**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**
**высшего образования**
**«Московский государственный технический университет**
**имени Н.Э. Баумана**
**(национальный исследовательский университет)»**
**(МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

ФАКУЛЬТЕТ ____Информатика и системы управления_____________
КАФЕДРА _________Системы обработки информации и управления__________________________

# РАСЧЕТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

## *К КУРСОВОЙ РАБОТЕ*

## *НА ТЕМУ:*

## *Анализ и оптимизация автоматизированных систем обработки информации и управления*

Студент ИУ5-33Б ________________ **С.К. Лебедева**
(Группа) (Подпись, дата) (И.О.Фамилия)

Руководитель курсовой работы ________________ **Г.И. Афанасьев**
(Подпись, дата) (И.О.Фамилия)

Консультант ________________ ________________
(Подпись, дата) (И.О.Фамилия)

*2022 г.*

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**
**высшего образования**
**«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана**
**(национальный исследовательский университет)»**
**(МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

---

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой ___ИУ5____
(Индекс)
______________ В.И. Терехов
(И.О.Фамилия)
« _____ » ____________ 2022 г.

# З А Д А Н И Е
## на выполнение курсовой работы

по дисциплине Архитектура автоматизированных систем обработки информации и управления

Студент группы ___ИУ5-33Б___

_____________________________Лебедева София Константиновна_______________________
(Фамилия, имя, отчество)

Тема курсовой работы Анализ и оптимизация АСОИУ__________________________________
___________________________________________________________________________________
___________________________________________________________________________________

Направленность КР (учебная, исследовательская, практическая, производственная, др.)
__учебная_________________________________________________________________________
Источник тематики (кафедра, предприятие, НИР) _____Кафедра ИУ5____________________

График выполнения работы: 25% к 3 нед., 50% к 9 нед., 75% к 12 нед., 100% к 15 нед.

***Задание*** Определить структурные характеристики графа системы. Упорядочить по уровням информационно-логический граф системы. Провести декомпозицию топологической структуры системы. Провести анализ информационного графа системы. Определить структурно-топологические характеристики системы.
___________________________________________________________________________________
___________________________________________________________________________________

***Оформление курсовой работы:***

Расчетно-пояснительная записка на __30__ листах формата А4.

___________________________________________________________________________________
___________________________________________________________________________________
___________________________________________________________________________________
___________________________________________________________________________________

Дата выдачи задания «2» сентября 2022 г.

| | | |
|---|---|---|
| **Руководитель курсовой работы** | _________ 02.09.2022<br>(Подпись, дата) | Г.И. Афанасьев<br>(И.О.Фамилия) |
| **Студент** | _________ 02.09.2022<br>(Подпись, дата) | С.К. Лебедева<br>(И.О.Фамилия) |

Примечание: Задание оформляется в двух экземплярах: один выдается студенту, второй хранится на кафедре.

Содержание

**Задача №1**

Формулировка задачи:

Разработать формализованное представление системы. Формализованное представление включает в себя: представление системы с помощью графа, матрицы смежности, матрицы инциденций, множественное представление. Выделить цепи, пути, циклы, контура; вычислить степени вершин, полустепени исходов и заходов. Если какие-то элементы отсутствуют, то написать, что их нет.

Решение задачи:

**Представление системы с помощью графа.**

Рассматриваемая система в виде графа:

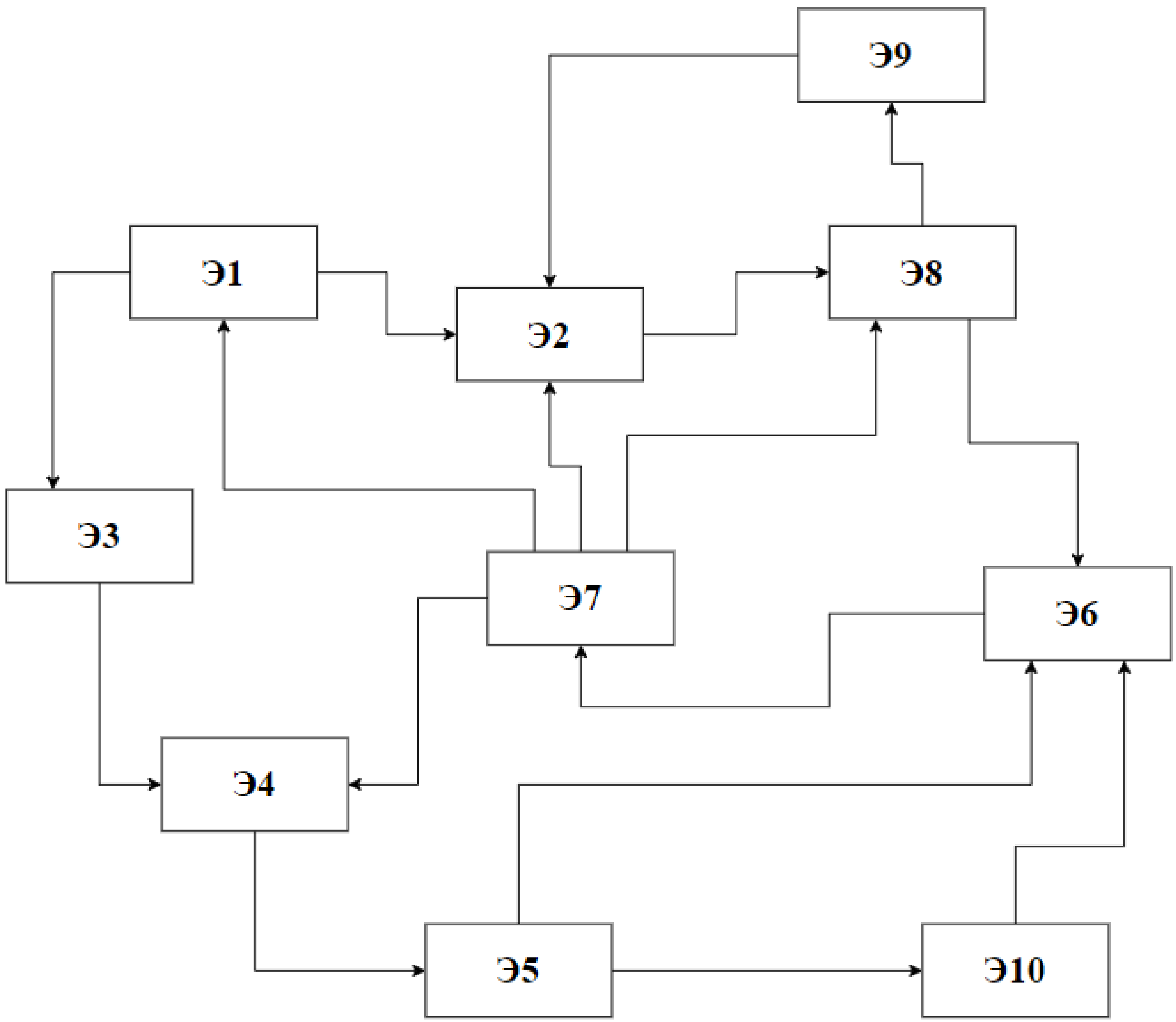


*Рис.1*

## 1.1 Представление системы с помощью матрицы смежности

Для ориентированного графа, представленного на рис.1 составим матрицу смежности $\|a_{ij}\|$, $i,j = \overline{1, n}$, где n – число вершин графа:

Таблица 1.

| i \ j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | 1 | 1 | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | 1 | | |
| 3 | | | | 1 | | | | | | |
| 4 | | | | | 1 | | | | | |
| 5 | | | | | | 1 | | | | 1 |
| 6 | | | | | | | 1 | | | |
| 7 | 1 | 1 | | 1 | | | | 1 | | |
| 8 | | | | | | 1 | | | 1 | |
| 9 | | 1 | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | 1 | | | | |

