

# Mathematik IV f. Elektrotechnik

## Mathematik III f. Informatik

### 11. Übungsblatt



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik  
Prof. Dr. Martin Kiehl  
Davorin Lešnik, Ph.D.  
Dipl.-Math. Sebastian Pfaff

SoSe 2012  
27. Juni 2012

Zum Bearbeiten dieses Aufgabenblattes benötigen Sie den gesamten Inhalt von Kapitel 6, sowie 7.1 im Skript.

#### Gruppenübung

##### Aufgabe G1 (Stabilitätsbereich)

Es soll gezeigt werden, daß das klassische Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung (RK4) nicht L-stabil ist. Zeige dazu, dass

(a) das Polynom

$$R(q) = 1 + q + \frac{1}{2}q^2 + \frac{1}{6}q^3 + \frac{1}{24}q^4$$

die Stabilitätsfunktion des klassischen Runge-Kutta-Verfahrens 4. Ordnung ist und

(b) die Beziehung

$$|R(q)| < 1 \quad \text{für alle } q \in \mathbb{C} \text{ mit } \Re(q) < 0$$

nicht gilt.

##### Aufgabe G2 (Ein A-stabiles Runge-Kutta-Verfahren)

Wir betrachten das implizite Runge-Kutta-Verfahren, das durch das Butcher-Schema

$$\begin{array}{c|ccc} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & & \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \\ \frac{3}{4} & \frac{2}{4} & \frac{4}{4} & \\ \hline \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \end{array}$$

gegeben ist. Berechnen Sie die Stabilitätsfunktion des obigen Verfahrens und zeigen Sie, daß das Verfahren A-stabil ist.

##### Aufgabe G3 (Gershgorin-Kreise)

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 + 5i & 2 & -i & 3 + 4i \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 12 \end{pmatrix}.$$

- (a) Skizzieren Sie die zur Matrix  $A$  gehörigen Gershgorin-Kreise in der komplexen Zahlenebene.  
(b) Berechnen Sie die Eigenwerte von  $A$  und zeichnen Sie diese in die Skizze ein.

---

## **Hausübung**

---

In der nächsten Woche wird es statt einer Gruppenübung eine Probeklausur geben. Diese wird bis zur darauffolgenden Woche durch ihre Tutoren korrigiert. Wir raten Ihnen, dieses Angebot anzunehmen. Damit Sie Zeit haben sich auf die Probeklausur vorzubereiten, gibt es in dieser Woche keine Hausübungen.