

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
Факультет «Информатика и системы управления»
Кафедра «Системы обработки информации и управления»



Отчёт
о выполнении домашнего задания №1,2
по дисциплине «Сети и телекоммуникации».
Вариант №18

ИСПОЛНИТЕЛЬ:

Группа ИУ5-51Б

Цыпышев Т.А.

Вариант №	Информационный вектор	Код	Способность кода
18	1000	Ц [7,4]	C_0

Постановка и метод решения задачи для варианта задания.

Имеется дискретный канал связи, на вход которого подается закодированная последовательность. Допустимы в канале ошибки любой кратности. Вектор ошибки может принимать значения от единицы в младшем разряде до единицы во всех разрядах кодового вектора. Используется кодирование циклическим кодом. Для каждого значения вектора ошибки на выходе канала после декодирования определяется факт наличия ошибки и предпринимается попытка её исправления.

Необходимо определить обнаруживающую способность кода C_0 .

Часть 1.

Алгоритм кодирования, декодирования, вычисления обнаруживающей способности кода для ошибок всех возможных кратностей.

1. Подготовка исходного вектора

Сначала мы берем исходный 4-битный информационный вектор, который необходимо закодировать. Чтобы подготовить его к кодированию в циклическом коде [7,4], выполняем его сдвиг влево на $n-k = 3$ бита, где:

- $n=7$ — общая длина кодового слова;
- $k=4$ — количество информационных битов в сообщении.

Этот сдвиг влево добавляет три нуля в младшие разряды исходного 4-битного вектора, что дает в результате 7-битный вектор. Так как наш исходный вектор равен 1000, то после сдвига мы получим 7-битное сообщение: 1000000.

2. Деление на образующий полином

Для циклического кода [7,4] используется образующий полином $g(x)$, который определяет структуру кода. В данном случае:

$$g(x) = x^3 + x + 1$$

или в двоичной записи — 1011.

Теперь выполняется деление 7-битного сообщения на этот образующий полином. Деление проводится в поле двоичной арифметики, где операции сложения и вычитания соответствуют операции *XOR*. Остаток от этого деления — это проверочные биты, которые будут добавлены к младшим разрядам сообщения, формируя итоговое закодированное слово.

Разделим на образующий полином:

x^6	$x^3 + x + 1$
$x^6 + x^4 + x^3$	$x^3 - x - 1$
$-x^4 - x^3$	
$-x^4 - x^2 - x$	
$-x^3 + x^2 + x$	
$-x^3 - x - 1$	
$x^2 + 2x + 1$	

Целая часть: $x^3 - x - 1$

Остаток: $x^2 + 2x + 1$

Однако мы видим проблему с наличием $2x$. Проблема связана с арифметикой в конечных полях $GF(2)$, которая используется в циклических кодах. Для решения этой проблемы необходимо взять $2x \bmod 2 = 0x$. Таким образом получаем остаток $x^2 + 1$

3. Формирование итогового сообщения

Итоговое кодовое слово формируется путем добавления оставшегося остатка от деления к информационному вектору. Таким образом, 7-битный вектор (кодовое слово) будет содержать как исходные информационные биты, так и дополнительные проверочные биты, обеспечивая защиту от ошибок при передаче.

Конкатенация исходного полинома с остатком: 1000.101 ($v_c = x^6 + x^2 + 1$) — есть итоговый полином, то есть сообщение для передачи.

4. Введение ошибок и оценка обнаруживающей способности

Для оценки надежности кода вводятся единичные ошибки различной кратности (одноразрядные, двухразрядные и т.д.) в сформированное кодовое слово. Ошибка может находиться как в младших, так и в старших разрядах.

Чтобы оценить обнаруживающую способность кода, для каждого возможного местоположения ошибки выполняется деление и проверка синдрома:

- Синдром — это остаток от деления искаженного (с ошибкой) вектора на образующий полином $g(x)$.
- Если синдром ненулевой, значит, код обнаружил ошибку. Если синдром равен нулю, это указывает на отсутствие обнаруженной ошибки.

