ -й строке матрицы элемент, принадлежащий главной диагонали, отрицателен, то  $a_i$  равно сумме положительных элементов  $i$ -й строки, в противном случае  $a_i$  равно произведению отрицательных элементов  $i$ -й строки. ★
27. Дана вещественная квадратная матрица порядка 10. В строках с отрицательным элементом на главной диагонали найти: ▲  
 a) сумму всех элементов;  
 b) наибольший из всех элементов.
28. Дана вещественная квадратная матрица порядка  $n$ . Рассмотрим те элементы, которые расположены в строках, начинающихся с отрицательного элемента. Найти суммы тех из них, которые расположены соответственно ниже, выше и на главной диагонали. ★
29. Дана вещественная квадратная матрица порядка 9. Получить целочисленную квадратную матрицу того же порядка, в которой элемент равен единице, если соответствующий ему элемент исходной матрицы больше элемента, расположенного в его строке на главной диагонали, и равен нулю в противном случае. ▲
30. Дана вещественная квадратная матрица порядка  $n$ . Получить  $x_1 x_n + x_2 x_{n-1} + K + x_n x_1$ , где  $x_k$  - наибольшее значение элементов  $k$ -й строки данной матрицы. ▲
31. Даны натуральное число  $n \geq 2$ , вещественная квадратная матрица порядка  $n$ . Построить последовательность  $b_1, K, b_n$  из нулей и единиц, в которой  $b_i = 1$  тогда и только тогда, когда  
 a) элементы  $i$ -й строки матрицы образуют возрастающую последовательность; ▲  
 b) элементы  $i$ -й строки матрицы образуют возрастающую или убывающую последовательность. ▲
32. Дана целочисленная квадратная матрица порядка 15. Выяснить, имеются ли в матрице ненулевые элементы, и если имеются, то указать индексы:  
 a) одного из нулевых элементов; ▲  
 b) всех нулевых элементов. ▲
33. Даны натуральные числа  $i, j$  ( $1 \leq i, j \leq 24$ ), вещественная матрица размера  $18 \times 24$ . Поменять в матрице местами  $i$ -й и  $j$ -й столбцы. ▲
34. Даны натуральное число  $n$ , вещественная квадратная матрица порядка  $n$ . Построить последовательность  $b_1, K, b_n$  из нулей и единиц, в которой  $b_i = 1$  тогда и только тогда, когда в  $i$ -й строке матрицы есть хотя бы один отрицательный элемент. ▲
35. Даны натуральные числа  $n$  и  $m$ , вещественное число  $r$ , вещественная матрица размера  $n \times m$ . Получить значение  $b_1 r^{n-1} + b_2 r^{n-2} + K + b_n$ , где  $b_k$  - первый по порядку положительный элемент в  $k$ -й строке матрицы ( $k = 1, \dots, n$ ); если в  $k$ -й строке нет положительных элементов, то  $b_k = 0.5$ . ▲
36. Найти сумму квадратов тех элементов  $a_{ij}$  квадратной матрицы  $A$  порядка 10, для которых выполнено  $2 \leq i \leq 9, 2 \leq j \leq 9, a_{ij} \geq \frac{a_{i-1j} + a_{ij-1} + a_{i+1j} + a_{ij+1}}{4}$ . ★

37. Дана вещественная квадратная матрица порядка 9. Вычислить сумму тех из ее элементов, расположенных на главной диагонали и выше нее, которые превосходят по величине все элементы, расположенные ниже главной диагонали. Если на главной диагонали и выше нее нет элементов с указанным свойством, то ответом должно служить сообщение об этом. ✦
38. Дана целочисленная матрица  $A (a_{ij})$  размерности  $n$ . Получить  $b_1, \dots, b_n$ , где  $b_i$  -
- $\sum_{j=1}^n a_{ij}^2$ ; ✦
  - $\sum_{j=1}^n (-1)^{i+j} a_{ij}$ ; ✦
  - $\prod_{j=1}^n a_{ij}$ ; ✦
  - $\prod_{j=1}^n |a_{ji}|$ ; ✦
  - $\max_{1 \leq j \leq n} a_{ij} \cdot \min_{1 \leq j \leq n} a_{ji}$ . ✦
39. Будем называть соседями элемента с индексами  $i, j$  некоторой матрицы такие элементы этой, соответствующие индексы которых отличаются от  $i, j$  не более чем на единицу. Для данной целочисленной матрицы  $A (a_{ij})$  размерности  $m \times m$  найти матрицу  $B$ , состоящую из нулей и единиц, элемент которой  $b_{ij}$  равен единице, когда
- все соседи  $a_{ij}$  меньше самого  $a_{ij}$ ; ✦
  - все соседи  $a_{ij}$  и само  $a_{ij}$  равны нулю; ✦
  - среди соседей  $a_{ij}$  есть не менее двух совпадающих с  $a_{ij}$ . ✦
40. Дана символьная квадратная матрица порядка 10. Заменить буквой  $a$  все ее элементы, расположенные выше главной диагонали. ✦
41. Даны натуральное  $n$ , символьная квадратная матрица порядка  $n$ . Получить последовательность  $b_1, \dots, b_n$  из нулей и единиц, в которой  $b_i = 1$  тогда и только тогда, когда в  $i$ -й строке число символов "\*" не меньше числа пробелов. ✦
42. Дана символьная матрица размера  $13 \times 18$ . Найти:
- номер первой по порядку строки, содержащей наибольшее число цифр; ✦
  - номер первого по порядку столбца, содержащего наименьшее число пробелов на пересечении со строками, номера которых четны; ✦
  - номер последней по порядку строки, содержащей наибольшее количество букв 'и', 'и'; ✦
  - номер последнего по порядку столбца, в котором содержится наибольшее количество попарно различных символов. ✦
43. Ввести квадратную вещественную матрицу 4-го порядка, элементы которой заданы для ввода построчно, и распечатать ее по столбцам. ✦
44. Даны натуральное  $n$  и (построчно) элементы квадратной вещественной матрицы  $A$  5-го порядка. Вычислить  $n$ -ю степень этой матрицы ( $A^1 = A, A^2 = A \cdot A, A^3 = A^2 \cdot A$  и т.д.). ✦
- 45.
- нечетные строки матрицы  $A$  заменить на  $x$ ; ✦
  - четные столбцы матрицы  $A$  заменить на  $x$ ; ✦
  - первые шесть строк массива  $B$  заменить на  $x$ ; ✦
  - в матрице  $A$  поменять местами 1-ю и 2-ю строки, 3-ю и 4-ю строки, ..., 19-ю и 20-ю строки (воспользоваться  $x$  как вспомогательным массивом). ✦
46. Дана (построчно) вещественная матрица размером  $7 \times 4$ . Переставляя ее строки и столбцы, добиться того, чтобы наибольший элемент (один из них) оказался в верхнем левом углу. ✦