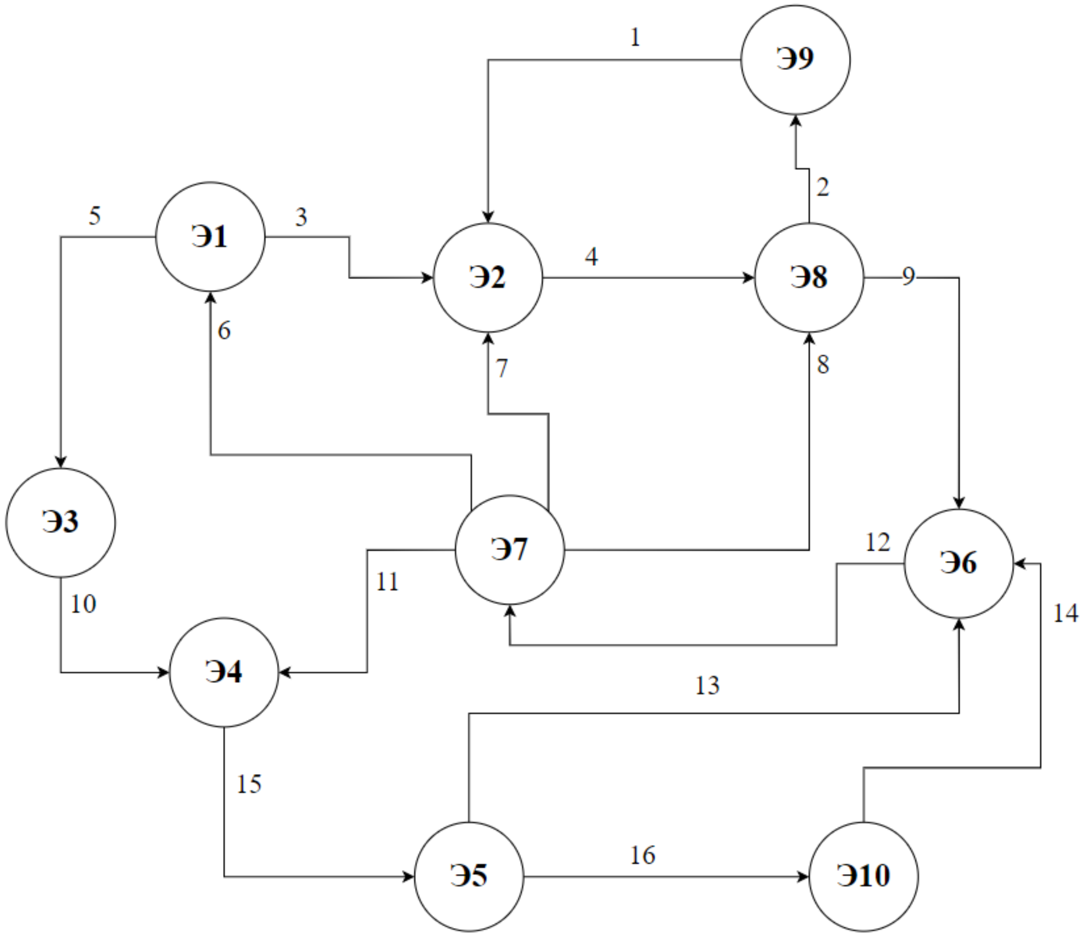


*Рис.1.1*

### 1.2 Представление системы с помощью матрицы инциденций

Для графа, представленного на рис.1.1 матрица инциденций $\|b_{ij}\|$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$, где n – число вершин, m – число рёбер, выглядит следующим образом:

| i \ j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | 1 | | 1 | -1 | | | | | | | | | | |
| 2 | -1 | | -1 | 1 | | | -1 | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | -1 | | | | | 1 | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | -1 | -1 | | | | 1 | |
| 5 | | | | | | | | | | | | | 1 | | -1 | 1 |
| 6 | | | | | | | | | -1 | | | 1 | -1 | -1 | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | | | | | | 1 | 1 | 1 | | | 1 | -1 | | | | |
| 8 | | 1 | | -1 | | | | -1 | 1 | | | | | | | |
| 9 | 1 | -1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | | | | | 1 | | -1 |

### 1.3 Множественное представление системы

Множество правых инциденций для рассматриваемой структу-

ры:

G(1) = (2, 3)

G(2) = (8)

G(3) = (4)

G(4) = (5)

G(5) = (6, 10)

G(6) = (7)

G(7) = (1, 2, 4, 8)

G(8) = (6, 9)

G(9) = (2)

G(10) = (6)

Множество левых инциденций для рассматриваемой структу-

ры:

$G(1)^{-1}$ = (7)

$G(2)^{-1}$ = (1, 7, 9)

$G(3)^{-1}$ = (1)

$G(4)^{-1}$ = (3, 7)

$G(5)^{-1}$ = (4)

$G(6)^{-1}$ = (5, 8, 10)

$G(7)^{-1}$ = (6)

$G(8)^{-1}$ = (2, 7)

$G(9)^{-1}$ = (8)

$G(10)^{-1}$ = (5)

## 1.4 Определение цепи, пути, цикла и контура в заданной системе

Понятия *цепь* и *цикл* обычно используются для описания неориентированных графов, а мы имеем ориентированный граф, поэтому представим, что граф на рис.1.1 является неориентированным.

| № вершины | Цепь | Цикл |
|---|---|---|
| 1 | (1, 2, 7) | (1, 3, 4, 7, 1) |
| 2 | (2, 8, 6, 10) | (2, 7, 1, 2) |
| 3 | (3, 4, 7) | (3, 4, 7, 1, 3) |
| 4 | (4, 7, 2, 9) | (4, 5, 6, 7, 4) |
| 5 | (5, 4, 7, 2, 1) | (5, 6, 7, 4, 5) |
| 6 | (6, 5, 4, 3) | (6, 7, 8, 6) |
| 7 | (7, 1, 2, 9, 8) | (7, 8, 2, 7) |
| 8 | (8, 7, 4, 5, 6) | (8, 9, 2, 7, 8) |
| 9 | (9, 2, 7, 6) | (9, 2, 8, 9) |
| 10 | (10, 6, 8, 2, 1) | (10, 6, 5, 10) |

Рассмотрим *пути* и *контура* графа на рис. 1.1, считая граф ориентированным.

| № вершины | Путь | Контур |
|---|---|---|
| 1 | (1, 3, 4, 5) | (1, 2, 8, 6, 7, 1) |
| 2 | (2, 8, 6, 7, 1) | (2, 8, 6, 7, 2) |
| 3 | (3, 4, 5) | (3, 4, 5, 6, 7, 1, 3) |
| 4 | (4, 5, 10, 6) | (4, 5, 6, 7, 4) |
| 5 | (5, 6, 7, 1, 2) | (5, 6, 7, 4, 5) |
| 6 | (6, 7, 1, 2) | (6, 7, 8, 6) |
| 7 | (7, 1, 3, 4, 5) | (7, 8, 6, 7) |
| 8 | (8, 6, 7, 4) | (8, 9, 2, 8) |
| 9 | (9, 2, 8, 6) | (9, 2, 8, 9) |
| 10 | (10, 6, 7, 4) | (10, 6, 7, 4, 5, 10) |

### 1.5 Степень вершин и полустепени исхода и захода

Т.к. понятие степень вершин применяется только для неориентированного графа, то будем считать наш граф таковым.

$\rho(1) = 3$; $\rho(2) = 4$; $\rho(3) = 2$; $\rho(4) = 3$; $\rho(5) = 3$;

$\rho(6) = 4$; $\rho(7) = 5$; $\rho(8) = 4$; $\rho(9) = 2$; $\rho(10) = 2$.

Вычислим полустепени исхода и захода для графа на рис.1.1:

$\rho^+(1) = 2$; $\rho^+(2) = 1$; $\rho^+(3) = 1$; $\rho^+(4) = 1$; $\rho^+(5) = 2$;

$\rho^+(6) = 1$; $\rho^+(7) = 4$; $\rho^+(8) = 2$; $\rho^+(9) = 1$; $\rho^+(10) = 1$.

