

基于几何对称性的颅骨复原技术

李 磊, 周明全, 耿国华, 董建民

(西北大学信息科学与技术学院, 西安 710127)

摘 要: 颅骨图像在几何上具有对称性特征, 根据转动惯量在几何对称性对象上所具有的良好性质, 提出一种改进的计算对称轴的算法, 该算法利用计算机语言编程实现。结果表明, 利用改进后的算法, 找到了颅骨这类 CT 图像的对称轴, 并根据对称性修复了图像, 完成了颅骨图像的破洞修复, 将轮廓点和边界周长的平均误差分别控制在 7.50% 和 3.05%, 得到了较好的结果。

关键词: 颅骨复原; 转动惯量; 对称轴

Technology of Skull Restoration Based on Geometry Symmetry

LI Lei, ZHOU Ming-quan, GENG Guo-hua, DONG Jian-min

(School of Information Science and Technology, Northwest University, Xi'an 710127)

【Abstract】 A modified computing symmetry axes algorithm is proposed for the geometry symmetry good property of skull image and the moment of inertia on the symmetry objects. The numerical results prove that the algorithm in the paper is used to discover the symmetry axes of the CT images and then the restored images are accomplished after being programmed with the mean errors of 7.50 percent and 3.05 percent on the length and points on the contour respectively.

【Key words】 skull restoration; moment of inertia; symmetry axes

残缺物体表面的破洞修补问题, 是计算机可视化、三维处理和模式识别中一个突出难题。近年来国际上已经有二十多篇关于破洞修复的论文发表。在国内, 西北大学周明全教授领导的科研小组填补了我国计算机颅骨面貌复原技术领域的空白; 吉林大学科研人员修复了老山汉墓出土的女主人颅骨三维头像。两者均在颅骨复原领域做出了较大贡献。颅骨复原在医学、刑侦学、考古学等领域都有着重大的价值, 比如机械性损伤导致的颅骨骨折, 犯罪分子为了掩盖犯罪事实故意破坏被害人头骨, 或出土的古代墓葬中由于岁月流失, 人的颅骨也被部分腐蚀。在数字化医学以及揭开受害人或墓主人真实身份中, 颅骨的破洞修复都是必须解决的问题。先修补破洞得到完整的颅骨, 进而在数字化颅骨的基础上加上软组织等的信息就可以复原出人生前的样子。现在的破洞修复技术大都是在三维空间通过插值并调整插值点的曲率来实现, 文献[1]就是通过三维空间修补颅骨漏洞, 但是它要求颅骨破洞必须有一个完整的闭合边缘, 否则无能为力。三维上的修补技术难度大, 注意到人的颅骨存在几何对称性, 那么颅骨破洞就可以利用对称性用颅骨未破损的部分来修复破洞。同时, 把颅骨破洞修复的三维问题降到二维上解决可降低技术难度。本文通过修复颅骨 CT 断层图像, 在二维上解决破洞修复问题。

1 颅骨 CT 图像的前期处理

1.1 CT 图像的滤波和二值化

在获得 CT 断层图像的过程中由于各种原因, 如仪器的电子波动等, 都可能使 CT 断层图像存在噪点, 这给后期图像处理带来不便。滤波既要消除噪点又要尽可能地不模糊边缘, 选择式掩模平滑算法以尽量不模糊边缘轮廓为目的^[2], 所以本文采用该算法进行图像去噪。在滤波的基础上再对 CT 图像二值化, 用来去除不必要的信息干扰和分离出骨质部分。

本文二值化的阈值为 95。针对图 1 的滤波和二值化的处理结果可以在图 2 中体现出来。图 2 的背景色像素值为 0, 为纯黑色。为了显示出后续得到的轮廓点, 颅骨的骨质部分像素灰度设置为 180, 为浅灰色。经过滤波和二值化操作, CT 图像被去除了噪点, 并分离出了骨质部分, 简化了图像信息。

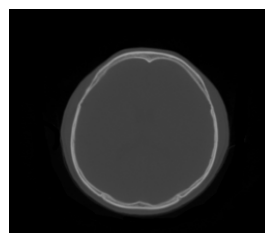


图1 原始图像

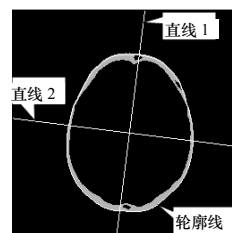


图2 转动惯量法求得的对称轴

1.2 颅骨断层图像外边缘点的提取

本文在二值化图像的基础上采用边界跟踪法求取边缘点信息。此方法提取的边缘只有一个像素宽度^[2], 也正好符合本文用到的转动惯量法求物体对称轴的要求。使用边界跟踪法得到的颅骨边缘如图 2 中轮廓线所示白色封闭曲线所示。

