Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Факультет «Радиотехнический»

Кафедра ИУ5 «Системы обработки информации и управления»

Домашнее задание 1

(Реферат)

по дисциплине «Архитектура АСОИУ» на тему:

«Теория множеств»

Выполнил:

студент(ка) группы РТ-5 № 21Б В.А. Мирсонов

подпись, дата

Проверил:

к.т.н., доц., Г.И. Афанасьев

подпись, дата

2019 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Понятие множества

Множество — это математический объект, сам являющийся набором, совокупностью, собранием каких-либо объектов, которые называются элементами этого множества и обладают общим для всех их характеристическим свойством. Иными словами, это совокупность каких-либо объектов, обладающих каким-то общим для всех свойством, определяющим эти объекты.

Например:

Множество всех чисел, являющихся неотрицательными степенями числа 3 M {1, 3, 9, 27, 81, ...}

Обозначение множеств и их элементов

Множества **принято обозначать** заглавными буквами латинского алфавита A, B, M и т.д. **Элементы множества** соответственно **обозначают** строчной буквой латинского алфавита (как правило той же буквой, которой обозначили рассматриваемое множество).

Например:

Число 9 принадлежит множеству M = {1, 3, 9, 81...} так как является целой неотрицательной степенью числа 3 (3^2 = 9). Поэтому можно записать: $9 \in M$.

Подмножества

Подмножество - множество, каждый элемент которого является элементом другого (более крупного) множества.

Например:

Для множества A = {1, 2, 3, 4, 5} подмножеством будет являться множество B = {1, 2, 3}.

Принадлежность и не принадлежность множеству

Если элемент a **принадлежит** множеству A, то записывают a ∈ A (“объект a принадлежит множеству A”)

Например:

Число 2 является элементом множества всех натуральных чисел N, поэтому истинна запись: 2 ∈ N

Но, если же наоборот, элемент a **не принадлежит** множеству A, то записывают a ∉ A (“объект a не принадлежит множеству A”).

Например:

Число 4.5 не является элементом множества всех натуральных чисел N, поэтому истинна запись: 4.5 ∉ N (в то время как запись 4.5 ∈ N ложна, так как 4.5 - вещественное число и к натуральным числам не относиться).

Описание множеств

При описании элементов множеств принято использовать “ {“,”}” (открывающаяся и закрывающаяся фигурные скобки).

Например:

Множество A = {0 ,1 ,2 ,3 ,5}.

Также, например, если множество объектов обладает некоторым свойством A(x), то его можно записать так: G = {x : A(x)} (G - множество). В данном примере фигурные скобки также используются для описания множества.

Некоторые виды множеств и их свойства

Конечное множество — множество, количество элементов которого конечно, то есть, существует неотрицательное целое число k, равное количеству элементов этого множества. В противном случае множество называется бесконечным.

Например:

Множество A = {1,2,3}, k = 3.

Свойства:

1. Количество элементов конечного множества всегда конечно
2. Если конечные множества $X_{1,}$ $_{...,}$ X_k попарно не пересекаются, то выполняется: $| X_1 \cup ... \cup X_k | = | X_1 | + \ldots + | X_k |$ (объединение множеств)
3. Если $X_{1, ...,} X_k$ - конечные множества, то выполняется:

   $| X_1 \times ... \times X_k | = | X_1 | \times ... \times | X_k |$ (декартово произведение)

Бесконечное множество — множество, не являющееся конечным. Бывает счётным либо несчётным.

Счётное множество — бесконечное множество, элементы которого возможно пронумеровать натуральными числами.

Например:

Множество A = {1,2,3}, k = 3.

Несчётное множество — бесконечное множество, не являющееся счётным.

Например:

Множество N всех натуральных чисел {1, 2, 3, ...}

Свойства:

1. Всякое бесконечное множество A, содержит счетное собственное подмножество
2. Счетная сумма счетных множеств – есть счетное множество.

Пустое множество - множество, не содержащее ни одного элемента.