$\rho^-(1) = 1$; $\rho^-(2) = 3$; $\rho^-(3) = 1$; $\rho^-(4) = 2$; $\rho^-(5) = 1$;

$\rho^-(6) = 3$; $\rho^-(7) = 1$; $\rho^-(8) = 2$; $\rho^-(9) = 1$; $\rho^-(10) = 1$.

**Сумма полустепеней исхода для графа на рис. 1.1**

$\sum \rho^+(i) = 2 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 4 + 2 + 1 + 1 = 16$

**Сумма полустепеней захода для графа на рис. 1.1**

$\sum \rho^-(i) = 1 + 3 + 1 + 2 + 1 + 3 + 1 + 2 + 1 + 1 = 16$

Вывод: число полустепеней исхода и захода равны и равны числу дуг в графе, считая граф ориентированным.

**Полная степень вершин графа**

$m = 0{,}5 * \sum \rho(i) = 0{,}5 * (3 + 4 + 2 + 3 +3 + 4 + 5 + 4 + 2 + 2) = 0{,}5 * 32 = 16$

(верно и равно количеству ребер в графе, считая граф неориентированным)

**Задача №2**

Формулировка задачи:

В результате анализа некоторой организационной системы был получен неупорядоченный граф информационно-логической взаимосвязи между задачами, рассматриваемыми в этой системе (см. рис. 2). Необходимо определить, в какой последовательности следует решать указанные задачи, решение каких задач можно начинать одновременно, сколько тактов следует хранить в памяти системы результаты решения этих задач. Убедиться, что матрица смежности упорядоченного графа оказалась треугольной. Анализ исходного графа провести:

а) с помощью алгоритма упорядочивания.

б) с помощью матрицы инциденций.

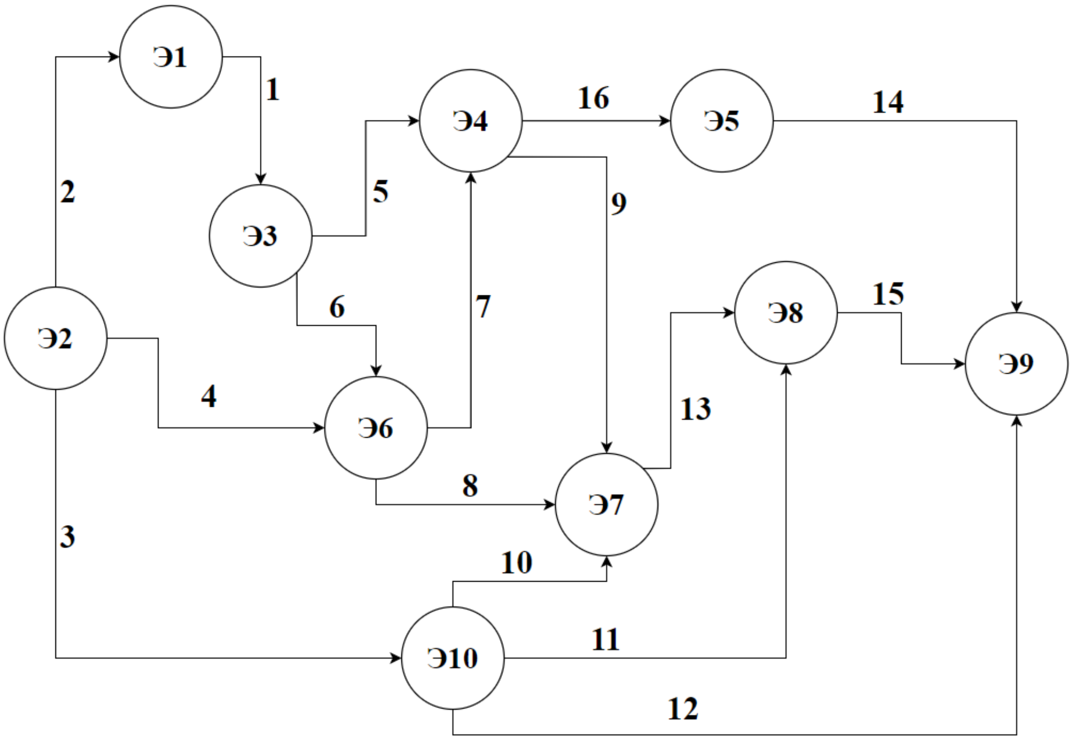


*Рис.2*

<u>Решение задачи:</u>

**2.1 Решение с помощью алгоритма упорядочивания**

Матрица смежности представлена в таблице 2.

Таблица 2.

| i \ j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | 1 | | | | | | | |
| 2 | 1 | | | | | 1 | | | | 1 |
| 3 | | | | 1 | | 1 | | | | |
| 4 | | | | | 1 | | 1 | | | |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | | | | | | | | | 1 | |
| 6 | | | | 1 | | | 1 | | | |
| 7 | | | | | | | | 1 | | |
| 8 | | | | | | | | | 1 | |
| 9 | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | 1 | 1 | 1 | |

Составим следующую таблицу и будем заполнять ее по мере исследования неупорядоченного графа с помощью алгоритма упорядочивания:

| Подмножество уровня | Условия включения | Включаемые вершины | Новая нумерация |
|---|---|---|---|
| $N_0$ | $G(i)^{-1} = \varnothing$ | (2) | (1) |
| $N_1$ | $G(i)^{-1} \in N_0$ | (1, 10) | (2, 3) |
| $N_2$ | $G(i)^{-1} \in (N_0 \cup N_1)$ | (3) | (4) |
| $N_3$ | $G(i)^{-1} \in (N_0 \cup N_1 \cup N_2)$ | (6) | (5) |
| $N_4$ | $G(i)^{-1} \in (N_0 \cup N_1 \cup N_2 \cup N_3)$ | (4) | (6) |
| $N_5$ | $G(i)^{-1} \in (N_0 \cup N_1 \cup N_2 \cup N_3 \cup N_4)$ | (5, 7) | (7, 8) |
| $N_6$ | $G(i)^{-1} \in (N_0 \cup N_1 \cup N_2 \cup N_3 \cup N_4 \cup$ $\cup N_5)$ | (8) | (9) |
| $N_7$ | $G(i)^{-1} \in (N_0 \cup N_1 \cup N_2 \cup N_3 \cup N_4 \cup$ $\cup N_5 \cup N_6)$ | (9) | (10) |

Множество левых инциденций:

$G(1)^{-1} = (2)$

$G(2)^{-1} = \varnothing$

$G(3)^{-1} = (1)$

$G(4)^{-1} = (3, 6)$

$G(5)^{-1} = (4)$

$G(6)^{-1} = (2, 3)$

$G(7)^{-1} = (4, 6, 10)$

$G(8)^{-1} = (7, 10)$

$G(9)^{-1} = (5, 8, 10)$

$G(10)^{-1} = (2)$

Находим вершину нулевого уровня $N_0$: 2 и удаляем её. Получаем:

$G(1)^{-1} = \varnothing$

$G(3)^{-1} = (1)$

$G(4)^{-1} = (3, 6)$

$G(5)^{-1} = (4)$

$G(6)^{-1} = (3)$

$G(7)^{-1} = (4, 6, 10)$

$G(8)^{-1} = (7, 10)$

$G(9)^{-1} = (5, 8, 10)$

$G(10)^{-1} = \varnothing$

Вершины, для которой множество левых инциденций стало пустым: 1, 10. Они являются вершинами первого уровня $N_1$. Продолжаем для второго уровня $N_2$. Исключаем из оставшегося множества левых инциденций вершины 1, 10.

$G(3)^{-1} = \varnothing$

$G(4)^{-1} = (3, 6)$

$G(5)^{-1} = (4)$

$G(6)^{-1} = (3)$

$G(7)^{-1} = (4, 6)$

$G(8)^{-1} = (7)$

$G(9)^{-1} = (5, 8)$

Теперь множество левых инциденций стало пустым для вершины 3. Она является вершиной второго уровня $N_2$. Продолжаем для уровня $N_3$. Исключаем вершину 3.