2 物体对称轴的求解及缺损颅骨断层 CT 图像修复

2.1 转动惯量法

本文采用了文献[3]描述的转动惯量法求取物体对称轴并对该算法作了改进。此方法已由文献[3]证明具有良好的抗噪性能。转动惯量法求物体对称轴是基于物体的转动惯量在绕对称轴和对称轴垂直方向取得极值的物理属性取得的。众所周知, 曲线 $y = f(x)$ 以直线 $y = ax + b$ 为轴的转动惯量为

作者简介: 李 磊(1981—), 男, 硕士研究生, 主研方向: 图形图像, 计算机视觉; 周明全、耿国华, 教授、博士生导师; 董建民, 博士
收稿日期: 2007-11-01 **E-mail:** lily-bxj@163.com

$$I = \int_{-c}^c \mu D(x)^2 \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$$

其中, $D(x) = |f(x) - ax - b| / \sqrt{1 + a^2}$ 为曲线上点 $(x, f(x))$ 到直线 $y = ax + b$ 的距离; μ 为线密度, 设质量均匀分布, 即 μ 为常量^[3], 本文令 $\mu = 1$ 。由于坐标轴的平移或旋转对刚体的转动惯量没有影响, 因此对于任意放置的对称曲线, 可通过求它的转动惯量的极值对应的转动轴来求得它的对称轴方向。这就是极小惯量法求取轴对称对象的对称轴的基本思想^[3]。设相邻边缘点之间连成的线段为 L_i 。设 L_i 绕直线 $y = ax + b$ 的转动惯量为 I_i , 则整条曲线边界绕 $y = ax + b$ 的转动惯量为 $I = \sum_{i=0}^n I_i$ 。其中, n 为组成边界的线段的个数。线段 L_i 的惯量可用质量集中于线段上某一点的惯量等效表示, 考虑质量集中于一点 (u_i, v_i) , 设 L_i 2 个端点的坐标分别为 (x_i, y_i) , (x_{i+1}, y_{i+1}) 。则

$$v_i = \pm \sqrt{\frac{y_i^2 + y_i y_{i+1} + y_{i+1}^2}{3}} \quad (1)$$

正负号可通过条件 $y_i \leq v_i \leq y_{i+1}$ 决定, 对应 v_i 值, 有

$$u_i = x_i + \frac{v_i - y_i}{y_{i+1} - y_i} (x_{i+1} - x_i) \quad (2)$$

显然, 点 (u_i, v_i) 在直线上的相对位置也不会随坐标轴的平移或旋转而发生改变。这样整条曲线的转动惯量为

$$I = \sum_{i=1}^n \mu \cdot \frac{(v_i - au_i - b)^2 l_i}{1 + a^2} \quad (3)$$

其中, $l_i = \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}$, 即线段 L_i 的长度。求 I 关于 a, b 的极值。把式(3)关于 b 求导, 得到

$$b = \left(\sum_{i=1}^n v_i l_i - a \sum_{i=1}^n u_i l_i \right) / \sum_{i=1}^n l_i \quad (4)$$

记 $\bar{u} = \sum_{i=1}^n v_i l_i / \sum_{i=1}^n l_i$, $\bar{v} = \sum_{i=1}^n u_i l_i / \sum_{i=1}^n l_i$, 则式(4)可改写为

$$b = \bar{u} - a\bar{v} \quad (5)$$

将式(5)代入式(3), 记 $u'_i = u_i - \bar{u}$, $v'_i = v_i - \bar{v}$, 再对 a 求偏导。记 $F = \sum_{i=1}^{N-1} u'_i v'_i l_i$, $G = \sum_{i=1}^{N-1} (u_i'^2 - v_i'^2) \cdot l_i$, 则

$$a_{1,2} = \frac{-G \pm \sqrt{4F^2 + G^2}}{2F} \quad (6)$$

显然 $a_1 a_2 = -1$, 即 $y = a_1 x + b_1$ 与 $y = a_2 x + b_2$ 互相垂直, 这和原理想符合。用上面算法求得的对称轴会得到 2 条相互垂直的直线, 如图 2 的直线 1 和直线 2 所示。

图 2 中轮廓线是求得的边界点, 直线 1 和直线 2 是求得转动惯量取得极值的方向, 可以通过先验知识或人机交互来确定直线 1 是对称轴。一个破损颅骨在单张 CT 图像上表现为图像信息的缺失, 又由于同一个颅骨 CT 断层图像间的相对位置是不变的, 因此根据此对称轴就可以修复一张信息残缺的 CT 断层图像。图 3 为取自同一颅骨 CT 图像的另一张断层图像(暂称为图像 C)经滤波和二值化后的图像。

