



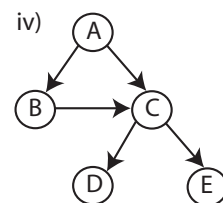
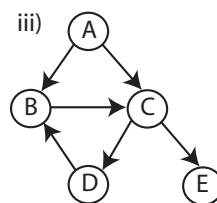
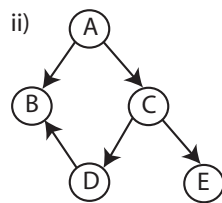
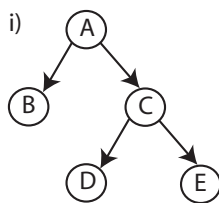
Grundlagen der Informatik 2

Übungsblatt 4

Abgabe: 21.05.2010, 15:00

T 4.1 Topologische Sortierung

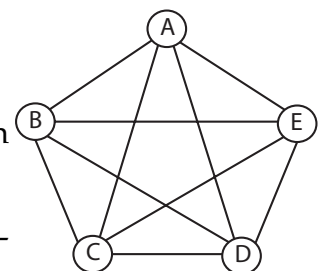
Gegeben seien folgende Graphen:



- Welche der Graphen beschreiben eine partielle Ordnung?
- Welche zwei spezifischen Eigenschaften muß ein Graph unbedingt besitzen, damit man aus ihm eine topologische Sortierreihenfolge ableiten kann?
- Beweisen Sie folgenden Satz: *Ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ ist genau dann zyklensfrei, wenn es für G eine topologische Sortierung gibt.*
- Stellen Sie für jeden Graphen aus Aufgabe a) alle topologischen Sortierreihenfolgen mit Hilfe des Top-Down-Verfahrens auf. Was fällt Ihnen auf?

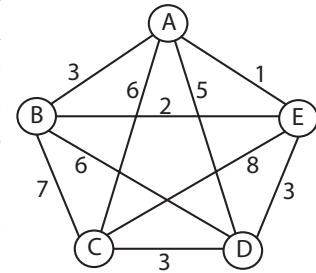
T 4.2 Spannbaum

- Was ist ein Baum?
- Was ist ein Spannbaum?
- Geben Sie einen möglichen Spannbaum für den gegebenen Graphen an.
- Wie viele Spannbäume der Höhe n (mit n Anzahl der Knoten) gibt es für den gegebenen Graphen?



T 4.3 Kruskal, Prim

- a) Benutzen Sie den Algorithmus von Kruskal, um zum gegebenen Graphen einen minimalen Spannbaum (auch minimal aufspannender Baum genannt) zu bilden. Verwenden Sie hierfür eine Tabelle der untenstehenden Form. Hierbei ist e_i die i -te Kante in einer Sortierung der Kanten nach aufsteigendem Gewicht, und E_{mst} die Menge der Kanten im minimalen Spannbaum.

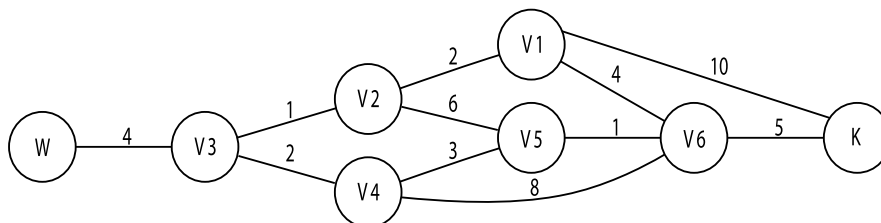


i	e_i	E_{mst}	Knotenmengen der zusammenhängenden Komponenten

- b) Bestimmen Sie einen minimalen Spannbaum für den gegebenen Graphen mit dem Algorithmus von Prim.

T 4.4 Dijkstra und A*

In einem PC-Spiel soll ein Marktkarren von einer Webstube (W) Stoffe zu einem Kontor (K) bringen. Der folgende Graph gibt die Entfernungen der einzelnen Wegpunkte zueinander an.



Es sind außerdem folgende Luftlinienentfernungen zum Kontor bekannt:

Wegpunkt	V1	V2	V3	V4	V5	V6	W
Luftlinie zu K	8	6	5	4	3	4	5

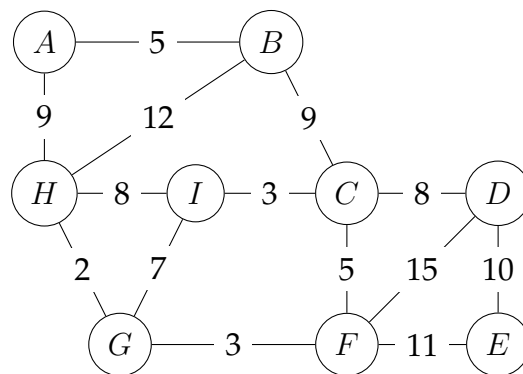
- a) Ermitteln Sie den kürzesten Weg zwischen Webstube und Kontor mit Hilfe des Algorithmus von Dijkstra. Geben Sie als Ergebnis die Knoten des Weges und dessen Länge an.