Для ошибки $e(x) = x^1$:

Закодированное сообщение: $v(x) = x^6 + x^2 + 1$.

Принятая последовательность:

$$r(x) = v(x) + e(x) = x^6 + x^2 + x + 1$$

Синдром:

$$S(x) = r(x) \bmod g(x).$$

Делим $x^6 + x^2 + 1$ на $x^3 + x + 1$ в $GF(2)$. Остаток — синдром.

$x^6 + x^2 + x + 1$	$x^3 + x + 1$
$x^6 + x^4 + x^3$	$x^3 - x - 1$
<hr/>	
$-x^4 - x^3 + x^2 + x + 1$	
<hr/>	
$-x^4 - x^2 - x$	
<hr/>	
$-x^3 + 2x^2 + 2x + 1$	
<hr/>	
$-x^3 - x - 1$	
<hr/>	
$2x^2 + 3x + 2$	

Целая часть: $x^3 - x - 1$

Остаток: $2x^2 + 3x + 2$

Синдром: $S(x) = 0x^2 + 1x + 0 \cdot 1 = 010$

Из таблицы место ошибки — разряд с весом 1.

Ошибка $e(x)$	Синдром $s(x)$	Вектор синдрома		
		s_3	s_2	s_1
x^0	x^0	0	0	1
x^1	x^1	0	1	0
x^2	x^2	1	0	0
x^3	$x + 1$	0	1	1
x^4	$x^2 + x$	1	1	0
x^5	$x^2 + x + 1$	1	1	1
x^6	$x^2 + 1$	1	0	1

5. Расчет обнаруживающей способности

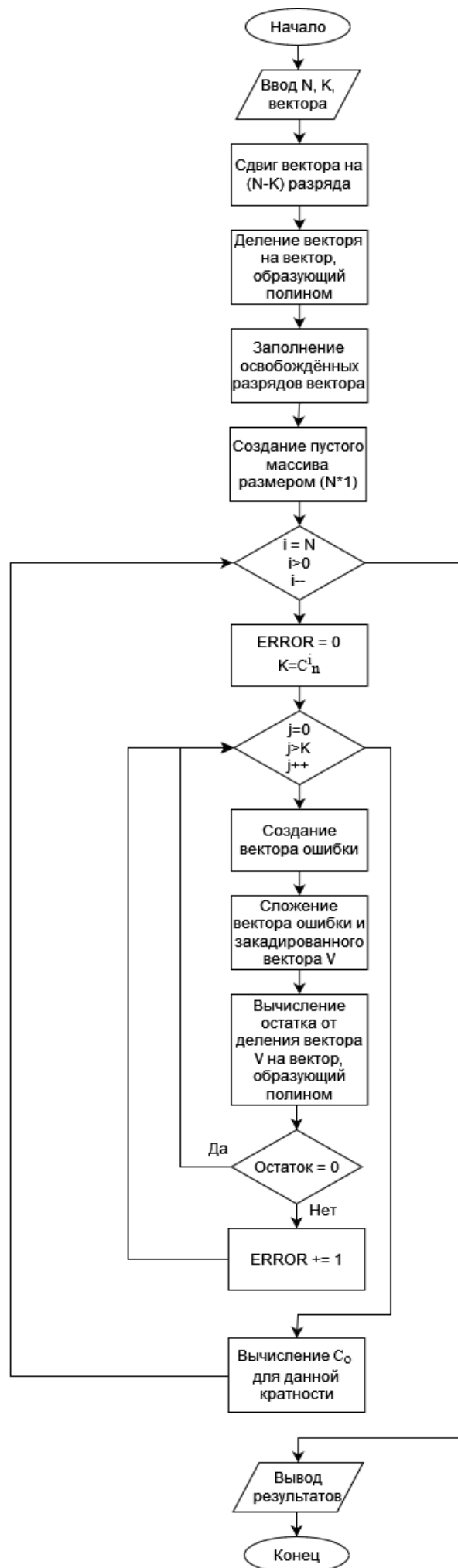
Обнаруживающая способность кода вычисляется по формуле:

$$C_o = N_o / C_n^i$$

где:

- N_o — количество обнаруженных ошибок, то есть ошибок, при которых синдром оказался ненулевым;
- C_n^i — общее количество проверок для ошибок всех заданных кратностей.

