



**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

**Факультет «Информатика и системы управления»  
Кафедра «Системы обработки информации и управления»**

Домашнее задание 2  
(Реферат)  
по дисциплине «Архитектура АСОИУ»  
на тему:

«Методы принятия решений в условиях неопределенности»

Выполнил:  
студентка группы ИУ5-24Б Ромашко Д. В.  
подпись, дата

Проверил:  
к.т.н., доц., Г.И. Афанасьев  
подпись, дата

2021 г.

## Содержание

<b>1. Описание, общая математическая постановка задачи принятия решений в условиях неопределенности .....</b>	<b>2</b>
<b>2. Критерий Лапласа (описание, общая математическая постановка задачи, пример с комментариями, решение примера с комментариями).....</b>	<b>3</b>
<b>3. Критерий оптимизма (описание, общая математическая постановка задачи, пример с комментариями, решение примера с комментариями).....</b>	<b>4</b>
<b>4. Критерий пессимизма Вальда (описание, общая математическая постановка задачи, пример с комментариями, решение примера с комментариями) .....</b>	<b>5</b>
<b>5. Критерий Сэвиджа (описание, общая математическая постановка задачи, пример с комментариями, решение примера с комментариями).....</b>	<b>6</b>
<b>6. Критерий Гурвица (описание, общая математическая постановка задачи, примеры для коэффициентов доверия <math>&lt; 0,5</math> и <math>&gt; 0,5</math> с комментариями , решение примеров с комментариями) .....</b>	<b>7</b>

## 1. Описание, общая математическая постановка задачи принятия решений в условиях неопределенности

Задача принятия решений (ЗПР) направлена на определение наилучшего (оптимального) способа действий для достижения поставленных целей. Под целью понимается идеальное представление желаемого состояния или результата деятельности. Решения в условиях неопределенности принимаются в ситуациях, когда хотя бы один из параметров решения является неопределенным, а все остальные – определенными и/или вероятностными.

Для лица, принимающего решения (ЛПР), действующего в условиях неопределенности и невозможности получения дополнительной информации о неопределенных факторах, элементами описания ситуации планирования являются:

- множество допустимых стратегий (множество возможных альтернатив действий ЛПР)  $A = \{A_1, A_2 \dots A_n\}$
- множество возможных состояний внешней среды (множество гипотез)  $E = \{E_1, E_2 \dots E_m\}$

Постановка задачи:

Пусть ЛПР способен перечислить все возможные состояния внешней среды («состояния природы»), однако в каком конкретном состоянии находится среда ЛПР точно неизвестно. Существует  $d$  состояний среды  $E_1, \dots, E_d$ , а из имеющихся альтернатив  $A_1, \dots, A_m$  требуется выделить наиболее предпочтительный вариант. Считается, что ЛПР, самостоятельно или привлекая экспертов, может каким-либо способом численно оценить частную эффективность или полезность  $u_{ij} = f_j(A_i)$  варианта  $A_i$  для каждого  $j$  – состояния среды  $E_j$ ,  $i=1 \dots m$ ,  $j=1 \dots d$ .

Модель принятия решения в условиях полной неопределенности представляет из себя матрицу полезности  $Y = (y_{ij})_{m \times d}$ , где  $y_{ij} = f_j(A_i)$ , а  $i$ -строка матрицы соответствует вектору  $y_i = (y_{i1}, \dots, y_{id})$ , составленному из значений функции полезности  $y_{ij}$  варианта  $A_i$

Функция полезности (частной эффективности)  $f_j(A_i)$  варианта  $A_i$  в  $j$ -состоянии среды  $E_j$  характеризует возможность достижения цели, возможный доход или выигрыш, получаемый при выборе варианта  $A_i$ .

$Y$	$E_1$	$E_2$	$\dots$	$E_d$
$A_1$	$y_{11}$	$y_{12}$	$\dots$	$y_{1d}$
$A_2$	$y_{21}$	$y_{22}$	$\dots$	$y_{2d}$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$A_m$	$y_{m1}$	$y_{m2}$	$\dots$	$y_{md}$

## 2. Критерий Лапласа (описание, общая математическая постановка задачи, пример с комментариями, решение примера с комментариями)

Данный критерий применяется, если варианты развития ситуации (состояния «природы») неизвестны, но их можно считать равновероятными. Для принятия решения необходимо рассчитать функцию полезности  $f_j(A_i)$  для каждой альтернативы, равную среднеарифметическому показателей привлекательности по каждому «состоянию природы». Выбирается та альтернатива, для которой функция полезности максимальна.

$$A^* \in \arg \max_i \left[ (1/d) \sum_{j=1}^d f_j(A_i) \right].$$

Пример: Директор сети кофеен планирует открывать заведение в другом городе. У него имеется 5 вариантов размещения и 4 варианта развития ситуации. Прибыль кофейни зависит от развития ситуации в конкретной точке города и представлена матрицей выигрышей  $Y=(y_{ij})_{5 \times 4}$  (тыс.р/месяц).

