AtiMac problem

ari

2017/1/29

Contents

Atiyah Macdonald の問題の解答を Up しておく．

1 RINGS AND IDEALS

Exercise 1. *Let x be a nilpotent element of a ring A. Show that $1 + x$ is a unit of A. Deduce that the sum of a nilpotent element and a unit is a unit*

Proof. x が nilpotent なので，$x^m = 0$ となる. これより

$$(1 + x)(\sum_{i=0}^{m-1}(-x)^i) = 1 + (-x)^m = 1$$

となるため，$1+x$ が単元であることがわかる．unit と nilpotent の和は，unit と nilpotent の積が nilpotent になることから，unit をかけて，1 と nilpotent の和となり，特に unit にできることから言える． □

2 MODULES

3 RINGS ANS FRACTION OF MODULES

4 PRIMAY DECOMPOSITION

5 Integral Dependence and Valuations

Exercise 2. *Lef $f : A \to B$ be an itengral homomorphism of rings. Show that $f^* : \mathrm{Spec}B \to \mathrm{Spec}A$ is a closed mapping,i.e. that it maps closed sets to closed sets.*

Proof. □