Обозначение: **Ø**

Свойства:

1. Ни одно множество не является элементом пустого множества.
2. Пустое множество является своим подмножеством, но не является своим элементом.
3. Пустое множество является подмножеством любого множества.

4. Объединение пустого множества с любым множеством равно последнему указанному множеству.
5. Пересечение пустого множества с любым множеством равно пустому множеству.
6. Пересечение любого множества с его дополнением равно пустому множеству.
7. Исключение пустого множества из любого множества равно последнему указанному множеству.
8. Исключение любого множества из пустого множества равно пустому множеству.
9. Симметрическая разность пустого множества с любым множеством равна последнему указанному множеству.
10. Декартово произведение пустого множества на любое множество равно пустому множеству.
11. Пустое множество — транзитивно.

Универсальное множество - множество, содержащее все объекты и все множества.

Обозначение: U или E

<u>Свойства:</u>

1. Любой объект, какова бы ни была его природа, является элементом универсального множества.
2. В частности, само универсальное множество содержит себя в качестве одного из многих элементов.
3. Любое множество является подмножеством универсального множества.
4. В частности, само универсальное множество является своим подмножеством.
5. Объединение универсального множества с любым множеством равно универсальному множеству.

6. В частности, объединение универсального множества с самим собой равно универсальному множеству.
7. Объединение любого множества с его дополнением равно универсальному множеству.
8. Пересечение универсального множества с любым множеством равно последнему множеству.
9. В частности, пересечение универсального множества с самим собой равно универсальному множеству.
10. Исключение универсального множества из любого множества равно пустому множеству.
11. В частности, исключение универсального множества из себя равно пустому множеству.
12. Исключение любого множества из универсального множества равно дополнению этого множества.
13. Дополнение универсального множества есть пустое множество.
14. Разность универсального множества с любым множеством равна дополнению последнего множества.
15. В частности, симметрическая разность универсального множества с самим собой равна пустому множеству.

Слово в некотором алфавите (множестве)

Алфавит — это произвольное непустое конечное множество $A = \{a_1, ..., a_n\}$, элементы которого называют *буквами* или *символами*.

Обычно задают определенную нумерацию алфавита. **Словом** или *цепочкой* в алфавите A называют произвольное сочетания символов алфавита.

Например:

Для множества A = {b, c, f}, (b), (c), (f), (f, b), (f, b, c), (c, b, f, f, c) и т.д. есть слова в множестве букв A.

() называется *пустым словом* или *пустой цепочкой* и обозначается λ. По определению, *длина слова* r - число составляющих это слово символов.

Способы задания множеств

Множество можно задать следующими способами:

1. Перечислением всех элементов множества

   Например:

   Для множества D элементами будут: 1, 4, 8, 9 (D = {1, 4, 8, 9}).

2. Указанием правила для определения того, принадлежит или не принадлежит рассматриваемому **множеству** любой данный объект. То есть задать некий критерий (описание) принадлежности множеству.

   Например:

   Для множества F чисел, являющихся целыми степенями двойки, минус единица, правило будет: $f_n = 2^n-1$ ($F = \{f: f_n = 2^n-1\}$).

Одноэлементное множество

Одноэлементное множество — множество, состоящее из одного элемента.

Например:

A = {3}.

Равенство и неравенство множеств

Два множества M и N называются **равными**, если они состоят из одних и тех же элементов (можно записывать как M = N).

Например:

M = {1, 2, 4, 6, 10}, N = {1, 2, 4, 6, 10}.

Два множества M и N называются **не равными**, если в одном из множеств содержится элемент, не принадлежащий второму множеству (можно записывать как $M \neq N$).

Например:

M = {1, 2, 4, 6, 10}, N = {2, 4, 10}.

Операции включения подмножества

Собственного

Собственные подмножества - все подмножества, не являющиеся несобственными. Для них применимы операции строго включения.

Строгое включение обозначается $A \subset B$, и означает, что A - подмножество множества B, не совпадающее с B. Иными словами, строгое включение предполагает работу с собственными подмножествами.