$Y$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$
$A_1$	57	78	67	70
$A_2$	54	91	75	63
$A_3$	71	65	87	75
$A_4$	80	70	64	89
$A_5$	59	95	65	72

$$F_1 = (57+78+67+70)/4=68$$

$$F_2 = (54+91+75+63)/4=70,75$$

$$F_3 = (71+65+87+75)/4=74,5$$

$$F_4 = (80+70+64+89)/4=75,75$$

$$F_5 = (59+95+65+72)/4=72,75$$

Видно, что функция полезности максимальна для альтернативы  $A_4$ , следовательно ее рациональнее всего принять.

### 3. Критерий оптимизма (описание, общая математическая постановка задачи, пример с комментариями, решение примера с комментариями)

Критерий оптимизма (максимакса) предполагает возможность получения максимального уровня желательности результата. Он основывается на идее, что ЛПР, имея возможность в некоторой степени управлять ситуацией, рассчитывает, что произойдет такое развитие ситуации, которое является для него наиболее выгодным. Принимается альтернатива, соответствующая максимальному элементу матрицы выигрышей.

$$A^* \in \arg \max_i \max_j f_j(A_i).$$

Пример: Руководитель фирмы по производству спортивных батончиков выбирает места, в которых возможны продажи его продукции. Всего возможно 5 альтернатив решения. Успех зависит от того, как сложится ситуация на рынке предоставляемых услуг. Выделяют 4 возможных варианта развития событий. Прибыль фирмы для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей  $Y=(y_{ij})_{5 \times 4}$  (тыс.р./месяц)

Y	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$
$A_1$	47	39	34	37
$A_2$	31	49	43	30
$A_3$	44	47	36	39
$A_4$	47	48	31	30
$A_5$	35	45	33	40

Для приведенного примера максимальный элемент -  $y_{22} = 49$ , поэтому выбираем альтернативу A2.

#### **4. Критерий пессимизма Вальда (описание, общая математическая постановка задачи, пример с комментариями, решение примера с комментариями)**

Критерий пессимизма Вальда (максимина, принцип гарантированного результата) заключается в выборе в качестве оптимальной альтернативы, которая имеет наибольшее среди наименее благоприятных состояний внешней среды значение функции полезности. Критерий Вальда лучше использовать, когда необходимо свести риск от принятого решения к минимуму. Он основывается на принципе максимального пессимизма, то есть ан предположении, что скорее всего произойдет наиболее худший вариант развития ситуации, поэтому требуется свести к минимуму риск наихудшего варианта. Для применения критерия нужно для каждой альтернативы выбрать наихудший показатель привлекательности  $y_i$  (наименьшее число в каждой строке матрицы выигрышей) и выбрать ту альтернативу, для которой этот показатель максимальный.

$$A^* \in \arg \max_i \min_j f_j(A_i).$$

Пример: Владелец бренда одежды решает, с какой фирмой выгодно было бы сделать коллаборацию. На выбор предоставлено 5 производителей, и для сотрудничества с каждым возможно 4 развития событий. Прибыль основателя бренда для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей  $Y=(y_{ij})_{5 \times 4}$  (млн.р.).

Y	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$
$A_1$	11	21	10	6
$A_2$	27	4	10	18
$A_3$	22	14	23	10
$A_4$	4	21	13	12
$A_5$	7	30	19	5

Для нашего примера  $y_1 = 6, y_2 = 4, y_3 = 10, y_4 = 4, y_5 = 5$ . Видно, что наилучшим из наихудших показателей обладает альтернатива  $A_3$ , для нее  $y_3 = 10$  наибольшее.

## 5. Критерий Сэвиджа (описание, общая математическая постановка задачи, пример с комментариями, решение примера с комментариями)

Критерий Сэвиджа (минимаксного сожаления), стратегия выбора по данному принципу характеризует те потенциальные потери, которые будут, если выбрать неоптимальное решение. Он основывается на минимизации потерь, связанных с тем, что ЛПР принял неоптимальное решение. Для решения задачи составляется матрица потерь – матрица рисков  $r_{ij}$ , которая получается из матрицы выигрышей  $y_{ij}$  путем вычитания из максимального элемента каждого столбца  $r_j(A_i) = \max_k f_j(A_k) - f_j(A_i)$  всех остальных элементов. Для каждой альтернативы определяем  $b_i$ , равные максимальному риску (наибольшее число в каждой строке матрицы рисков) и выбираем ту альтернативу, для которой максимальный риск минимален.

$$A^* \in \arg \min_i \max_j r_j(A_i), \quad r_j(A_i) = \max_k f_j(A_k) - f_j(A_i).$$

Пример: Инвестор выбирает акции, в которые лучше вложиться, чтобы получить максимальный заработок. На выбор представлено 5 компаний, эксперты выделяют 4 варианта развития ситуации. Прибыль инвестора для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей  $Y = (y_{ij})_{5 \times 4}$  (тыс.р.).

