

Tentamen EE1P21

Elektriciteit en Magnetisme A

- Dit tentamen bestaat uit 3 bladzijden met 4 opgaven.
- Het totaal te behalen aantal punten bedraagt 90.
- Bij iedere opgave is het aantal voor die opgave te behalen punten vermeld.
- Begin iedere opgave op een nieuw vel en vermeld op ieder vel van uw uitwerkingen zowel naam als studienummer.

Veel succes!

Opgave 1

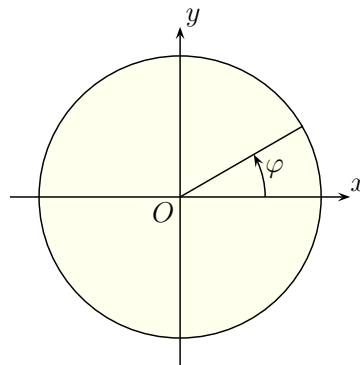
20
punten

- a.) Bereken het elektrisch veld $\vec{E}_1(0, 0, z)$ in het punt $P(0, 0, z)$ ten gevolge van een puntlading Q_1 in $(x_1, y_1, 0)$.
- b.) Bereken de kracht \vec{F} die het elektrisch veld $\vec{E}_1(0, 0, z)$ uitoefent op een lading Q_2 in $(0, 0, z_2)$.

In het vlak $z = -2$ (m) bevindt zich binnen een dunne circulaire plaat gecentreerd in $(0, 0, -2)$, met radius $R = 2$ (m), een oppervlaktelading met ladingsdichtheid

$$\sigma = \sin^2 \varphi = -[\exp(i\varphi) - \exp(-i\varphi)]^2/4 \text{ (nC/m}^2\text{)}$$

waarbij i de imaginaire grootheid is en de grootheid φ is gedefinieerd zoals in het figuur hieronder.



- c.) Bereken de lading dq op het polaire oppervlak $r dr d\varphi$ en bereken de totale lading Q op de plaat.
- d.) Bereken het elektrisch veld $\vec{E}(0, 0, 0)$ in de oorsprong.

Hint: Let op de symmetrie eigenschappen van de ladingsdichtheid bij punten c) en d).

Opgave 2

Gegeven zijn drie concentrische geleidende dunne holle bollen. Binnen de binnenste bol met straal $r = R_1$ bevindt zich vacuum met permittiviteit ϵ_0 . De binnenste bol is omhuld met een concentrisch bol met straal $r = R_2$ met daartussen een medium met relatieve permittiviteit $\epsilon_{r,2} = 3$. De ruimte tussen de middelste bol met straal R_2 en de buitenste bol met straal $r = R_3$, $R_2 < r < R_3$ is gevuld met een medium met relatieve permittiviteit $\epsilon_{r,3} = 4$. Op de buitenkant van de binnenste bol bevindt zich een lading $2Q$ en op de buitenkant van de middelste bol bevindt zich een negatieve lading $-Q$. De buitenste bol heeft een lading Q en bevindt zich in vacuum. We veronderstellen dat de concentrische media geen vrije ladingdragers bevatten en dat de potentiaal V op oneindig gelijk aan 0 volt is.

- Maak een duidelijke schets van de situatie.
- Bereken het elektrisch veld \vec{E} in het gebied $r < R_1$ en in het gebied $r > R_3$.
- Bereken het elektrisch veld \vec{E} in het gebied $R_1 < r < R_2$ en in het gebied $R_2 < r < R_3$.
- Laat zien dat de tangentiële componenten van \vec{E} op de geleidende bol met straal $r = R_2$ voldoen aan de randvoorwaarden op de bol.
- Bereken de elektrische potentiaal van de binnenste bol met straal R_1 en de elektrische potentiaal van de buitenste bol met straal R_3 .
- Bereken de capaciteit C tussen de geleidende bollen met straal R_1 en R_2 .

Opgave 3

Gegeven een vierkante vlakke geleidende plaat-condensator met afmeting a en plaatafstand d , met $d \ll a$ (verwaarloos “fringing effects”). Het midden tussen de twee platen is gelegen in het vlak $z = 0$. De plaat in het boven-halfvlak op $z = d/2$ heeft een lading Q en de plaat in het onder-halfvlak op $z = -d/2$ heeft een lading $-Q$. In eerste instantie is de ruimte tussen de platen vacuum.

- Bereken het elektrische veld \vec{E} en het potentiaalverschil V tussen de platen.
- Bereken de capaciteit C tussen de platen en de opgeslagen energie U in de condensator.

De ruimte tussen de platen wordt nu vanaf de onderste plaat gevuld met een medium met relatieve permittiviteit $\epsilon_{r,1} = 10$ en dikte $d/3$. De overige ruimte wordt gevuld met een medium met relatieve permittiviteit $\epsilon_{r,2} = 20$.

- Bereken het elektrische veld \vec{E} in beide media en het potentiaalverschil V tussen de beide platen.

- d.) Bereken de capaciteit C tussen de platen en de opgeslagen energie U in de condensator.

Opgave 4

We beschouwen een dunne uniform geladen ring met straal a en lading Q . De afstand van de deellading dq tot het punt P op de as van de ring is $r = \sqrt{x^2 + a^2}$. We nemen aan dat de potentiaal $V = 0$ op oneindig.

- a.) Toon aan dat de potentiaal ten gevolge van de ringlading in punt P gelijk is aan:

$$V = \frac{kQ}{\sqrt{x^2 + a^2}}.$$

- b.) Bereken het elektrische veld \vec{E} in het punt P .

We beschouwen nu een uniform geladen schijf met oppervlaktelading Q en straal R .

- c.) Toon aan dat de potentiaal ten gevolge van de schijflading in punt P gelijk is aan:

$$V = 2kQ \frac{\sqrt{x^2 + R^2} - |x|}{R^2}.$$

Einde Tentamen