47. Найти  $s$  - сумму элементов из заштрихованной области массива  $A$  **Ошибка! Источник ссылки не найден.** ★



48. Вычислить  $s = \sum_{k=1}^{10} \max_{1 \leq i, j \leq k} D_{ij}$ .

49. Заполнить массив  $A$  следующим образом:

a) 
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 9 \end{pmatrix}; \blacktriangle$$

b) 
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & 10 \\ 11 & 12 & \dots & 20 \\ 21 & 22 & \dots & 30 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 91 & 92 & \dots & 100 \end{pmatrix}; \blacktriangle$$

c) 
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & 10 \\ 0 & 1 & 2 & \dots & 9 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 8 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}; \blacktriangle$$

d) 
$$\begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & 10 \\ 0 & \dots & 0 & 9 & 0 \\ 0 & \dots & 8 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \blacktriangle$$

50. Элемент матрицы назовем седловой точкой, если он является наименьшим в своей строке и одновременно наибольшим в своем столбце или, наоборот, является наибольшим в своей строке и наименьшим в своем столбце. Для заданной целой матрицы размером  $10 \times 15$  напечатать индексы всех ее седловых точек. ★
51. Дана вещественная матрица размером  $7 \times 7$ , все элементы которой различны. Найти скалярное произведение строки, в которой находится наибольший элемент матрицы, на столбец с наименьшим элементом. ▲
52. Определить, является ли заданная целая квадратная матрица 10-го порядка ортонормированной, т.е. такой, в которой скалярное произведение каждой пары различных строк равно 0, а скалярное произведение каждой строки на себя равно 1. ★
53. Определить, является ли заданная целая квадратная матрица 9-го порядка магическим квадратом, т.е. такой, в которой суммы элементов во всех строках и столбцах одинаковы. ▲

54. Дана непустая последовательность слов из строчных латинских букв; слова разделяются запятой, за последним словом - точка. Среди всех пар  $a_i$  и  $b_i$ , где  $a_i$  - первая, а  $b_i$  - последняя буквы  $i$ -го слова последовательности, определить наиболее часто встречающуюся пару.
55. По заданным коэффициентам  $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}, a_{22}, a_{23}, \dots, a_{2n}, \dots, a_{nn}$  ( $n = 20, a_{ii} \neq 0$ ) и правым частям  $b_1, b_2, \dots, b_n$  найти решение «треугольной» системы линейных уравнений: ★

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n = b_3 \\ \dots \\ a_{nn}x_n = b_n \end{array} \right.$$

### Строки

56. Дана последовательность, содержащая от 1 до 30 слов, в каждом из которых от 1 до 5 строчных латинских букв; между соседними словами - запятая, за последним словом - точка. Напечатать:
- эту же последовательность слов, но в обратном порядке; ▲
  - те слова, перед которыми в последовательности находятся только меньшие (по алфавиту) слова, а за ними - только большие; ★
  - эту же последовательность слов, но удалив из нее повторные вхождения слов; ★
  - все слова, которые встречаются в последовательности по одному разу; ★
  - все различные слова, указав для каждого из них число его вхождений в последовательность; ★
  - все слова в алфавитном порядке. ★
57. Дана последовательность, содержащая от 2 до 50 слов, в каждом из которых от 1 до 8 строчных латинских букв; между соседними словами - не менее одного пробела, за последним словом - точка. Напечатать те слова последовательности, которые отличны от последнего слова и удовлетворяют следующему свойству:
- слово симметрично; ★
  - первая буква слова входит в него еще раз; ★
  - буквы слова упорядочены по алфавиту; ★
  - длина слова максимальна; ★
  - в слове нет повторяющихся букв; ★
  - каждая буква входит в слово не менее двух раз; ★
  - в слове гласные буквы ( $a, e, i, o, u$ ) чередуются с согласными. ★
58. Дана последовательность, содержащая от 2 до 30 слов, в каждом из которых от 2 до 10 строчных латинских букв; между соседними словами - не менее одного пробела, за последним словом - точка. Напечатать все слова, отличные от первого слова, предварительно преобразовав каждое из них по следующему правилу:
- перенести первую букву в конец слова; ▲
  - перенести последнюю букву в начало слова; ▲
  - удалить из слова первую букву; ▲
  - удалить из слова последнюю букву; ▲
  - удалить из слова все последующие вхождения первой буквы; ★
  - удалить из слова все предыдущие вхождения последней буквы; ★
  - оставить в слове только первые вхождения каждой буквы; ★
  - если слово нечетной длины, то удалить его среднюю букву. ★



