



Klausur

Formale Grundlagen der Informatik II

Name:

Matr.-Nr.:

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
Punkte (maximal)	12	12	12	12	12	48 (+12)
erreichte Punkte,						

Note:

Versehen Sie bitte jedes Blatt mit Namen und Matrikelnummer und fangen Sie für jede Aufgabe eine neue Seite an.

Vor der Abgabe bitte hier falten und die Lösungsblätter hineinlegen.

Bearbeiten Sie **mindestens 4 Aufgaben** Ihrer Wahl von den folgenden 5 Aufgaben. Bei der Bewertung wird auf klare Darstellung und Begründungen Wert gelegt.

Aufgabe 1

12 Punkte

(a) Bestimmen Sie mit Hilfe einer Wahrheitstabelle für φ (und alle relevanten Teilformeln), ob die Formel

$$\varphi := [\neg(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow \neg(p \wedge r))] \rightarrow (p \vee \neg(q \rightarrow r))$$

erfüllbar und ob sie allgemeingültig ist.

(b) Seien

$$\varphi := (q \wedge r) \vee \neg(p \vee q \vee r) \quad \text{und} \quad \psi := [\neg p \wedge (r \rightarrow q)] \vee (p \wedge q \wedge r)$$

aussagenlogische Formeln. Bringen Sie φ und $\neg\psi$ in Klauselform.

(c) Seien φ und ψ die Formeln aus Teil (b). Zeigen Sie mit Hilfe des Resolutionskalküls, daß $\varphi \models \psi$.

Aufgabe 2

12 Punkte

Sei P ein einstelliges und R ein zweistelliges Relationssymbol. Betrachten Sie die FO-Sätze

$$\varphi_1 := \forall x \forall y [Rxy \rightarrow \exists z (Pz \wedge Rxz \wedge Rzy)]$$

$$\varphi_2 := \forall x \exists y Rxy$$

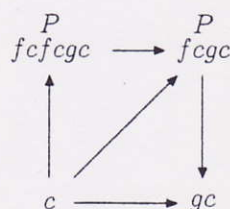
$$\psi := \exists x \exists y (Rxy \wedge Px \wedge Py)$$

(a) Wandeln Sie φ_1 , φ_2 und $\neg\psi$ in Skolem-Normalform um. Verwenden Sie dabei f und g als Namen für die Skolem-Funktionen in φ_1 bzw. φ_2 .

(b) Bringen Sie Skolem-Normalform von $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \neg\psi$ in Klauselform.

(c) Zeigen Sie mit Hilfe der Grundinstanzenresolution, daß $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \models \psi$.

Hinweis. Machen Sie sich klar, daß in jedem Modell von $\varphi_1 \wedge \varphi_2$ folgende Situation auftritt:



Aufgabe 3

12 Punkte

(a) Beweisen Sie die Korrektheit der folgenden Sequenzenregeln, oder geben Sie ein Gegenbeispiel an:

$$(i) \frac{\Gamma, \neg\varphi \vdash \Delta, \neg\psi}{\Gamma, \varphi \vdash \Delta, \psi} \quad (ii) \frac{\Gamma, \neg\psi \vdash \Delta, \neg\varphi}{\Gamma, \varphi \vdash \Delta, \psi} \quad (iii) \frac{\Gamma, \forall x \varphi \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \Delta, \exists x \varphi}$$

(b) Leiten Sie die folgende Sequenz ab:

$$\exists y (Py \wedge Rcy), \forall y (\neg Rcy \vee Pc) \vdash \exists x \exists y (Rxy \wedge Px \wedge Py)$$

Aufgabe 4

12 Punkte

(a) Welche der folgenden Aussagen sind korrekt? Geben Sie jeweils eine kurze aber klare Begründung oder ein Gegenbeispiel an.

- (i) Es gibt einen Algorithmus, der für aussagenlogische Formeln φ und ψ entscheidet, ob $\varphi \models \psi$.
- (ii) Es gibt einen Algorithmus, der für FO-Formeln φ und ψ entscheidet, ob $\varphi \models \psi$.
- (iii) Wenn $\varphi \wedge \psi$ unerfüllbar und $\varphi \vee \psi$ allgemeingültig ist, dann ist $\psi \equiv \neg\varphi$.
- (iv) Wenn $\varphi \vee \psi$ allgemeingültig ist, dann ist φ allgemeingültig oder ψ ist allgemeingültig.

(b) Beweisen Sie mit Hilfe des Kompaktheitssatzes, daß es keine Menge Φ von FO-Formeln gibt, so daß gilt

$(A, E) \models \Phi$ gdw E eine Äquivalenzrelation auf A mit endlich vielen Äquivalenzklassen ist.

Aufgabe 5

12 Punkte

(a) Wir betrachten Graphen $G = (V, E, P, Q)$ mit zweistelliger Kantenrelation E und zwei zusätzlichen einstelligen Relationssymbolen P und Q . Formulieren Sie die folgenden Aussagen in der Prädikatenlogik:

- (i) Es gibt mindestens 3 Elemente in P .
- (ii) Jede Kante verläuft von einem Knoten in P zu einem Knoten in Q .
- (iii) Von jedem Knoten in Q führt eine Kante zu einem Knoten in P .

**Eigentum des
L Z M**

Technische Universität Darmstadt
-FB Mathematik-

(b) Sei R ein zweistelliges Relationssymbol und f ein einstelliges Funktionssymbol. Geben Sie zu dem Satz

$$\varphi := \forall x R f x x \wedge \forall x \forall y (R f x f y \rightarrow R x y) \wedge \forall x \forall y (R x y \rightarrow \neg R y x)$$

ein Herbrand-Modell an.