Лабораторная работа №3
Теоретическая часть

Ур-ие динамики тела, вращающегося с угл. скоростью ω вокруг неподвиж. оси O_z имеет вид:

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z \text{ внеш.} \quad (1)$$

, где L_z – момент импульса тела отн. O_z, $L_z = \sum_i m_i r_{iz}^2 \omega$, M_z – момент внеш. сил отн O_z

Момент инерции всех системы отн. O_z:

$$J_z = \sum_{i=1}^{n} m_i r_{iz}^2$$

- Для тела с массой, одн. распред по V, верное
$$J_z = \int_m r^2 dm = \int \rho r^2 dV,$$ где ρ – плотность тела

- Если в процессе вращения тело не деформируется
$$J_z \frac{d\omega}{dt} = M_z \text{ внеш} \quad (2)$$

Момент инерции тела отн. оси – это мера инертн. тела

Т. Штейнера

Момент инерции J_z тела отн. произвольной оси O_z равен сумме моментов инерции J_c этого тела отн. O_{zc} (проходящей через ц. масс тела ∥ рассматриваемой O_z) и произведения массы тела m и квадрата d^2 расстояния между осями

$$J_z = J_c + md^2$$

Гармонические колебания. Физ. маятник

Гармонич. колебаниями наз-ся колебания величины ξ, если их можно записать в виде:

$$\xi(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

или

$\xi(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_{02})$

Формы эквивалентны, если $\varphi_{02} = \varphi_{01} - \frac{\pi}{2}$

Ф-ия, описывающая гармон. колебания явл. решением дифф. ур-я $\frac{d^2\xi}{dt^2} + \omega_0^2 \xi = 0$ (3)

<u>Физ маятник</u> – тело, способное вращаться вокруг O_z ($C \notin O_z$) под действием mg. У него есть точка подвеса

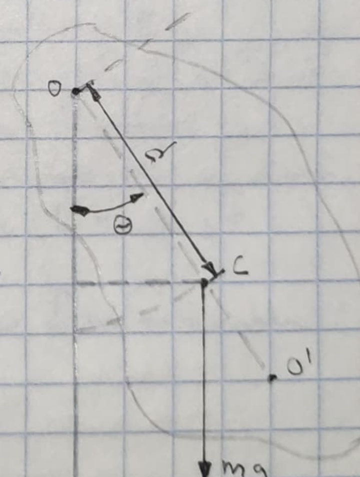
- Если силами трения и сопр-я пренебречь, получ: $J_z \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgd\sin\theta$, т.к. при отклон. маятника на угол θ сила тяж. создаёт момент $mgd\sin\theta$

- При малых колебаниях $\sin\theta \approx \theta$: $J_z \frac{d^2\theta}{dt^2} + mgd\,\theta = 0$, причём θ удовл. (3)

  Решение: $\theta = \theta_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$

  Цикл. частота колеб. физ. маятника:

  $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{J}}$ $\quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J_z}{mgd}}$



Если колеб. тело явл. материальной точкой на невесомой нерастяж. нити длиной $l_м$, то такой маятник наз-ся математическим

Тогда: $J_z = m l_м^2$ $\quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l_м}{g}}$

Длину мат. маятника, имеющего такой же период колебаний, что и рассм-й физ. маятник, называют приведённой длиной физ. маятника.

$$l_{пр} = \frac{J_z}{md} = d + \frac{J_c}{md} > d$$

Точку O', $\in OC$ и $CO' = l_{пр}$, называют <u>центром качания физ. маятника</u>

Период колебаний физ. маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_{пр}}{g}} \quad (4)$$

Если физ. маятник перевернуть и заставить его колебаться на O' вокруг O'z, то период колеб. не изменится. На этом основан способ опр. g с помощью обратного маятника:

Если $T_0 = T_0'$ => $l_{пр}$ достигнута => узнаем g