Например:

B = {1, 2, 3, 4} A = {1, 3} $A \subset B$

Несобственного

Несобственные подмножества - пустое множество и само рассматриваемое множество. Для них применимы операции (нестрогого) включения.

Включение обозначается $A \subseteq B$, означает, что A - несобственное подмножество множества B, возможно совпадающее с B. $A \subseteq B$ читается как "A включено в B".

Например:

B = {1, 2, 3} A = {1, 2, 3} $A \subseteq B$

Различия строгого и нестрогого включения

Различия $A \subset B$ и $A \subseteq B$ заключаются в том, что отношение $A \subseteq B$ допускает и ***тождественность*** (A=B), т.е. любое множество можно рассматривать как подмножество самого себя ($A \subseteq B$) , в то время как символ ***строгого включения*** $A \subset B$ ставится тогда, когда мы хотим подчеркнуть, что A

= B , то есть во множестве B содержатся не только элементы множества A. Выполнение соотношений A ⊆ B и B ⊆ A возможно только при A=B. И обратно, A=B, если A ⊆ B и B ⊆ A. Эти соотношения являются признаком ***равенства множеств*** через отношение включения. Заметим, что иногда в литературе символом ⊂ обозначают "нестрогое" включение, допускающее и равенство множеств. В этом случае символ ⊆ не используется, а строгое включение записывают двумя соотношениями, A ⊆ B, A ≠ B.

Свойства рефлексивности, антисимметричности, транзитивности

Отношение *R* на множестве *X* называется **рефлексивным,** если о каждом элементе множества *X* можно сказать, что он находится в отношении *R* с самим собой: *xRx.* Иными словами, каждый элемент множества находится в каком-либо отношении с самим собой.

Например:

Каждый отрезок равен самому себе (т.е. не существует отрезков, перпендикулярных самому себе).

Отношение *R* называют **антисимметричным**, если для любых не равных элементов *x* и *y* из истинности выполнения условия *xRy* следует ложность выполнения условия *yRx: :* $xRy \Rightarrow yRx$. Иными словами, если условие для двух элементов верны в одну сторону их отношения, то это же условие будет ложно при рассмотрении в обратную сторону.

Например:

Если число x = 5 больше числа y = 3 (верное условие), то число y не больше числа x (т.е. условие y больше x ложно).

Отношение R на множестве X называют **транзитивным,** если из того, что элемент x находится в отношении R с элементом y, а элемент y находится в отношении R с элементом z, следует, что элемент x находится в отношении R с элементом z: xRy и yRz ⇒ xRz. Иными словами, если какое-либо отношение верно для одной пары элементов (1-2) и это же отношение верно для другой пары элементов (2-3), то оно же верно и для пары (1-3).

Например:

Число $x = 5$ больше числа $y = 3$, а y больше числа $z = 2$. Тогда верно отношение: число x больше числа z.

Характеристическая функция

Характеристическая функция — это функция, определённая на множестве X, которая указывает на принадлежность элемента этому множеству X. Иными словами, это функция, устанавливающая правило принадлежности элемента множеству.

Например:

Для множества $A = \{0, 2, 4, 6...\}$ чисел кратных 2, являющихся неотрицательными, характеристическая функция $A(x) = 2n$, $n = 0, 1, 2, 3...$

Дополнение множества

Пусть $B \subset A$. **Дополнением** множества B до множества A называется множество A’, содержащее все элементы множества A, которые не принадлежат множеству B: $A' = \{x : x \in A, x \notin B\}$.

Иными словами, это абстрактная “разность” множеств. От просто множества отличается тем, что содержит только элементы, необходимые для дополнения первого множества до второго.

Например:

Если $B = \{1, 2, 3\}$ и $A = \{1, 2, 3, 5, 6\}$, то дополнением множества B до множества A будет являться множество $A' = \{5, 6\}$.

Логические операции над характеристическими функциями

Конъюнкция — логическое высказывание, которое получается путем объединения двух простых утверждений/функций союзом «и». Иными словами, логическая операция над характеристическими функциями, по смыслу максимально приближенная к союзу «и» (одновременное пересечение двух функций).

