Visual Computing

Wintersemester 2018 / 2019

Prof. Dr. Arjan Kuijper





Übung 4 - Fouriertheorie

Der Fachbereich Informatik misst der Einhaltung der Grundregeln der wissenschaftlichen Ethik großen Wert bei. Zu diesen gehört auch die strikte Verfolgung von Plagiarismus.

Mit der Abgabe bestätigen Sie, dass Ihre Gruppe die Einreichung selbstständig erarbeitet hat. Zu Ihrer Gruppe gehören die Personen, die in der Abgabedatei aufgeführt sind.

http://www.informatik.tu-darmstadt.de/plagiarism

Abgabe bis zum Freitag, den 23. Nov. 2018, 8 Uhr morgens, als PDF in präsentierbarer Form.

Aufgabe 1: Abtastung

2 Punkte

Die Signale $f_1(t)$ und $f_2(t)$ werden mit den Abtastzeiten $T_1 = 1/400$ s und $T_2 = 1/1500$ s abgetastet.

$$f_1(t) = \sin(2 * \pi * 100)$$

 $f_2(t) = \sin(4000 * \pi)$

- a) Wird das Abtasttheorem eingehalten? (1 Punkt)
- b) Welchen Effekt erwarten Sie, wenn das Abtasttheorem nicht eingehalten ist? Erklären Sie diesen kurz. (1 Punkt)

Aufgabe 2: Faltung

2 Punkte

Was besagt der Faltungssatz? Nennen Sie eine in der Vorlesung genannte Anwendung und erklären Sie, warum der Faltungssatz angewandt wird.

Die Fourierreihe ist definiert durch

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$

mit

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$$

Gegeben ist die folgende 2π -periodische Rechteckfunktion

$$f(x) = \begin{cases} -1, & wenn - \pi \le x < -\frac{\pi}{2} \\ 0, & wenn - \frac{\pi}{2} \le x < \frac{\pi}{2} \\ -1, & wenn \frac{\pi}{2} \le x < \pi \end{cases}$$

Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten und geben Sie die so weit wie möglich vereinfachte resultierende Fourierreihe an. Geben Sie auch alle Zwischenschritte an.

Aufgabe 4: Mathematische Grundlagen

2 Punkte

a) Tragen Sie die folgenden Punkte in jeweils ein passendes Koordinatensystem ein und transformieren sie Polarkoordinaten zu kartesischen Koordinaten und umgekehrt. Runden Sie auf 4 Nachkommastellen. (1 Punkt)

$$A = (5,7), A \in (\mathbb{R} \times \mathbb{R})$$
$$B = \left(5, \frac{\pi}{2}\right), B \in (\mathbb{R} \times [0,2\pi])$$

b) Gegeben seien die folgenden Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Projektion $\overrightarrow{a_{\vec{b}}}$ des Vektors \vec{a} auf den Vektor \vec{b} sowie die Projektion $\overrightarrow{a_{\vec{c}}}$ des Vektors \vec{a} auf den Vektor \vec{c} . (1 Punkt)