

Вариант 24 Задача 4-4 Углубление Т.А. УД5-215

Дано

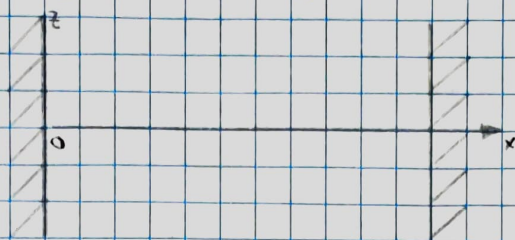
$$l = 0,9 \text{ м}$$

$$d = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$F = 3 \text{ Н}$$

$$i = 4$$



Решение

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \text{волновое уравнение}$$

$z(x, t) = z_1(x - vt, t) + z_2(x + vt, t)$ - сумма двух волн, распространяющихся в противоположных направлениях

Сумма распространяющихся волн:

$$z(x, t) = A_1 \cos[k(x - vt, t)] + A_2 \cos[k(x + vt, t)] = A_1 \cos(\omega t - kx) + A_2 \cos(\omega t + kx)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - волновое число

$v = \frac{\omega}{k} = \lambda \cdot \nu$ - скорость волны

$\lambda = \frac{2\pi}{k}$ - длина волны

$\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ - частота

Т.к. струна закреплена на концах, то ее концы не колеблются. Тогда:

$$z(0, t) = A_1 \cos(\omega t) + A_2 \cos(\omega t) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = A_1 = -A_2, \text{ тогда:}$$

$z(x, t) = 2A \sin(kx) \sin(\omega t)$ - ф-ла стоячей волны. Амплитуда колебания распространяется.

$$z_0(x) = 2A \sin(kx)$$

$$z(l, t) = 2A \sin(kl) \sin(\omega t) = 0$$

$$\sin(kl) = 0$$

$kl = \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{N} \Rightarrow$ таким образом стоячие волны могут образоваться, если на длине волны может уместиться целое число полуволн.

$$L = \frac{\lambda}{2} n \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{n}$$

$$\nu = \frac{v}{\lambda} \quad v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \nu = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$\nu = \rho \frac{nd^2}{4} \Rightarrow \nu = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{4F}{\rho nd^2}} = \frac{n}{Ld} \sqrt{\frac{F}{\rho n}}$$

$$\nu = \frac{4}{0,9 \cdot 0,5 \cdot 10^{-2}} \sqrt{\frac{3}{8,9 \cdot 10^3 \cdot 3,14}} = 9,2 \text{ Гц} - \text{частота } 4^{\text{ой}} \text{ гармоники}$$

$$\lambda = \frac{2L}{n} = \frac{2 \cdot 0,9}{4} = 0,45 \text{ м} - \text{длина } 4^{\text{ой}} \text{ гармоники}$$

$$a) A_{cr} = 2A \sin(kx) = \{ \sin kx = 1 \} = 1 \Rightarrow A_{cr} = 2A$$

$$d) T_n = \frac{1}{\nu_n} = 0,1s$$

$$t = 0,25 T_n = 0,0025s$$