Например:

Для множества A = {0, 2, 4, 6...} чисел кратных 2, являющихся неотрицательными, характеристическая функция A(x) = 2n, n =0, 1, 2, 3... Для множества Y = {0, 4, 8...} чисел кратных 4 являющихся неотрицательными, характеристическая функция Y(x) = 4n, n =0, 1, 2, 3...

Тогда конъюнкция двух характеристических функций A(x) и Y(x) будет представлять из себя G(x) = A(x) * Y(x), то есть G = {0, 4, 8...} G(x) = 4n, n =0, 1, 2, 3...

Дизъюнкция — это логическая операция, принятая в формализованных языках для образования сложных высказываний/функций из простых и по смыслу эквивалентная нестрогому союзу «или» в естественном языке. Иными словами, это фактически применение к отношению двух характеристических функций союза «или» в смысле «или то, или это, или оба сразу» (одновременное объединение двух функций)

Например:

Для множества A = {0, 2, 4, 6...} чисел кратных 2, являющихся неотрицательными, характеристическая функция A(x) = 2n, n = 0, 1, 2, 3... Для множества Y = {0, 4, 8...} чисел кратных 4 являющихся неотрицательными, характеристическая функция Y(x) = 4n, n =0, 4, 8...

Тогда дизъюнкция двух характеристических функций A(x) и Y(x) будет представлять из себя G(x) = A(x) + Y(x), то есть G = {0, 2, 4, 6...} G(x) = 2n, n =0, 1, 2, 3...

Отрицание - логическое «НЕ», унарная операция над суждениями, результатом которой является суждение «противоположное» исходному. Иными словами, это операция, возвращающая противоположное значение от исходной характеристической функции.

Например:

Для множества A = {0, 2, 4, 6...} чисел кратных 2, являющихся неотрицательными, характеристическая функция A(x) = 2n, n =0, 1, 2, 3... В результате операции отрицания над характеристической функцией A(x) : ¬ A(x) = B(x) (B(x) = 2n – 1, n =1, 2, 3... - множество B = {1, 3, 5...}).

Семейство множеств

Предположим, что вместо множества N натуральных чисел задано произвольное множество I и каждому элементу i ∈ I взаимно однозначно сопоставлено подмножество $A_i \subseteq U$. Тогда говорят, что задано **семейство множеств** $(A_i)_{i\in I}$. Множество I называют множеством индексов, а множества A_i — элементами семейства $(A_i)_{i\in I}$. В случае I = N получаем последовательность множеств, или *счетное семейство множеств*; если множество I конечно, получаем *конечное семейство множеств*. Иными словами, семейство множеств — это множество, элементами которого являются некоторые подмножества универсального множества U с уникальными индексами i ∈ I (т.е. это некое множество множеств). Главное отличие от множеств состоит в том, что в семействе множеств каждому элементу соответствует множество с определенным индексом (из множества индексов).

Например:

В качестве множества индексов возьмем множество точек эллипса на плоскости и каждой точке сопоставим касательную, проведенную к эллипсу в этой точке. Тогда получаем семейство множеств, элементами которого служат множества точек различных касательных

Булевые операции над множествами

Основными операциями над множествами являются: *объединение, пересечение множеств, а также разность и дополнение* множества до универсального.

Объединением (суммой) множеств A и B называется множество, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A, B

Обозначают: $A \cup B$.

Например:

$A = \{1, 2, 4\}$ $B = \{2, 4, 5\}$ $A \cup B = \{1, 2, 4, 5\}$ $A \cup B = \{x : x \in A$ или $x \in B\}$

Пересечением (произведением) множеств A и B называется множество, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат как множеству A, так и множеству B.

Обозначают: $A \cap B$.

Например:

$A = \{1, 2, 4\}$ $B = \{2, 4, 5\}$ $A \cap B = \{1, 2, 4\}$ $A \cap B = \{x \mid x \in A$ и $x \in B\}$

Объединение семейства обозначают: $\bigcup_{i \in I} A_i$

$\bigcup_{i \in I} A_i = \{x : (\exists_i), (x \in A_i)\}$.