$G(4)^{-1} = (6)$

$G(5)^{-1} = (4)$

$G(6)^{-1} = \varnothing$

$G(7)^{-1} = (4, 6)$

$G(8)^{-1} = (7)$

$G(9)^{-1} = (5, 8)$

Теперь множество левых инциденций стало пустым для вершины 6. Она является вершиной третьего уровня $N_3$. Продолжаем для уровня $N_4$. Исключаем вершину 6.

$G(4)^{-1} = \varnothing$

$G(5)^{-1} = (4)$

$G(7)^{-1} = (4)$

$G(8)^{-1} = (7)$

$G(9)^{-1} = (5, 8)$

Вершина, для которой множество левых инциденций стало пустым: 4. Она является вершинами четвёртого уровня $N_4$. Продолжаем для пятого уровня $N_5$. Исключаем из оставшегося множества левых инциденций вершину 4.

$G(5)^{-1} = \varnothing$

$G(7)^{-1} = \varnothing$

$G(8)^{-1} = (7)$

$G(9)^{-1} = (5, 8)$

Теперь множество левых инциденций стало пустым для вершин 5, 7. Они являются вершинами пятого уровня $N_5$. Продолжаем для уровня $N_6$. Исключаем вершины 5, 7.

$G(8)^{-1} = \varnothing$

$G(9)^{-1} = (8)$

Вершина, для которой множество левых инциденций стало пустым: 8. Она является вершинамишестого уровня $N_6$. Продолжаем для седьмого уровня $N_7$. Исключаем из оставшегося множества левых инциденций вершину 8.

$G(9)^{-1} = \varnothing$

Следовательно, вершина 9 –вершина пятого уровня $N_7$.

Размешаем перенумерованные вершины по уровням:

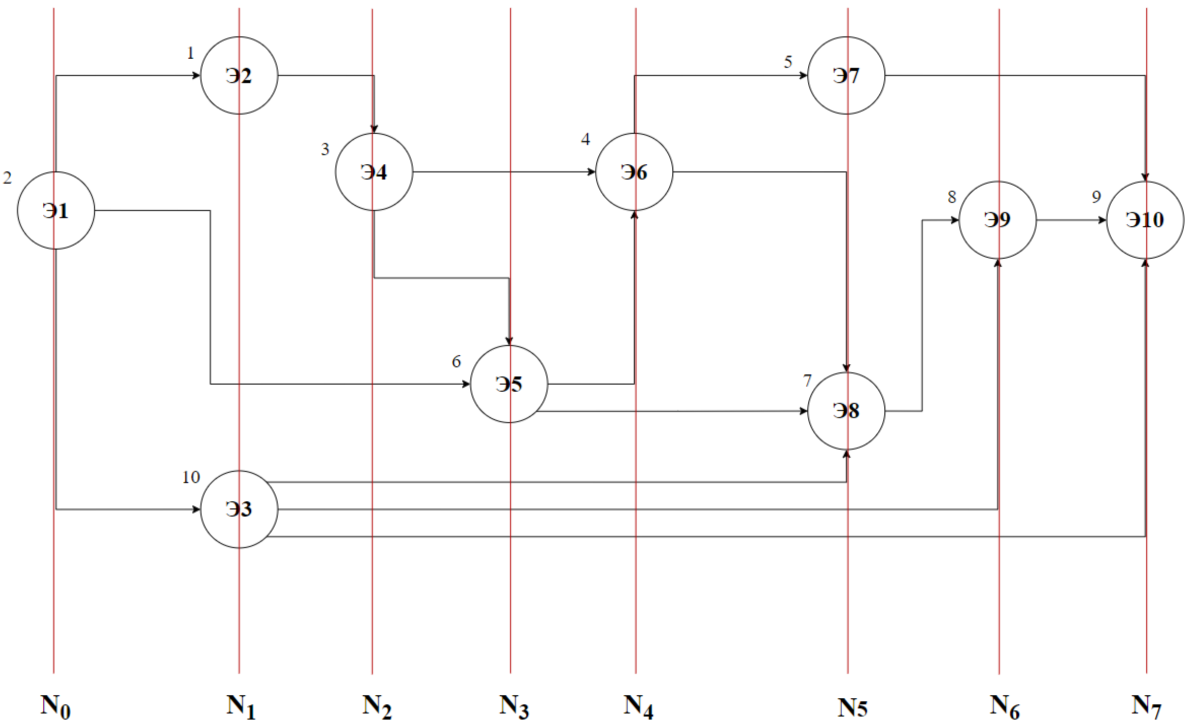


*Рис.2.1*

Таблица смежности для полученного упорядоченного графа:

| i \ j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ● | 1 | 1 | | 1 | | | | | |
| 2 | | ● | | 1 | | | | | | |
| 3 | | | ● | | | | | 1 | 1 | 1 |
| 4 | | | | ● | 1 | 1 | | | | |
| 5 | | | | | ● | 1 | | 1 | | |
| 6 | | | | | | ● | | 1 | | |
| 7 | | | | | | | ● | | | 1 |
| 8 | | | | | | | | ● | 1 | |
| 9 | | | | | | | | | ● | 1 |
| 10 | | | | | | | | | | ● |

Данная матрица является треугольной, что и требовалось получить.

**2.2 Решение с помощью матрицы инциденций:**

Заполним следующую таблицу на основе матрицы инциденций:

| Уро-вень | Порядок вычёр-кивания | i \ j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 1 | 1 | -1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 3 | 3 | -1 | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| 4 | 5 | 4 | | | | | -1 | | -1 | | 1 | | | | | | | 1 |
| 5 | 6 | 5 | | | | | | | | | | | | | | 1 | | -1 |
| 3 | 4 | 6 | | | | -1 | | -1 | 1 | 1 | | | | | | | | |
| 5 | 6 | 7 | | | | | | | | -1 | -1 | -1 | | | 1 | | | |
| 6 | 7 | 8 | | | | | | | | | | | -1 | | -1 | | 1 | |
| 7 | 8 | 9 | | | | | | | | | | | | -1 | | -1 | -1 | |
| 1 | 2 | 10 | | | -1 | | | | | | | 1 | 1 | 1 | | | | |

Из матрицы инциденций вычеркиваем строки, состоящие из 0 и (+)1 и столбцы с (+)1 в вычеркнутых строках.

Порядок вычеркивания: 1 2 3 4 5 6 7 8

Соответствующие уровни: 0 1 2 3 4 5 6 7

Получившийся упорядоченный граф соответствует графу, изображенному на рисунке 2.1, а его матрица смежности, соответственно, тоже является треугольной.

Вывод: в начале 1-ого такта работы система должна решать задачу 2. Результат решения надо хранить в памяти системы 3 такта. В начале 2-ого такта должны быть решены 1 и 10 задачи. Результаты их решения должны храниться в памяти 4 такта. На 3-ем такте работы система должна решать задачу 3. Результаты её решения должны хранится 2 такта. На 4-ом такте работы система должна решать задачу 6. Её решение следует хранить 2 такта. На 5-ом такте работы система должна решать задачу 4. Её решение следует хранить 1 такт. В ходе 6-ого такта работы система должна решать задачи 5 и 7. Результаты их решения должны храниться в памяти 2 такта. В ходе 7 такта система должна решать задачу 8. Её решения хранятся 1 такт. Последней решается задача 9.