- b) In Computerspielen wird oft zum beschleunigten Ermitteln kürzester Wege der A^* -Algorithmus verwendet. Die angegebenen Luftlinie-Distanzen sollen verwendet werden, um mit dem A^* -Algorithmus den kürzesten Weg zwischen Kontor und Webstube zu finden. Geben Sie die Knoten und die Länge des kürzesten Weges an.
- c) Wann führt die Anwendung des A^* -Algorithmus schneller zur optimalen Lösung als die Anwendung des Algorithmus von Dijkstra? Unter welchen Ausgangsbedingungen benötigt der A^* -Algorithmus mehr Zeit?

H 4.5 Minimale Spannbäume und Topologische Sortierung

(5P)

Folgender Graph $G = (V, E)$ ist gegeben:



- a) Finden Sie für den Graphen einen minimalen Spannbaum $G_{mst} = (V, E_{mst})$ mit dem Kruskal-Algorithmus. Benutzen Sie dabei wie in der Tutorübung wieder eine Tabelle der folgenden Form:

i	e_i	E_{mst}	Knotenmengen der zusammenhängenden Komponenten

Zeichnen Sie anschließend den Spannbaum.

- b) Erzeugen Sie aus dem resultierenden Spannbaum aus Aufgabe a) einen gerichteten Graphen, indem Sie aus jeder ungerichteten Kante eine gerichtete in alphabetischer Richtung machen. Z.B. würde eine ungerichtete Kante zwischen A und E zu einer gerichteten Kante von A nach E, in der entgegengesetzten Richtung gäbe es keine Kante.

- c) Bottom-Up ist eine von zwei Methoden um eine topologische Sortierung zu ermitteln. Führen Sie das Bottom-Up-Verfahren nun für den gerichteten Graphen aus b) durch.

Beschreiben Sie (in Worten oder anhand des Graphen), welche Schritte für den gegebenen Graphen in welcher Reihenfolge durchgeführt werden (z.B. "Besuche x, Markiere y mit der Zahl 7 usw.")

- d) Welche Laufzeit benötigt dieses Verfahren?

H 4.6 Bellman-Ford

(5P)

Die Spedition Sped-Ex hat ihren Hauptsitz in München und verteilt von dort aus Waren über die gesamte Republik. Folgende Tabelle gibt die Kosten an (Treibstoff, Entlohnung für Fahrer, Abnutzung an Fahrzeugen,...), die Sped-Ex für einen Transport von Punkt A nach Punkt B aufwenden muss. Die Kosten gelten auch in umgekehrter Richtung, d.h. von B nach A.



Von	Nach	Kosten
München	Nürnberg	40
Nürnberg	Frankfurt	60
Nürnberg	Dresden	100
Frankfurt	Leipzig	100
Frankfurt	Kassel	60
Kassel	Hannover	60
Hannover	Potsdam	50
Potsdam	Berlin	10
Dresden	Leipzig	14
Dresden	Berlin	40
Leipzig	Berlin	70
Potsdam	Leipzig	40

- a) Zeichnen Sie den zum Problem gehörenden Graphen.
- b) Eine Palette Waren soll von München nach Berlin transportiert werden. Die Route soll auf jeden Fall über Leipzig verlaufen, da dort eine weitere Palette, die ebenfalls für Berlin bestimmt ist, aufgenommen werden soll.

Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Bellman und Ford den günstigsten Weg zum Transport der Waren nach Berlin. Überlegen Sie sich hierzu als erstes, wie dem Umstand Rechnung zu tragen ist, dass die Route auf jeden Fall über Leipzig verlaufen soll! Geben sie die Knoten des kostengünstigsten Weges und dessen Länge an.

Tragen Sie die Schritte des Algorithmus in eine Tabelle der folgenden Form ein. Für einen Knoten V bezeichnet in jedem Schritt $d(V)$ den aktuellen Distanzwert zum Startknoten und $p(V)$ den Vorgängerknoten auf dem bislang kürzesten bekannten Pfad.

Iteration	$d/p(M)$	$d/p(F)$	$d/p(N)$	$d/p(K)$	$d/p(L)$	$d/p(D)$	$d/p(H)$	$d/p(P)$	$d/p(B)$

- c) Im Transportfahrzeug ist noch Platz für eine weitere Warenpalette und ein zusätzlicher Kunde wäre interessiert am Transport von Warenpaletten von Leipzig nach Hannover. Mit jeder Palette, die auf dieser Route transportiert wird, kann Sped-Ex einen zusätzlichen Gewinn von 60 GE erzielen.

Zeichnen Sie diesen neuen Sachverhalt in Ihren Graphen aus a) ein

- d) Bestimmen Sie für das so erweiterte Problem die optimale Lösung mit Hilfe des Algorithmus von Bellman und Ford. Geben sie wieder die Knoten des kostengünstigsten Weges und dessen Länge an.
- e) Welches Problem ergibt sich, wenn Sped-Ex mit jeder zusätzlich transportierten Palette zwischen Leipzig und Hannover 100 GE verdient?

Hinweis: Der Fachbereich Informatik misst der Einhaltung der Grundregeln der wissenschaftlichen Ethik großen Wert bei. Mit der Abgabe einer Hausaufgabe bestätigen Sie, dass Sie bzw. Ihre Lerngruppe die alleinigen Autoren der Lösungen sind.