Пересечение семейства множеств обозначают $\bigcap_{i \in I} A_i$

$\bigcap_{i \in I} A_i = \{x : (\forall_i), (x \in A_i)\}$.

Множество $\bigcup_{i \in I} A_i = \{x$: такое, что $x \in A_i$, хотя бы для одного $i \in I\}$ называют **объединением семейства множеств** $\{A_i\}$, $i \in I$, а множество $\bigcap_{i \in I} A_i = \{x$: такое, что $x \in A_i$, для любого $i \in I\}$ - **пересечением** этого семейства.

Например:

Два семейства множеств случайных пар двузначных чисел. Объединение - все пары таких чисел, если одно из чисел, принадлежащее i-ому множеству другого семейства совпадет с каким-либо другим из семейства исходных множеств же множеств. Пересечение - некоторые пары чисел множеств семейств, если они случайным образом совпадут со всеми парами чисел из множеств другого семейства.

Пересекающиеся и непересекающиеся множества

Непересекающиеся множества — это множества, пересечение которых является пустым множеством. Иными словами, это множества, не имеющие общих элементов.

Например:

Множество A = {1, 2, 3} и множество B = {0, 4, 5}

Пересекающиеся множества — это множества, пересечение которых не является пустым множеством. Иными словами, это множества, имеющие хотя бы один общий элемент.

Например:

Множество A = {1, 2, 4} и множество B = {2, 4, 5}

Диаграммы Венна. Примеры интерпретации закона коммутативности, ассоциативности, дистрибутивности

Диаграмма Венна — схематичное изображение всех возможных отношений нескольких подмножеств универсального множества. На диаграммах Венна универсальное множество изображается множеством точек некоторого прямоугольника, в котором располагаются в виде кругов или других простых фигур все остальные рассматриваемые множества.

Пример диаграммы Венна

Свойства операций над множествами:

Для любых множеств *A, B, C* верны следующие множества:

Коммутативность = свойство “переместительности” (от перемещения мест объектов, над которыми проводится какая-либо операции, результат не меняется).

Ассоциативность - свойство операций, позволяющее восстановить последовательность их выполнения при отсутствии явных указаний на очерёдность при равном приоритете.

Дистрибутивность = “распределительный” закон.

$A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$ *(коммутативность);*

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$, $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ *(ассоциативность);*

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cap C)$, $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (*дистрибутивность);*

Например:

$A = \{1, 2\}$ $B = \{2, 3\}$ $C = \{3, 4\}$

$A \cup B = B \cup A = \{1, 2, 3\}$

$A \cap B = B \cap A = \{2\}$

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = \{1, 2, 3, 4\}$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = \{\}$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cap C) = \{1, 2, 3\}$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) = \{2\}$

Пересечение относительно объединения

Операция пересечения множеств дистрибутивна относительно операции объединения:

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$(B \cup C) \cap A = (B \cap C) \cup (C \cap A)$

Например:

$A = \{1, 2\}$ $B = \{2, 3\}$ $C = \{3, 4\}$

$A \cap (B \cup C) = \{2\}$ $(A \cap B) = \{2\}$ $(A \cap C) = \{\}$

Объединение относительно пересечения

Операция объединения множеств дистрибутивна относительно операции пересечения:

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$(B \cap C) \cup A = (B \cup C) \cap (C \cup A)$

Например:

$A = \{1, 2\}$ $B = \{2, 3\}$ $C = \{3, 4\}$

$A \cup (B \cap C) = \{1, 2, 3\}$ $(A \cup B) = \{1, 2, 3\}$ $(A \cup C) = \{\}$

Идемпотентность

Идемпотентность — свойство объекта или операции при повторном применении операции к объекту давать тот же результат, что и при первом. Применительно к множествам это свойство можно рассмотреть, как операцию пересечения (объединения) множества с самим собой, в результате которого получается исходное множество.