**Задача №3**

Формулировка задачи:

Пусть пункты обработки информации в распределённой автоматизированной системе обмениваются данными в соответствии с графом, представленным на рисунке 3. Возникла необходимость в сокращении числа этих пунктов

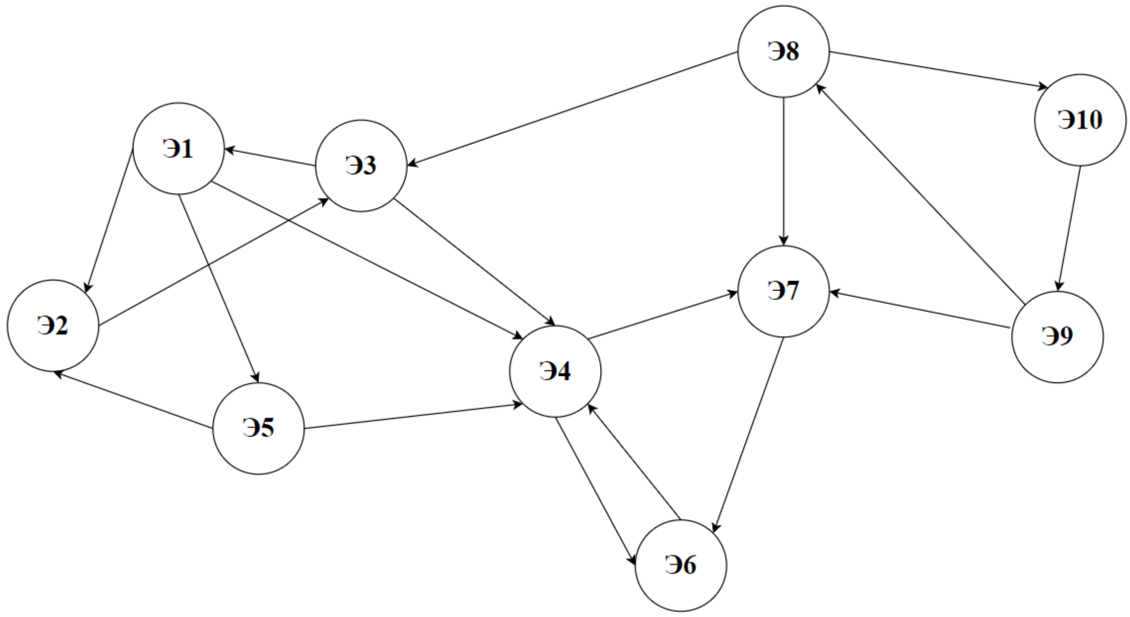


Рис.3

**Решение задачи:**

При решении данной задачи не будет учитываться функциональная сторона анализа (т.е. производительность, надежность т.п.), будут учитываться только структурные свойства схемы.

**3.1 Определение сильносвязанных графов**

Полагая, что i = 1, определяем R(i) (достижимое множество) и Q(i) (контрдостижимое множество). Получаем (рис.3.1):

R(1) = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)

Q(1) = (1, 2, 3, 5, 8)

Тогда получаем, что множество вершин пространства, содержащего вершину 1:

$V_1 = R(1) \cap Q(1) = (1, 2, 3, 5)$

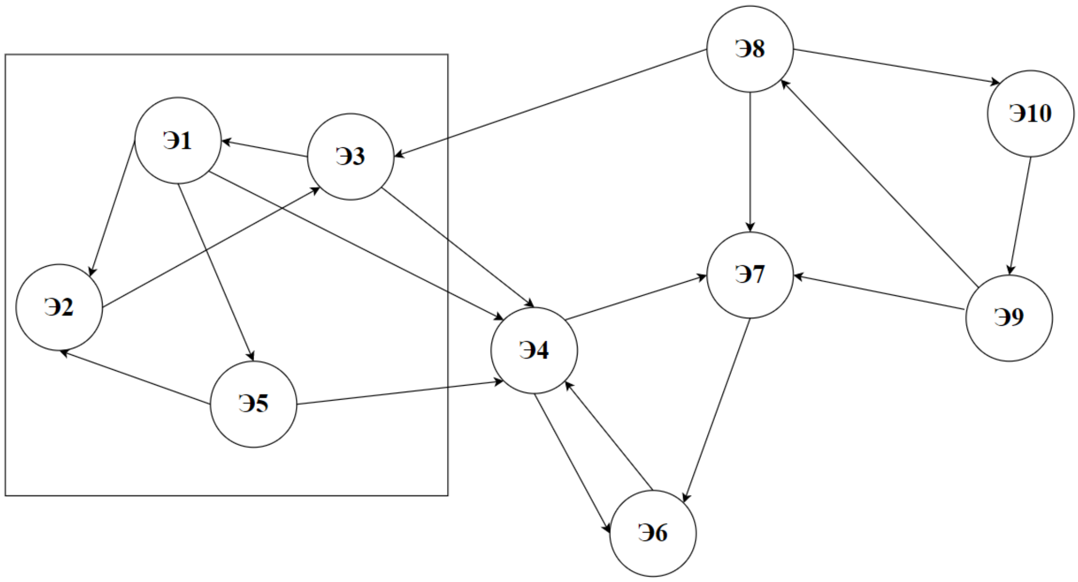


*Рис. 3.1*

Для i = 4 (рис. 3.2):

R(4) = (4, 6, 7)

Q(4) = (4, 6, 7, 8, 9, 10)

$V_2 = R(4) \cap Q(4) = (4, 6, 7)$

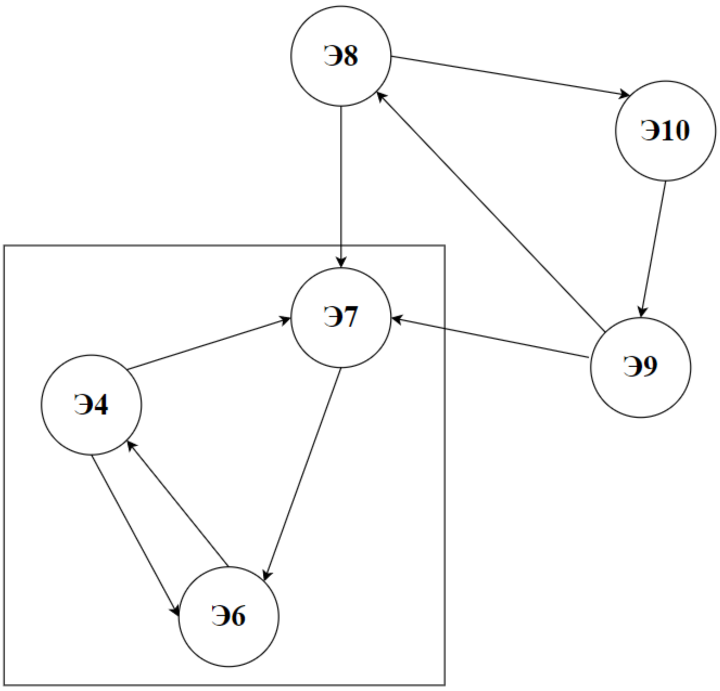


*Рис. 3.2*

Для i = 8 (рис. 3.3):

R(8) = (8, 9, 10)

Q(8) = (8, 9, 10)

$V_3 = R(8) \cap Q(8) = (8, 9, 10)$

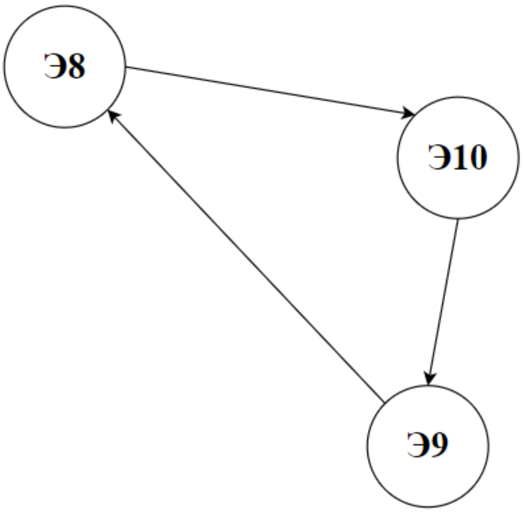


*Рис. 3.3*

Определяем входные и выходные связи. Поставим структурное обозначение:

