

Formale Grundlagen der Informatik II

1. Übungsblatt



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik

Prof. Dr. Martin Otto

Julian Bitterlich, Felix Canavoi, Kord Eickmeyer, Daniel Günzel

SoSe 2015

3. Juni 2015

Aufgabe G1 (Aussagenlogische Formeln)

(a) Erstellen Sie die Wahrheitstafel zu folgender Formel:

$$\varphi := (\neg p \wedge \neg q) \rightarrow (p \vee (\neg q \wedge r))$$

Ist die Formel erfüllbar? Ist sie allgemeingültig?

(b) Geben Sie eine Formel zu folgender Wahrheitstafel an:

p	q	r	
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

(c) Geben Sie eine Formel $\varphi(p, q, r)$ an, welche genau dann wahr ist, wenn höchstens eine der Variablen p, q, r wahr ist.

(d) Geben Sie eine Formel $\varphi(p, q, r, s)$ an, welche genau dann wahr ist, wenn genau drei der Variablen denselben Wert haben.

Aufgabe G2 (Vergleich von Binärzahlen als Formel in AL)

Sei $n \in \mathbb{N}$. Konstruieren Sie induktiv über n aussagenlogische Formeln

$$\varphi_n(x_n, \dots, x_0, y_n, \dots, y_0),$$

welche genau dann wahr sind, wenn die in $x_n \dots x_0$ kodierte Binärzahl $\sum_i x_i 2^i$ kleiner ist als die in $y_n \dots y_0$ kodierte.

Aufgabe G3 (kontextfreie Grammatik für AL_n)

Geben Sie für festes $n \in \mathbb{N}$ eine kontextfreie Grammatik für $AL_n \subseteq \Sigma^*$ an, wobei

$$\Sigma = \{0, 1, (,), \neg, \wedge, \vee\} \cup \{p_1, \dots, p_n\}.$$

Wie könnte man die Syntax (und die zugehörige Grammatik) modifizieren, um z.B. redundante äußere Klammerungen zu vermeiden, aber eindeutige Lesbarkeit zu erhalten?

Nachtrag zu FGdI I

Aufgabe G4 (Abschlusseigenschaften)

Sei L_0 regulär, L_1 kontextfrei.

- (i) Folgt, dass $L_0 \cup L_1$ kontextfrei ist?
- (ii) Folgt, dass $L_0 \cap L_1$ kontextfrei ist?
- (iii) Folgt, dass $L_0 \setminus L_1$ kontextfrei ist?
- (iv) Folgt, dass $L_1 \setminus L_0$ kontextfrei ist?
- (v) Ist das Komplement einer Typ 0 Sprache stets Typ 0?
- (vi) Ist Typ 0 abgeschlossen unter Durchschnitt/Vereinigung?

Aufgabe G5 (Erfüllbare Formeln in AL_n)

Sei wie in Aufgabe H3

$$\Sigma = \{0, 1, (,), \neg, \wedge, \vee\} \cup \{p_1, \dots, p_n\},$$

und sei $L \subseteq \Sigma^*$ die Menge der *erfüllbaren* Formeln in AL_n .

- (i) Gibt es eine Typ 0-Grammatik für L ?
- (ii) Gibt es eine Typ 1-Grammatik für L ?