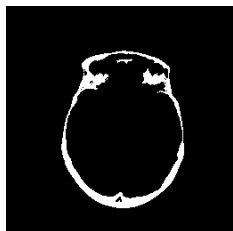


图 3 图像 C 滤波、二值化后的结果

本文用图 3 模拟一张由于颅骨存在破洞而信息残缺的 CT 图像, 如图 4 所示。



图 4 用图 3 模拟缺损的颅骨 CT 图像

用转动惯量法找到的对称轴修复(见图 4)的方法如下: (x_0, y_0) 关于直线 $ax + by + c = 0$ 的对称点是 (x_1, y_1) , 有

$$\begin{cases} x_1 = x_0 - 2a(a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c) / (a^2 + b^2) \\ y_1 = y_0 - 2b(a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c) / (a^2 + b^2) \end{cases} \quad (7)$$

如果 (x_0, y_0) 的灰度值为“255”, 而 (x_1, y_1) 的灰度值为“0”, 则把 (x_1, y_1) 的灰度值设为 255。但是由于 CT 图像的模糊性, 得到的边界点并不一定完全对称。因此, 由图 2 可以明显看出该算法计算的对称轴和实际的对称轴有着明显的偏差。如果直接把直线 1 作为对称轴修复图 4, 那么最后的误差也必然较大。本文对该算法作了如下改进。

2.2 转动惯量法的改进

2.2.1 线段等效点坐标的改进

文献[3]采用式(1)和式(2)进行线段等效点的计算, 但实践中发现当线段两端点的纵坐标相等, 即 $y_{i+1} = y_i$ 时, 式(2)的计算由于出现分母为“0”的情况, 因此对称轴的计算出现严重错误。考虑到把线段视为粗细均匀和密度均匀的细棒, 可以把直线的中点当作等效点, 所以, 用如下公式计算线段等效点的坐标 (u_i, v_i) 。设直线两端点分别为 (x_i, y_i) , (x_{i+1}, y_{i+1}) , 则有

$$u_i = (x_i + x_{i+1}) / 2 \quad (8)$$

$$v_i = (y_i + y_{i+1}) / 2 \quad (9)$$

用式(8)和式(9)代替式(1)和式(2)。这符合匀质且粗细均匀的线形物体重心在其中心的物理常识。

2.2.2 对称轴的调整

仅仅运用文献[3]的方法计算出的对称轴和图像视觉上的对称轴还有很大偏差, 所以以文献[3]找到的对称轴为基础修补图像带来的偏差也比较大。如果坐标系选择得不好, 图像的对称轴恰好垂直于坐标系的 x 轴。而文献[3]用 $y = ax + b$ 来表示对称轴的直线方程的, 但是当对称轴和 x 轴垂直时斜率 a 无穷大, 因此, 用 $y = ax + b$ 无法表示, 如图 5 所示。

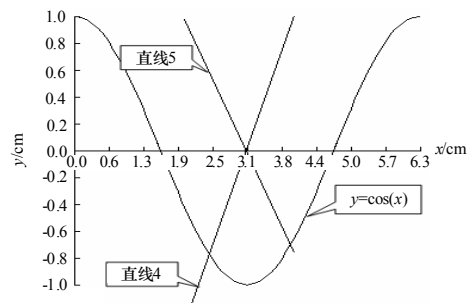


图 5 对称轴无法用 2.1 节方法表示的情况

图 5 的对称轴本应该垂直于 x 轴的, 运用文献[3]的方法,

则直线 4 和直线 5 理论上应该是垂直的。由于上述原因, 这时图 5 中的 2 条直线并不是垂直关系, 而且也明显不是对称轴。但是令转动惯量取得极大值和极小值的 2 条直线的交点却是边缘点的质心。这和对称轴是否垂直于 x 轴是没有关系的, 而且无论对称轴是否垂直于 x 轴, 由转动惯量极值法总是会得到 2 条直线, 而且 2 条直线的交点, 即质点位置, 是不会发生变化的。重要的是刚体的质点一定在对称轴上, 如果再寻找异于质点的一点 b , 而且点 b 和质心的连线恰好是物体的对称轴, 那么寻找对称轴的问题就得以解决。下面是本文寻找点 b 的方法:

设图像外边缘点的集合为 U , 边缘上的一点 $P \in U$, P 的坐标为 (x_1, y_1) 。 U 中的每一个点的坐标都是已知的。设质点为 a , a 的坐标为 (x_0, y_0) 。 a 由 2.1 节中的方法得到的 2 条直线的交点确定, 所以也是已知点。本文采用两点确定直线的公式, 从而解决用 2.1 节中的方法无法表达对称轴和 x 轴垂直的问题。如下式所示:

$$(x - x_0)(y_1 - y_0) = (x_1 - x_0)(y - y_0) \quad (10)$$

在 U 中可以寻找到异于 (x_1, y_1) 的一点 $Q(x_3, y_3)$, 满足 $(x_3 - x_0)(y_1 - y_0) - (x_1 - x_0)(y_3 - y_0)$ 的值最接近“0”。 P 和 Q 把集合 U 分为 2 个部分: U_1 和 U_2 。 U_1 和 U_2 满足 $U_1 + U_2 = U$ 。 设点 $m_i \in U_1, n_i \in U_2$ 。 m_i 距 P 点的距离为 dm_i , n_i 距 P 点的距离为 dn_i 。 令

$$H = \left| \sum_{U_1} dm_i - \sum_{U_2} dn_i \right| \quad (11)$$

用 P 逐一遍历 U 中的所有点, 取令式(11)取得最小值的点, 令其为 b 。 这样由点 a 和点 b 确定的直线就是图像的对称轴。用改进的方法同样处理图 1, 结果如图 6 所示。

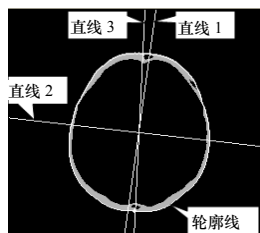


图 6 改进算法处理效果

图 6 中的直线 3 是由改进算法得到的对称轴, 直线 1 是由文献[3]方法得到的对称轴。为了比较优劣, 本文将 2 条直线都绘制出来, 可以看出本文改进的算法明显比文献[3]算法找得更准确, 而且也不需要先验知识或人机交互来确定对称轴。以本文算法找到的对称轴为基础修复图 4, 结果如图 7 所示。

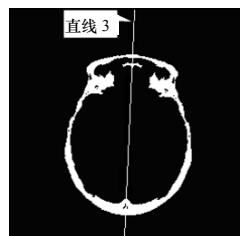


图 7 改进算法修复图 4 的效果

本文把用改进算法得到的对称轴, 即直线 3 绘制在了图 7 中, 以便观察。

3 修复缺损颅骨 CT 断层图像的结果比较

3.1 像素点的比较

本文把无缺损的 CT 断层图像擦除一部分来模拟有破洞的颅骨 CT 断层图像。设无缺损 CT 断层二值化图像的白色像素的个数为 m , 设修复模拟有破洞的颅骨 CT 断层图像的二值化图像对应无缺损 CT 断层二值化图像边缘点以外的白色像素个数为 n 。在此 n 就为多余点的个数。用 $n/(m+n)$ 表示用本文改进算法修复颅骨断层 CT 图像的误差。为了得到误差的统计值, 用改进的算法修复了同一颅骨的 3 张图像模拟出的缺损颅骨 CT 图像。这 3 幅 CT 图像在颅骨 CT 图像序列中的编号分别为 14, 17, 20。得到的统计结果数据如表 1 所示。

表 1 轮廓点误差

图像编号	m	n	$n/(m+n) / (\%)$
14	3 314	213	6.03
17	2 170	204	8.28
20	2 310	206	8.19
平均	2 598	208	7.50

3.2 周长的比较

设完整的颅骨 CT 图像的外边界点长度为 p , 用其模拟的缺损颅骨 CT 图像用本文改进的算法修复后的外边界点长度为 q 。 本文用 $|p-q|/p$ 来表示边界点周长的误差。同样为了得到统计意义的数据, 针对 3.1 节中用到的图像进行测量。得到的数据如表 2 所示。

表 2 边界周长误差

图像编号	p	q	$ p-q /p / (\%)$
14	552.42	584.11	5.70
17	538.03	545.35	1.36
20	542.90	554.32	2.10
平均	544.45	561.26	3.05

4 结束语

由表 1 可以看出用基于颅骨对称性修复颅骨破洞的平均误差率仅为 7.50%。考虑到本文是把整幅图像作了对称修补, 如果只是把 CT 断层图像的缺损位置进行修补, 平均误差率将比 7.50% 更小。从表 2 可以看出用本文改进方法修补后的边界周长平均误差为 3.05%。所以本文的算法达到了比较满意的结果。本文方法修补 CT 图像要求缺损的位置在对称轴的另一边是完整的。即使个别 CT 图像不能满足此要求, 也可在三维情况下用文献[1]的方法进行修补, 因为在本文方法修补的基础上不满足文献[1]修补破洞要求的几率已经很小了。实验证明本文方法是可行的。

参考文献

- [1] 成 欣. 三维曲面破洞修复技术研究[D]. 西安: 西北大学, 2006.
- [2] 杨淑莹. VC++ 图象处理图像设计[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005: 92-97, 154-158.
- [3] 龚建伟, 黄文字, 陆际联. 轴对称曲线对称轴的数值计算方法[J]. 计量技术, 2001, (6): 3-5.