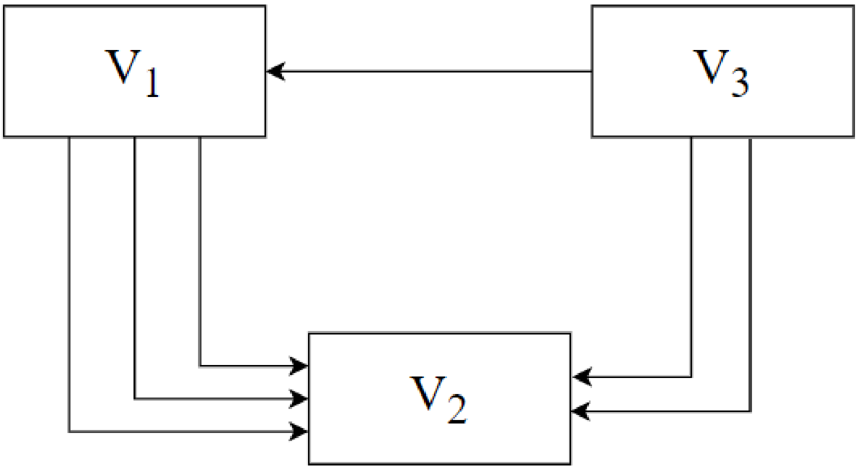


*Рис. 3.4*

Теперь получаем сильно связанные области V1, V2, V3:

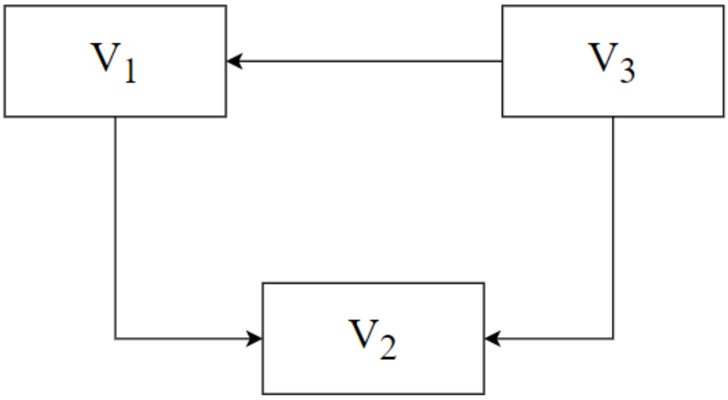


*Рис. 3.5*

## Задача №4

Формулировка задачи:

Пусть схеме движения оперативной отчетности в подсистеме оперативного управления соответствует информационный граф, представленный на рисунке 4. Необходимо формально выявить все свойства данного информационного графа.

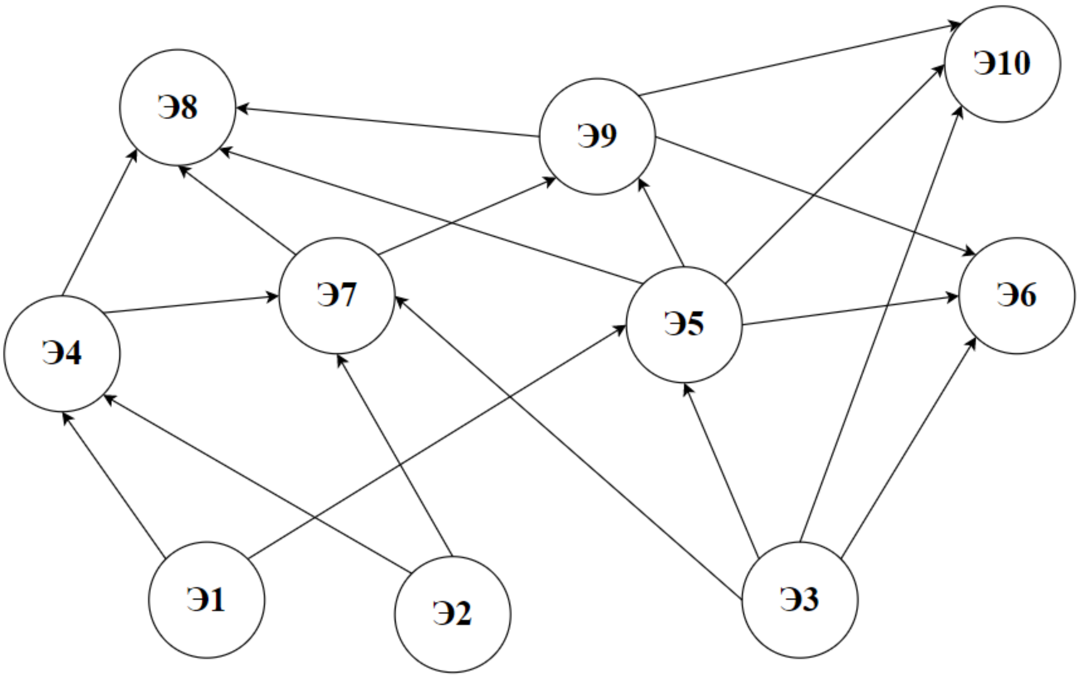


*Рис. 4*

## 4.1 Матрица смежности А:

| i \ j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | $\sigma_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | 1 | 1 | | | | | | 2 |
| 2 | | | | 1 | | | 1 | | | | 2 |
| 3 | | | | | 1 | 1 | 1 | | | | 3 |
| 4 | | | | | | | 1 | 1 | | | 2 |
| 5 | | | | | | 1 | | 1 | 1 | 1 | 4 |
| 6 | | | | | | | | | | | 0 |
| 7 | | | | | | | | 1 | 1 | | 2 |
| 8 | | | | | | | | | | | 0 |
| 9 | | | | | | 1 | | | | 1 | 2 |
| 10 | | | | | | | | | | | 0 |
| $\sigma_j$ | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | |

Возведем матрицу смежности А в степень $\lambda = 2$, т.е. определим $A^2$.

| i \ j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | $\sigma_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 6 |
| 2 | | | | | | | 1 | 2 | 1 | | 4 |
| 3 | | | | | | 1 | | 2 | 2 | 1 | 6 |
| 4 | | | | | | | | 1 | 1 | | 2 |
| 5 | | | | | | 1 | | | | 1 | 4 |
| 6 | | | | | | | | | | | 0 |
| 7 | | | | | | 1 | | | | 1 | 2 |
| 8 | | | | | | | | | | | 0 |
| 9 | | | | | | | | | | | 0 |
| 10 | | | | | | | | | | | 0 |
| $\sigma_j$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 2 | 7 | 5 | 4 | |

Возведем матрицу смежности A в степень $\lambda = 3$, т.е. определим $A^3$.

| i \ j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | $\sigma_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | 1 | | | | 1 | 2 |
| 2 | | | | | | 1 | | | | 1 | 2 |
| 3 | | | | | | | | | | | 0 |
| 4 | | | | | | | | | | | 0 |
| 5 | | | | | | | | | | | 0 |
| 6 | | | | | | | | | | | 0 |
| 7 | | | | | | | | | | | 0 |
| 8 | | | | | | | | | | | 0 |
| 9 | | | | | | | | | | | 0 |
| 10 | | | | | | | | | | | 0 |
| $\sigma_j$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 2 | |

Возведем матрицу смежности A в степень $\lambda = 4$, т.е. определим $A^4$.

| i \ j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | $\sigma_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | | | | 0 |
| 2 | | | | | | | | | | | 0 |
| 3 | | | | | | | | | | | 0 |
| 4 | | | | | | | | | | | 0 |
| 5 | | | | | | | | | | | 0 |
| 6 | | | | | | | | | | | 0 |
| 7 | | | | | | | | | | | 0 |
| 8 | | | | | | | | | | | 0 |
| 9 | | | | | | | | | | | 0 |
| 10 | | | | | | | | | | | 0 |
| $\sigma_j$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |

Матрица $A^4$ является нулевой.