Например:

$A = \{1, 2, 3\}$ $A \cap A = A$ и $A \cup A = A$

Правило поглощения множеств

$A \cup (A \cap B) = A$

То есть объединение множества A с пересечением множества A и B даст множество A, так как пересечение множеств A и B будет содержать элементы множества A (общие и для множества B). А при объединении множества A со своими же элементами будет получатся множество A.

$A \cap (A \cup B) = A$

То есть пересечение множества A с объединением множества A и B даст множество A, так как объединение множеств A и B будет содержать элементы множества A и множества B. A при пересечении множества A с элементами своего множества и множества B, будет получатся множество A.

Например:

$A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{2, 3, 4, 5\}$

$(A \cap B) = \{2, 3\}$ $A \cup (A \cap B) = \{1, 2, 3\}$

$(A \cup B) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $A \cap (A \cup B) = \{1, 2, 3\}$

Инволюция

$\neg(\neg A) = A$

То есть при применении отрицания на “не” множества A будет получаться множества A. Это происходит, потому что “не” множество A — это все элементы универсального множества, не являющиеся элементами множества A. При применении отрицания для “не” множества A будут рассматриваться элементы универсального множества, которые (“не … не ...” - то есть элементы множества A) не являются не элементами множества A, то есть элементы, принадлежащие множеству A.

Например:

$\neg(\neg \{7\}) = \{7\}$

Правила де Моргана для множеств и семейств множеств

Законы де Моргана (правила де Моргана) — логические правила, связывающие пары логических операций при помощи логического отрицания.

В логике: не (a и b) = (не a) или (не b), не (a или b) = (не a) и (не b)

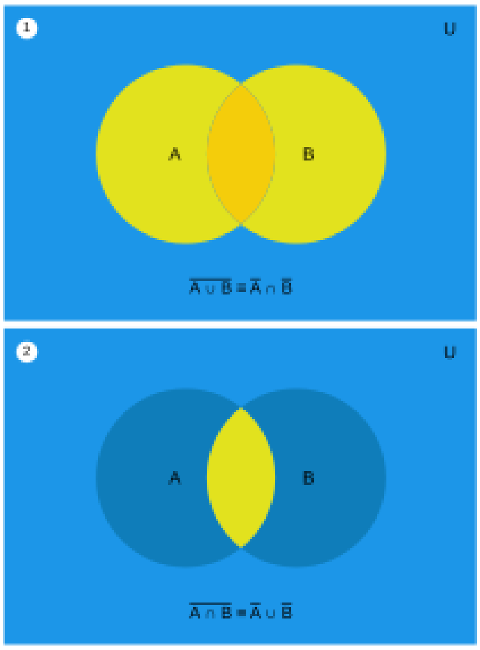
Для множеств:

$\neg(A \cap B) = \neg A \cup \neg B$

То есть “не” пересечение множеств A и B равно объединению “не” A и “не” B (рис. 2).

$\neg(A \cup B) = \neg A \cap \neg B$

То есть “не” объединение множеств A и B равно пересечению “не” A и “не” B (рис. 1).



Например: A = {1, 2, 3} B = {2, 3, 4, 5}

¬A = {...0,4...} ¬B = {...0,1,6...} ¬ (A ⋂ B) = {...0,1,4...} ¬ (A ∪ B) = {...0,6...}

Для семейств множеств:

$\neg (\bigcup_{i \in I} A_i) = \bigcup_{i \in I} \neg A_i$

“Не" объединение семейств множеств равно множеству ⋃i ∈ I ¬ Ai = {x: такое, что x ∈ Ai , хотя бы для одного i ∉ I }

$\neg (\bigcap_{i \in I} A_i) = \bigcap_{i \in I} \neg A_i$

“Не" пересечение семейств множеств равно множеству $\bigcap_{i \in I} \neg A_i$ = {x: такое, что x ∈ A_i, для любого i ∉ I }

Разность множеств

Разностью множеств *A* и *B* называется множество, обозначаемое A \ B и состоящее из всех тех и только тех элементов множества *A*, которые не