Таким образом, показатель C_o отражает эффективность кода в обнаружении ошибок.



Часть 2.

Методика решения

Для оценки обнаруживающей способности кода проводится полный перебор всех возможных ошибок $e \in [0 \dots 1, 1 \dots 1]$, сгруппированных по классам на основе числа единиц в их двоичном представлении. Для каждой группы ошибок строится таблица соответствий синдромов и ошибок. Синдром вычисляется делением вектора ошибки на порождающий полином $g(x) = x^3 + x + 1$ (1011_2).

Этапы выполнения:

1. Классы ошибок:

Существует 7 классов ошибок — от разрядности 1 до разрядности 7.

Число ошибок в каждом классе определяется по формуле C_7^i , где i — кратность ошибки.

Все возможные ошибки, сгруппированные по классам, представлены в таблице П.1. Общее число ошибок составляет $2^n - 1 = 2^{12} - 1 = 4095$, что совпадает с расчетами.

2. Имитирование канала связи:

Передача данных моделируется следующим образом:

- Информационный вектор в закодированном виде (1000.101) передается через симулированный канал связи.
- На исходное сообщение последовательно накладываются все векторы ошибок.

3. Декодирование на приемнике:

- Приемник делит входящий циклический код на порождающий полином.
- Если синдром ненулевой, определяется ошибка, соответствующая синдрому (по заранее рассчитанной таблице).
- Вектор ошибки используется для исправления сообщения. Если после исправления декодированное сообщение совпадает с исходным, декодирование считается успешным, и счетчик исправленных ошибок увеличивается.

4. Расчет обнаруживающей способности:

Обнаруживающая способность рассчитывается по формуле:

$$C_o = \frac{N_o}{C_n^i} \times 100\%,$$

где N_o — число обнаруженных ошибок, C_n^i — общее число ошибок в классе.

Реализация

Для выполнения задачи целесообразно использовать компьютерную программу. В качестве языка выбран **Go**, благодаря его:

- эффективной работе с памятью;
- поддержке побитовых операций (например, исключающее ИЛИ — XOR);
- наличию инструментов для визуализации данных через HTML-шаблоны.

Модель канала связи

1. Передатчик:

Имитация передатчика осуществляется через переменную, содержащую закодированное сообщение (1000.101).

2. Канал связи:

Симуляция канала реализована циклом, который накладывает вектора ошибок на передаваемое сообщение.

3. Приемник:

- Принимающий код делится на порождающий полином.
- Ненулевой синдром указывает на наличие ошибки.
- Используя таблицу синдромов, приемник исправляет сообщение.

Результаты

В результате выполнения программы были получены:

- Таблицы ошибок, сгруппированные по кратности.
- Таблицы синдромов для ошибок кратности 1.
- Таблицы синдромов для ошибок разной кратности.
- Итоговая таблица, содержащая:
 - кратность ошибки,
 - число ошибок в классе,
 - число обнаруженных ошибок,
 - обнаруживающую способность (в процентах).

Выводы

Код Ц[7,4] выделяет 3 дополнительных бита для хранения синдрома. Несмотря на то, что этих бит недостаточно для покрытия всех 127 ошибок, использование порождающего полинома 1011_2 позволяет закодировать 10 уникальных ненулевых синдромов. Это обеспечивает полное покрытие всех ошибок кратности 1, которых всего 7.

Код Ц[7,4] отлично подходит для передачи информационных сообщений длиной 4 бита, однако не справляется с обнаружением и исправлением ошибок большей кратности. В таких случаях код, как и все циклические коды, размножает ошибку, если она остается необнаруженной.

Литература и URL-ссылки:

1. Галкин В.А. Методическое пособие по выполнению домашнего задания по дисциплине «Сети и телекоммуникации», 2018
2. Галкин В.А., Григорьев Ю.А. Телекоммуникации и сети: Учеб. Пособие для вузов.- М.: Изд-во МГТУ им.Н.Э.Баумана, 2003