

Tentamen EE1P21

Elektriciteit en Magnetisme

- Dit tentamen bestaat uit 3 bladzijden met 4 opgaven.
- Het totaal te behalen aantal punten bedraagt 90.
- Bij iedere opgave is het aantal voor die opgave te behalen punten vermeld.
- Begin iedere opgave op een nieuw vel en vermeld op ieder vel van uw uitwerkingen zowel naam als studienummer.

Veel succes!

Opgave 1

20
punten

- a.) Bereken het elektrisch veld $\vec{E}_1(x, y, z)$ in het punt $P(x, y, z)$ ten gevolge van een puntlading Q_1 in (x_1, y_1, z_1) .
- b.) Bereken de kracht \vec{F} die het elektrisch veld $\vec{E}_1(x, y, z)$ uitoefent op een lading Q_2 in (x_2, y_2, z_2) .

In het vlak $z = -3\text{m}$ is binnen een dunne vierkant plaat $-2\text{m} \leq x \leq 2\text{m}$, $-2\text{m} \leq y \leq 2\text{m}$ oppervlaktelading met ladingsdichtheid $\rho_s = 2(x^2 + y^2 + 9)^{3/2} \text{nC/m}^2$ aanwezig.

- c.) Bereken de lading dq op het oppervlak $dx dy$ van de plaat.
- d.) Bereken het elektrisch veld $\vec{E}(0, 0, 0)$ in de oorsprong.

Opgave 2

25
punten

Gegeven zijn twee concentrische geleidende dunne holle bollen. Binnen de binnenste bol met straal $r = R_1$ bevindt zich vacuum met permittiviteit ϵ_0 . De binnenste bol is omhuld met een concentrisch medium met straal $r = R_2$ met relatieve permittiviteit $\epsilon_{r,2} = 3$. De ruimte tussen de omhulling en de buitenste bol met straal $r = R_3$, $R_2 < r < R_3$ is gevuld met een medium met relatieve permittiviteit $\epsilon_{r,3} = 4$. Op de buitenkant van de binnenste bol bevindt zich een lading $2Q$ en op de buitenkant van de buitenste bol bevindt zich een negatieve lading $-Q$. De buitenste bol bevindt zich in vacuum. We veronderstellen dat de concentrische media geen vrije ladingdragers bevatten en dat de potentiaal op oneindig gelijk aan 0 volt is.

- a.) Maak een duidelijke schets van de situatie.

- b.) Bereken het elektrisch veld \vec{E} in het gebied $r < R_1$ en in het gebied $r > R_3$.
- c.) Bereken het elektrisch veld \vec{E} in het gebied $R_1 < r < R_2$ en in het gebied $R_2 < r < R_3$.
- d.) Wat gebeurt er met het elektrisch veld \vec{E} op het grensvlak $r = R_2$?
- e.) Bereken de elektrische potentialen van de twee geleidende dunne holle bollen.
- f.) Bereken de capaciteit C tussen de twee geleidende bollen.

Opgave 3

25
punten

Gegeven een zeer lange coaxiale kabel met een geleidende massieve binnengeleider met een straal van $r = r_1 = 5 \cdot 10^{-4} \text{m}$. De geleidende buitenmantel van de kabel heeft een straal $r = r_2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{m}$ en heeft een verwaarloosbare dikte. Het cilindrische medium tussen de geleiders heeft een relatieve permittiviteit $\epsilon_r = 20$. De binnenste geleider heeft een oppervlaktelading q_s met $q_s = 10 \text{nC/m}^2$.

- a.) Bereken de lading per lengte eenheid op de binnengeleider.
- b.) Bereken het elektrisch veld \vec{E} tussen de beide geleiders in het gebied $r_1 < r < r_2$.
- c.) Bereken het potentiaalverschil tussen de binnenste en de buitenste geleider.
- d.) Bereken de capaciteit C per meter van de coaxiale kabel.

Neem nu aan dat het medium tussen de geleiders is gevuld met een resistief materiaal met geleidingsdichtheid σ en stel dat er over de lengte l een stroom I loopt van de binnengeleider naar de buitengeleider.

- e.) Bereken de weerstand van het medium over een lengte l van de coaxiale kabel.

Opgave 4

20
punten

We beschouwen een uniform geladen geleidende dunne schijf met straal R , die is gelegen in het y, z -vlak in $x = 0$. De schijf bevat een uniforme oppervlakte ladingsdichtheid σ . Gegeven is dat de potentiaal tengevolge van de schijf op de x -as gegeven is door

$$V(x) = 2\pi k\sigma(\sqrt{x^2 + R^2} - |x|)$$

- a.) Bereken en schets het elektrisch veld $\vec{E}(x, 0, 0)$ aan de voorkant en de achterkant van de schijf.
- b.) Laat zien dat in het geval $R \rightarrow \infty$ het elektrisch veld \vec{E} voor $x > 0$ ten gevolge van de oneindige schijf wordt gegeven door:

$$\vec{E} = 2\pi k\sigma \hat{x}.$$

- c.) Als gegeven is dat de potentiaal $V(0) = V_0$ volt, geef dan een uitdrukking voor de potentiaal van de schijf waarbij $R \rightarrow \infty$
- d.) Laat zien dat de elektrische veldsterkte \vec{E} en de elektrische fluxdichtheid \vec{D} voldoen aan de noodzakelijke randvoorwaarden op $x = 0$.

Einde Tentamen