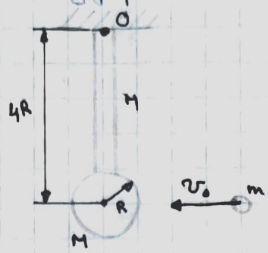
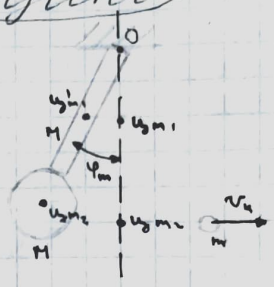
Вариант 24 Задача 2-4 Цыпышев Т.А. ИУ5-21Б

Защита

Дано:
НУУ
$R = 0{,}03$ м } шарик
$M = 0{,}4$ кг
$L = 4R$ } стержень
M
$m = 0{,}05$ кг } шарик
$v_0 = 0{,}4\, v_{0m}$
φ_m - ? v_{0m} - ? ΔE - ?

До удара





I) Найдём момент инерции для стержня и шара:

$$(J_{ст})_0 = (J_{ст})_{цм_1} + Md_1^2 = \frac{ML^2}{12} + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{mL^2}{3}$$

$$(J_ш)_0 = (J_m)_{цм_2} + Md_2^2 = \frac{2}{5}MR^2 + M(5R)^2 = \frac{127}{5}MR^2$$

II) Найдём суммарный момент инерции

$$J_0 = (J_{ст})_0 + (J_ш)_0 = \frac{ML^2}{3} + \frac{127}{5}MR^2 = \frac{16}{3}MR^2 + \frac{127}{5}MR^2 = \frac{461}{15}MR^2$$

III) Закон сохранения импульса

$$mv_0 5R = J_0\omega_0 \quad т.к. \left\{ v_0 = \frac{461}{75}\frac{M}{m}\frac{\omega_0}{R} \quad \omega_0 = \frac{75}{461}\frac{m}{M}v_0R \right\} \quad (1)$$

IV) Закон сохранения энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{J_0\omega_0^2}{2} + \Delta E \quad (2)$$

V) При $v_0 = v_{0m}$ получаем v_{0m} из (1):

$$v_{0m} = \frac{461}{75}\frac{M}{m}\omega_{0m}R \quad (3)$$

VI) Найдём v_0 и ω_0:

$$\frac{J_0\omega_{0m}^2}{2} = g(M4R + M10R) = 14MgR \quad (4) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega_{0m} = \sqrt{\frac{28MgR}{J_0}} = \sqrt{\frac{28MgR}{1}\cdot\frac{15}{461MR^2}} = \sqrt{\frac{420}{461}\frac{g}{R}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{0m} = \frac{461}{75}\frac{M}{m}\omega_{0m}R = \frac{461}{75}\frac{M}{m}\sqrt{\frac{420g}{461R}}R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{4}{10}\frac{461}{75}\frac{M}{m}\sqrt{\frac{420g}{461R}}R = \frac{1844}{750}\frac{M}{m}\sqrt{\frac{420g}{461R}}R \Rightarrow \quad (5)$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{75}{461}\frac{M}{M}\frac{461}{10\cdot 75}\frac{M}{m}\sqrt{\frac{420g}{461R}}\frac{R}{R} = \frac{4}{10}\sqrt{\frac{420g}{461R}} \quad (6)$$

VII) Найдём ΔE из (2) с помощью (5) и (6):

$$\Delta E = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{J_0\omega_0^2}{2} = \frac{m}{2}\cdot\frac{1844^2M^2}{750^2m^2}\frac{420g}{461} - \frac{461}{2\cdot 15}MR^2\frac{4^2}{10^2}\frac{420g}{461R} \approx 2{,}412\ Дж$$

IX) Найдём v_{0m}

$$v_{0m} = \frac{461}{75}\frac{M}{m}\sqrt{\frac{420g}{461R}}R = 25{,}7\ \frac{м}{с}$$

(X) Найдём φ:

$$\frac{J_0\,\omega_0^2}{2} = g\left(M\cdot 2R(1-\cos\varphi_m) + MSR(1-\cos\varphi_m)\right) = 7MgR(1-\cos\varphi_m) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1-\cos\varphi = \frac{J_0\omega_0^2}{2\cdot 7MgR} \Rightarrow \varphi_m = \arccos\left(1-\frac{J_0\,\omega_0^2}{14MgR}\right) \approx 47{,}16^\circ$$

Ответ: $\varphi_m = 47{,}16^\circ$

$v_{0m} = 25{,}7\ \frac{м}{с}$

$\Delta E = 2{,}412\ Дж$