Составим систему достижимости $A_{\sum}$.

| i \ j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 2 | | | | 1 | | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 |
| 3 | | | | | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 |
| 4 | | | | | | | 1 | 2 | 1 | |
| 5 | | | | | | 2 | | 1 | 1 | 2 |
| 6 | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | 1 | | 1 | 1 | 1 |
| 8 | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | 1 | | | | 1 |
| 10 | | | | | | | | | | |
| $\sigma_j$ | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 9 | 5 | 10 | 7 | 8 |

## 4.2 Исследование информационного графа

***1.*** *Определение порядка элементов:*

Определим элементы нулевого порядка. Для этого полагаем, что $\pi_j = 0$ и записываем соотношения, которым должны удовлетворять элементы нулевого уровня:

$$\begin{cases} \sigma_j\ (\lambda = 0) > 0 \\ \sigma_j\ (\lambda = 1) = 0 \end{cases}$$

Для $A^0$: $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$

Для $A^1$: $j = 1, 2, 3$

Получаем, что элементы 1, 2, 3 – нулевого уровня. Это соответствует упорядоченной матрице.

Определим элементы первого порядка. Для этого полагаем, что $\pi_j = 1$ и записываем соотношения, которым должны удовлетворять элементы первого уровня:

$$\begin{cases} \sigma_j\ (\lambda = 1) > 0 \\ \sigma_j\ (\lambda = 2) = 0 \end{cases}$$

Для $A^1$: $j$ = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

Для $A^2$: $j$ = 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9

Получаем, что элементы 4, 5 – первого уровня. Это соответствует упорядоченной матрице.

Определим элементы второго порядка. Для этого полагаем, что $\pi_j = 2$ и записываем соотношения, которым должны удовлетворять элементы второго уровня:

$$\begin{cases} \sigma_j\ (\lambda = 2) > 0 \\ \sigma_j\ (\lambda = 3) = 0 \end{cases}$$

Для $A^2$: $j$ = 6, 7, 8, 9, 10

Для $A^3$: $j$ = 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9

Получаем, что элементы 7, 8, 9 – второго уровня. Это соответствует упорядоченной матрице.

Определим элементы третьего порядка. Для этого полагаем, что $\pi_j = 3$ и записываем соотношения, которым должны удовлетворять элементы третьего уровня:

$$\begin{cases} \sigma_j\ (\lambda = 3) > 0 \\ \sigma_j\ (\lambda = 4) = 0 \end{cases}$$

Для $A^3$: $j$ = 6, 10

Для $A^4$: $j$ = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

Получаем, что элементы 6, 10 – третьего уровня. Это соответствует нашей упорядоченной матрице.

**2.** *Определение “тактности” информационного графа:*

Для определения “тактности” воспользуемся соотношением $N = \max(\pi_j)$.

**N = 3**

Данная схема является трёхтактной.

**3.** *Определение контуров в анализируемом графе:*

Поскольку на главных диагоналях ни одной из матриц ненулевые элементы отсутствуют, контуров в анализируемом графе нет.

***4.*** *Определение входных элементов потока:*

Для этого обращаемся к матрице смежности А и выписываем из неё элементы, для которых $\sigma_j(\lambda = 1) = 0$.

Отсюда следует, что: $j = 1, 2, 3$. Таким образом, элементы $X_1$, $X_2$, $X_3$ – **входные элементы**. Обратимся, например, к восьмому элементу матрицы смежности $X_8$. Для этого элемента имеем: $\sigma_7(\lambda = 1) = 3$. Это означает, что для формирования элемента $X_7$ используется три других элемента.

***5.*** *Определение выходных элементов потока:*

Обращаемся к матрице смежности А и находим строки, где $\sigma_i(\lambda = 1) = 0$. Получаем, что $X_6$, $X_8$, $X_{10}$ – **выходные элементы**. Рассмотрим, к примеру, элемент $X_5$. Для этого элемента имеем: $\sigma_4(\lambda = 1) = 4$. Значит, элемент $X_5$ используется для формирования четырёх других элементов.

***6.*** *Определение висящих вершин*

Из анализа матрицы смежности следует, что ситуация, когда $[\sigma_i(\lambda = 1) = \sigma_j(\lambda = 1) = 0 \; ; \; i = j]$ отсутствует, следовательно, висящих вершин в нашем графе нет.

***7.*** *Определение путей длиной λ:*

Пусть, например, нас интересует путь длиной 2. Тогда полагаем $\lambda = 2$ и, следовательно, обращаемся к матрице $A^{\lambda}$. Рассмотрим элемент $A_{38}(\lambda = 2) = 2$. Это означает, что между элементами $X_3$и $X_8$ существует два пути длиной 2.

***8.*** *Определение всевозможной длины между двумя элементами:*

Обратимся к матрице достижимости $A_{\sum}$ и рассмотрим, например, элемент этой матрицы$A_{56}(\sum) = 2$. Это означает, что между элементами $X_5$и $X_6$ всего существует два пути различной длины. Таким образом, элемент матрицы $A^{\lambda}$ указывает число путей длиной λ, а элемент матрицы $A_{\sum}$ указывает все пути, не различая их по длине.

***9.*** *Определение номера такта, после которого в памяти системы может быть "погашен" данный элемент:*
Обратимся к матрице смежности и рассмотрим, например, строчку, связанную с элементом $X_2$. Она участвует в формировании элементов $X_4$, $X_7$. Из этой же матрицы следует, что $\pi_4 = 1$, $\pi_7 = 2$, значит $\tau_2 = 2$.

***10.*** *Определение числа тактов хранения анализируемого элемента:*
Найдем число тактов хранения для 2-ого элемента. Для этого используем соотношение: $t_2 = \tau_2 - \pi_2$. Получаем $t_2 = 2 - 0 = 2$ , т.е. элемент необходимо хранить 2 такта.

**4.3 Общий вывод:**

Рассмотрим столбцы матрицы достижимости $A_\Sigma$. Обратим внимание на столбцы, соответствующие выходным элементам. Одним из наиболее "загруженных" цифрами является элемент $X_8$. Из этого столбца следует, что в формировании этого элемента участвуют элементы $X_1$, $X_2$, $X_3$, $X_4$, $X_5$, $X_7$ , причем элементы $X_1$ и $X_2$, $X_3$ и $X_4$ дважды. Наличие в столбце соответствующего элементу $X_8$ матрицы $A_\Sigma$ большого числа элементов указывает на сложность формирования элемента $X_8$, что в свою очередь указывает на необходимость содержательного экономического анализа с целью попытки упрощения данного фрагмента этого графа.

**Задача №5**

<u>Формулировка задачи:</u>

Для анализа системы, представленной в виде графа на рис. 5 необходимо оценить количественно качество структуры системы и ее элементов с позиций общесистемного подхода.