Y	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$
$A_1$	57	166	136	116
$A_2$	84	160	111	186
$A_3$	80	123	173	105
$A_4$	188	51	187	74
$A_5$	83	99	170	81

Составляем матрицу рисков.

Y	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	131	0	51	70
$A_2$	104	6	76	0
$A_3$	108	43	14	81
$A_4$	0	115	0	112
$A_5$	105	67	17	105

В нашем примере максимальные риски  $b_1 = 131$ ,  $b_2 = 104$ ,  $b_3 = 108$ ,  $b_4 = 115$ ,  $b_5 = 105$  минимальным является  $b_2 = 104$ . Принимаем альтернативу  $A_5$ .

## 6. Критерий Гурвица (описание, общая математическая постановка задачи, примеры для коэффициентов доверия $< 0,5$ и $> 0,5$ с комментариями, решение примеров с комментариями)

Критерий возвышенного оптимизма-пессимизма Гурвица является комбинацией принципа гарантированного результата и принципа оптимизма. Коэффициент в критерии Гурвица выбирается из объективных соображений: чем опаснее ситуация, тем больше руководитель или любое другое лицо, принимающее решение, желает подстраховаться.

$$A^* \in \arg \max_i \left[ \gamma \max_j f_j(A_i) + (1 - \gamma) \min_j f_j(A_i) \right],$$

где величина параметра  $\gamma$  задается ЛПР в пределах  $0 \leq \gamma \leq 1$ .

$\gamma$ - коэффициент доверия(оптимизма). По-другому, вероятность, с которой произойдет наилучший для ЛПР исход. Следовательно, наихудший вариант с вероятностью  $(1-\gamma)$ .  $\gamma$  показывает, насколько ЛПР может управлять ситуацией и



рассчитывать на благоприятный исход. Если вероятности благоприятной и неблагоприятной ситуации для ЛПП равны, то  $\gamma=0,5$ . Выбирается та альтернатива, для которой функция полезности максимальна.

При  $\gamma=0$  критерий Гурвица переходит в пессимистический критерий Вальда, а при  $\gamma=1$  – в критерий максимального оптимизма.

Пример: Руководитель студии танца планирует открыть новый зал в другом месте, на выбор предоставлено 5 различных вариантов, для каждого эксперты выделяют 4 различных варианта развития ситуации. Прибыль для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей  $Y=(y_{ij})_{5 \times 4}$  (тыс.р./месяц).

$Y$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$
$A_1$	272	174	394	142
$A_2$	347	453	136	440
$A_3$	330	260	430	200
$A_4$	345	454	307	144
$A_5$	174	320	116	443

Пусть ЛПП достаточно уверен в положительном результате и оценивает вероятность максимального успеха в  $\gamma=0,75$ , тогда:

$$F_1 = 394 \cdot 0,75 + 142 \cdot (1 - 0,75) = 331$$

$$F_2 = 453 \cdot 0,75 + 136 \cdot 0,25 = 373,75$$

$$F_3 = 430 \cdot 0,75 + 200 \cdot 0,25 = 372,5$$

$$F_4 = 454 \cdot 0,75 + 144 \cdot 0,25 = 376,5$$

$$F_5 = 443 \cdot 0,75 + 116 \cdot 0,25 = 361,25$$

В соответствии с расчетами ЛПП следует выбрать альтернативу  $A_4$ .

Если же, например, ЛПП не уверен в положительном результате и считает его вероятность  $\gamma=0,15$ , то функции полезности равны:

$$F_1 = 394 \cdot 0,15 + 142 \cdot (1 - 0,15) = 179,8$$

$$F_2 = 453 \cdot 0,15 + 136 \cdot 0,85 = 183,55$$

$$F_3 = 430 * 0,15 + 200 * 0,85 = 234,5$$

$$F_4 = 454 * 0,15 + 144 * 0,85 = 190,5$$

$$F_5 = 443 * 0,15 + 116 * 0,85 = 165,05$$

В этом случае следует принять  $A_3$ , для которого функция полезности максимальна.