

Extra Opgaven over Hoofdstuk 7

- 7.1. Stel V is een discrete stochast met verdeling gegeven door onderstaande tabel. Bereken $E[2V + 1]$.

v	-1	0	1	3
$P(V = v)$	1/4	1/8	1/8	1/2

- 7.2. Laat X een uniforme $U(0, 1)$ variabele zijn. Bereken de verwachting van e^X .

- 7.3. De stochast X is $Geo(\frac{1}{3})$ verdeeld. Bereken de verwachting van X^2 .

- 7.4. Laat $X \sim Ber(p)$. Bereken de verwachting $E[e^X]$ van de stochast e^X .

- 7.5. Stel X heeft de verdelingsfunctie $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{als } x \leq -1 \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}, & \text{als } -1 \leq x \leq 3 \\ 1, & \text{als } 3 \leq x \end{cases}$

Bereken de verwachting en variantie van $-2X + 1$.

- 7.6. Stel een random variable X neemt alleen de waarden 0 en 2 aan, en $P(X = 0) = 0.5$. Dan

a. $\text{Var}(X) = 0$

b. $\text{Var}(X) = 0.5$

c. $\text{Var}(X) = 1$

d. $\text{Var}(X) = \sqrt{2}$

e. $\text{Var}(X) = 2$

f. er is niet genoeg informatie.

- 7.7. Stel X heeft de dichtheid $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{als } x \notin (-1, 1) \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}, & \text{als } -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$

Bereken de verwachting en variantie van $\sqrt{2}X + 4$.

Extra opgaven over Hoofdstuk 8

- 8.1. Zij $a \in (0, 1)$. Definieer de verdelingsfunctie F_a van een stochast X als volgt:

$$F_a(x) = \begin{cases} 0 & \text{voor } x < 0 \\ x^2 & \text{voor } x \in [0, a) \\ 1 & \text{voor } x \geq a. \end{cases}$$

Definieer $Y = X^2$ en bepaal de verdelingsfunctie F_Y van Y .

- 8.2. Stel X is $N(2, \sigma^2)$ verdeeld. Bepaal de verdeling van $Y = 2X - 6$.

- 8.3. Van een normaal verdeelde stochast $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ is gegeven

$$P(X > 8) = 0.0228 \text{ en } P(X \leq 0) = 0.0228.$$

Dan zijn μ en σ^2 gegeven door

a. $\mu = 2$ en $\sigma^2 = 2$

b. $\mu = 4$ en $\sigma^2 = 4$

c. $\mu = 2$ en $\sigma^2 = 4$

d. $\mu = 4$ en $\sigma^2 = 2$

e. $\mu = 0$ en $\sigma^2 = 8$

f. $\mu = 8$ en $\sigma^2 = 2$

- 8.4. Als $U \sim U(0, 1)$, dan heeft de stochast X gedefinieerd door $X = -\ln U$ de volgende verdeling:

a. $\text{Exp}(\frac{1}{2})$

b. $\text{Exp}(1)$

c. $\text{Exp}(-1)$

d. $\text{Exp}(-\frac{1}{2})$

e. $U(-1, 0)$

f. $U(0, 1)$

Extra opgaven over Hoofdstuk 9

9.1. X en Y hebben een gezamenlijke verdeling volgens de volgende tabel:

P ($X = a, Y = b$)		b			
		0	1	2	3
a	-1	0.05	0.15	0.05	0.10
	0	0.10	0.05	0.05	0.05
	1	0.10	0.20	0.05	0.05

a. Bepaal de marginale verdelingen van X en Y .

b. Bereken $P(X = 1 \mid XY = 0)$.

9.2. De stochasten X en Y nemen alleen positieve waarden aan. Ze hebben een gezamenlijke kansdichtheid

$$f_{X,Y}(x, y) = 2e^{-x-2y}, \quad \text{voor } x, y \geq 0,$$

en $f_{X,Y}(x, y) = 0$ voor alle andere waarden van x en y .

a. Bereken voor $x, y \geq 0$ de gezamenlijke verdelingsfunctie $F_{X,Y}(x, y)$

b. Bepaal de marginale dichtheden van X en Y .

c. Bereken de kans $P(X > Y)$.

9.3. Gegeven is de onderstaande gezamenlijke kansverdeling van twee discrete stochastische variabelen X en Y :

b	a			P ($Y = b$)
	0	1	2	
-1	1/6	1/6	1/6	1/2
1	0	1/2	0	1/2
P ($X = a$)	1/6	2/3	1/6	1

Bereken $P(|X - Y| = 1)$.

Antwoorden:

7.1. $\frac{15}{4}$

7.2. 1.718

7.3. 15

7.4. $p(e - 1) + 1$

7.5. -1; $\frac{16}{3}$.

7.6. c.

7.7. $\frac{\sqrt{2}+12}{3}; \frac{4}{9}$.

8.1. Voor $y < 0$ geldt $F_Y(y) = 0$, voor $y > a^2$ geldt $F_Y(y) = 1$.

8.2. $Y \sim N(-2, 4\sigma^2)$.

8.3. b.

8.4. b.

9.1.a $p_X(-1) = 0.35, p_X(0) = 0.25, p_X(1) = 0.40; p_Y(0) = 0.25, p_Y(1) = 0.40, p_Y(2) = 0.15, p_Y(3) = 0.20$.

9.1.b $\frac{1}{4}$.

9.2.a $1 - e^{-x} - e^{-2y} + e^{-x-2y}$

9.2.b $f_X(x) = e^{-x}$, als $x \geq 0$ en $f_X(x) = 0$ anders; $f_Y(y) = 2e^{-2y}$, als $y \geq 0$ en $f_Y(y) = 0$ anders

9.2.c $\frac{2}{3}$

9.3. $\frac{1}{6}$.