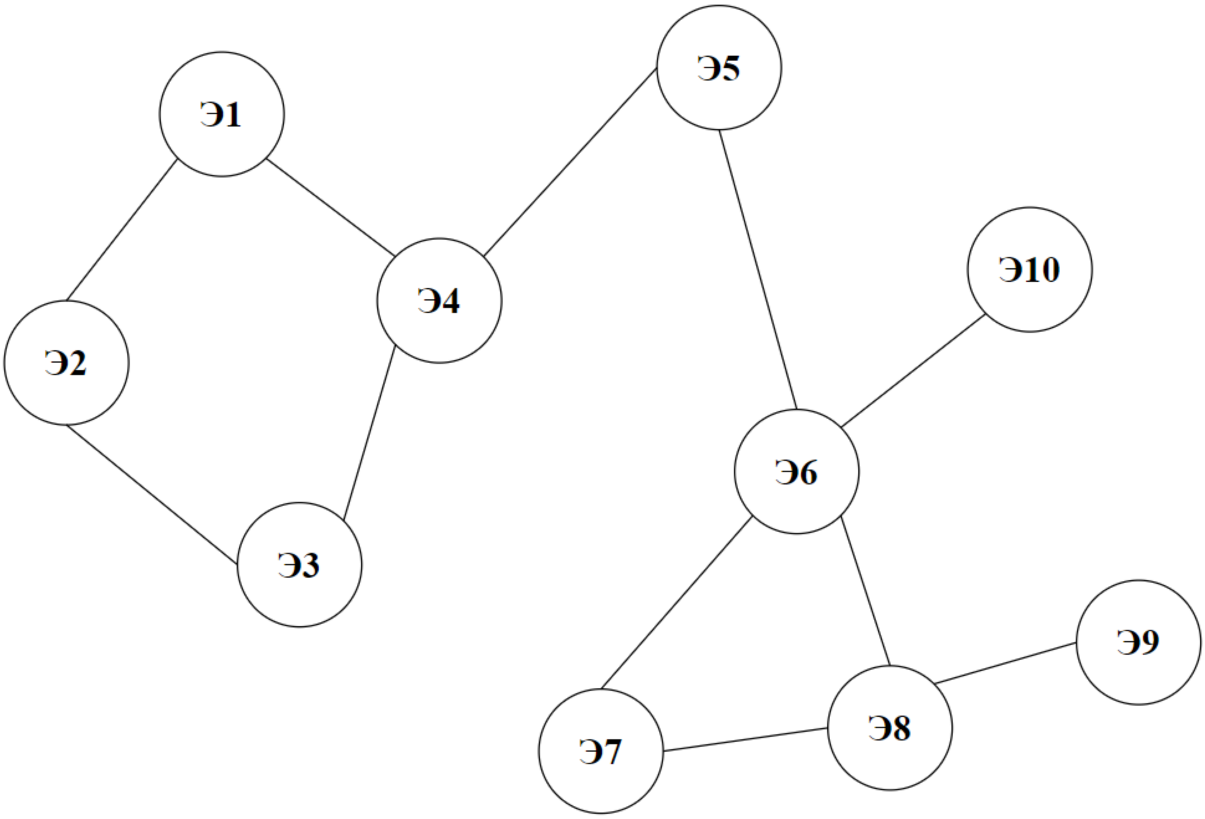


*Рис. 5*

Для данной структуры составим матрицу смежности А.

| i \ j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | 1 | | 1 | | | | | | |
| 2 | 1 | | 1 | | | | | | | |
| 3 | | 1 | | 1 | | | | | | |
| 4 | 1 | | 1 | | 1 | | | | | |
| 5 | | | | 1 | | 1 | | | | |
| 6 | | | | | 1 | | 1 | 1 | | 1 |
| 7 | | | | | | 1 | | 1 | | |
| 8 | | | | | | 1 | 1 | | 1 | |
| 9 | | | | | | | | 1 | | |
| 10 | | | | | | 1 | | | | |

### 5.1 Условие связанности всех элементов в структуре

Для неориентированных графов связность всех элементов в структуре соответствует выполнению следующего условия:

$0{,}5\ \Sigma\Sigma a_{ij} \geq n - 1$

Где $a_{ij}$ – элемент матрицы смежности, а n – число вершин в ней. В нашем случае имеем:

$0{,}5 \cdot 22 > 9$

Следовательно, *данный граф – связный*.

### 5.2 Структурная избыточность R

Где m – число ребер, n – число вершин. В данной структуре n=10, m=10.

$R = (0{,}5\ \Sigma\Sigma a_{ij}) \cdot 1/(n - 1) - 1 = m/(n - 1) - 1$

В данной структуре n = 10, m = 11.

$R = 11/9 - 1 = 2/9 > 0$

Поскольку R > 0, то в данной системе *присутствует структурная избыточность*.

### 5.3 Среднеквадратичное отклонение $\varepsilon^2$

Так как в системе присутствует структурная избыточность, необходимо учесть неравномерность распределения связей $\varepsilon^2$. Введем обозначение: $\rho_i$ –степень вершины – число ребер, инцидентных вершине i. Справедливо следующее соотношение:

$m = 0{,}5\ \Sigma(\rho_i)$

При равномерном распределении связей все: $\rho_i$ будут одинаковы,

т.е.: $\Sigma(\rho_i) = n\bar{\rho}$, отсюда: $\bar{\rho} = 2m/n$.

Отклонение равно разности $(\rho_i - \bar{\rho})$.

$\varepsilon^2 = \Sigma(\rho_i - \bar{\rho})^2$

Или, учитывая предыдущие соотношения:

$\varepsilon^2 = \Sigma(\rho_i)^2 - 4m^2/n$

Для данной системы:

$\varepsilon^2 = 2^2 + 2^2 + 2^2 + 3^2 + 2^2 + 4^2 + 2^2 + 3^2 + 1^2 + 1^2 - 4 \cdot 11^2/10 = 56 - 48{,}4 = 7{,}6$

## 5.4 Структурная компактность

Пусть $d_{ij}$ – минимальная длина пути из i-ой вершины в j-ую.

Структурная компактность:

$Q = \Sigma \Sigma d_{ij}$ $(i \neq j)$

Сумма всех минимальных цепей.

$\sum d_{1j} = 1 + 2 + 1 + 2 + 3 + 4 + 4 + 5 + 4$ $(j \neq 1) = 26$

$\sum d_{2j} = 1 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 5 + 6 + 5$ $(j \neq 2) = 32$

$\sum d_{3j} = 2 + 1 + 1 + 2 + 3 + 4 + 4 + 5 + 4$ $(j \neq 3) = 26$

$\sum d_{4j} = 1 + 2 + 1 + 1 + 2 + 3 + 3 + 4 + 3$ $(j \neq 4) = 20$

$\sum d_{5j} = 2 + 3 + 2 + 1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 2$ $(j \neq 5) = 18$

$\sum d_{6j} = 3 + 4 + 3 + 2 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1$ $(j \neq 6) = 18$

$\sum d_{7j} = 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 1 + 2 + 2$ $(j \neq 7) = 24$

$\sum d_{8j} = 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 1 + 1 + 2$ $(j \neq 8) = 23$

$\sum d_{9j} = 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 2 + 1 + 3$ $(j \neq 9) = 31$

$\sum d_{10j} = 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 2 + 2 + 3$ $(j \neq 10) = 26$

$Q = 244$

$Q_{отн} = Q/Q_{отн} – 1$

Где $Q_{отн} = n(n – 1)$ (Q – для полного графа)

$Q_{отн} = 244/(10 \cdot 9) – 1 = 77/45 = 1{,}7(1)$

## 5.5 Степень централизации в структуре γ

$\gamma = (n – 1)(2z_{max} – n)/((n – 2) z_{max})$

Где $z_{max} = Q/(2 \Sigma d_{ij})_{min}$

Подставляя числовые значения, получаем:

$z_{max} = 244/(2 \cdot 18) = 61/9 = 6{,}(7)$

$\gamma = (9 \cdot (2 \cdot 6{,}(7)) – 10))/(8 \cdot 6{,}(7)) = 36/61 \approx 0{,}5902$

## 5.6 Вывод

Таким образом, мы провели рассмотрение заданной структуры и вычислили ее основные структурно-топологическое характеристики. Эти характеристики имеют следующие числовые значения:

- Структурная избыточность R = 2/9

Так как этот параметр отражает превышение общего числа связей над общим необходимым числом связей, то чем ближе он к 0, тем лучше. Следовательно, найденное значение показывает, что потенциально рассмотренная система не обладает высокой надежностью из-за относительно небольшого значения параметра R.

- Среднеквадратичное отклонение $\varepsilon^2 = 7{,}6$

Так как этот параметр характеризует недоиспользованные возможности заданной структуры, то чем он меньше, тем лучше. Следовательно, связи распределены неравномерно.

- Структурная компактность Q=244; $Q_{отн.} = 1{,}7(1)$

Следовательно, система не обладает высокой надежностью из-за высокого значения относительного показателя структурной компактности.

- диаметр структуры d = 6
- Степень централизации в структуре γ = 0,5902

Индекс центральности γ больше только относительно кольцевой структуры, что показывает, что связи и элементы распределены со средней равномерностью.