являются элементами множества *B*, то есть. Иными словами, это множество, состоящее из всех элементов множества А, не содержащихся в множестве В.
Обозначается: $A \setminus B = \{x: x \in A \cap x \in B\}$

Например:

$A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{2, 3, 4, 5\}$ $A \setminus B = \{1\}$ $B \setminus A = \{4, 5\}$

Симметричная разность множеств

Симметричная разность двух множеств — теоретико-множественная операция, результатом которой является новое множество, включающее все элементы исходных множеств, не принадлежащие одновременно обоим исходным множествам. Иными словами, это множество, состоящее из всех элементов множества А не содержащихся в множестве В и всех элементов множества В не содержащихся в А.
Обозначается: $A \Delta B$

Симметрическая разность может быть эквивалентно определена следующим образом:

$A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$;

$A \Delta B = \{x: (x \in A \cap x \notin B) \cup (x \notin A \cap x \in B)\}$

Для $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{2, 3, 4\}$ $C = \{1, 4, 5\}$

- Симметрическая разность коммутативна:

  $A \Delta B = B \Delta A$;

  $A \Delta B = \{1, 4\}$ $B \Delta A = \{1, 4\}$

- Симметрическая разность ассоциативна:

  $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$;

  $(A \Delta B) \Delta C = \{5\}$ $A \Delta (B \Delta C) = \{5\}$

- Пересечение множеств дистрибутивно относительно симметрической разности:

  $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$;

$A \cap (B \Delta C) = \{1, 2, 3\}$

$(A \cap B) = \{2, 3\}$ $(A \cap C) = \{1\}$ $(A \cap B) \Delta (A \cap C) = \{1, 2, 3\}$

- Пустое множество является нейтральным элементом (элемент, который оставляет любой другой элемент неизменным при применении этой бинарной операции к этим двум элементам) симметрической разности:

  $A \Delta \emptyset = A$;

- Любое множество обратно само себе относительно операции симметрической разности:

  $A \Delta A = \emptyset$;

Например:

$A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{2, 3, 4, 5\}$ $A \Delta B = \{1, 4, 5\}$

Декартово произведение

Декартовым (прямым) произведением множеств $A_1, A_2, \ldots, A_n$ называется множество, обозначаемое $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$ и состоящее из всех тех и только тех наборов длины *n*, *i*-я компонента которых принадлежит A_i ($i = 1, 2, \ldots n$). Иными словами, например для множеств A и B, декартовым произведением A × B называется множество всех упорядоченных пар (*a*, *b*), где первый элемент *a* из множества *A*, а второй элемент *b* из множества *B*.

Обозначается: $A \times B = \{(a, b): a \in A \cap b \in B\}$

Например:

$A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{4, 5\}$

$A \times B = \{(1, 4), (1, 5), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5)\}$

Список используемых источников

1. Конспекты лекций за 1-й курс, 2-й семестр по дисциплине “Архитектура автоматизированных систем обработки информации и управления”
2. [Электронные ресурсы]

- Куратовский К., Мостовский А. Теория множеств - 1970 г.
- Множество - главы из Математической энциклопедии (в 5 томах) - 1977г.
- Выгодский М. Я. Справочник по элементарной математике - 2006 г.
- Серпинский В. О теории множеств - 1987г.
- Колмогоров А. Н., Драгалин А. Г. Введение в математическую логику - 1982 г.
- Множества. Операции над множествами. Отображение множеств. Мощность множества - статья А. Емелин
- https://ru.wikipedia.org/wiki/Множество
- https://ru.wikipedia.org/wiki/Конечное_множество
- https://ru.wikipedia.org/wiki/Таблица_математических_символов
- https://ru.wikipedia.org/wiki/Индикатор
- https://v1.savant.pro/Способы_задания_множеств
- http://www.bymath.net/Операции_над_множествами
- https://dl.nure.ua/pluginfile.php/1135/mod_resource/content/1/content/content6.html
- https://kto.guru/matematika/Свойства_отношений_на_множествах
- http://mathhelpplanet.com/Метод_характеристических_функций
- http://mathhelpplanet.com/Семейства_множеств