

Extra opgaven Hoofdstuk 4

- 4.1. Iemand gooit met een dobbelsteen net zolang totdat hij zes gooit; het aantal worpen noemen we X_1 . Daarna gooit hij weer net zolang totdat hij een zes gooit; dit aantal worpen noemen we X_2 . Het totale aantal worpen noemen we X_3 , dus $X_3 = X_1 + X_2$. Welke van de drie stochasten heeft een geometrische verdeling?
- 4.2. In een hockeytoernooi worden 8 partijen gespeeld. Elke partij heeft 15% kans om in gelijk spel te eindigen, onafhankelijk van de andere uitkomsten. Wat is de kans dat er 6 of meer gelijke spelen zijn?
- 4.3. Van de studenten aan de TU Delft is bekend dat inmiddels 83% een tablet heeft. In een auto zitten 5 studenten van de TU. Hoe groot is de kans dat meer dan de helft van deze studenten een tablet heeft?
- 4.4. Stel je gooit met een dobbelsteen totdat je voor de vierde keer 6 hebt gegooit. Bereken de kans dat dit je in 10 keer lukt.
- 4.5. Uit een studie blijkt dat 57% van de studenten social engineering werk zal vinden dat in het verlengde ligt van hun afstudeerrichting. Dan is de kans, dat onder 8 willekeurig gekozen studenten social engineering er *tenminste* 1 student werk zal vinden dat in het verlengde ligt van zijn of haar afstudeerrichting, gelijk aan
- a. 0.011 b. 0.125 c. 0.570 d. 0.911 e. 0.989 f. 0.999

Extra opgaven Hoofdstuk 5

- 5.1. Laat X een continue stochast zijn die zijn waarden tussen 0 en 2 aanneemt. Verder is gegeven dat de kansdichtheid (Engels: probability density function) f van X gegeven wordt door:

$$f(x) = \frac{x + x^3}{6}, \quad \text{whenever } 0 \leq x \leq 2,$$

en $f(x) = 0$ voor alle andere waarden van x . Dan is $P(X \leq 1)$ gelijk aan:

- a. $\frac{1}{16}$ b. $\frac{1}{8}$ c. $\frac{1}{4}$ d. $\frac{1}{3}$ e. $\frac{3}{4}$ f. $\frac{7}{8}$
- 5.2. Laat X een exponentieel verdeelde stochastische variabele zijn met verwachting gelijk aan $1/2$. Bereken $P(X > 5 \mid X < 6)$.
- a. $\frac{1-e^{-10}}{1-e^{-12}}$ b. $e^{-10} - e^{-12}$ c. $\frac{e^{-10}-e^{-12}}{1-e^{-12}}$
d. $1 - \frac{e^{-10}-e^{-12}}{1-e^{-12}}$ e. $2(e^{-10} - e^{-12})$ f. $2\frac{e^{-5}-e^{-6}}{1-e^{-6}}$
- 5.3. Stel Y is een stochast met dichtheid gegeven door $f_Y(y) = \frac{1}{y}$, voor $1 \leq y \leq e$, en $f_Y(y) = 0$, voor y buiten het interval $(1, e)$.

- a. Laat zien dat f_Y een dichtheid is.
b. Bepaal de verdelingsfunctie van Y .
c. Bereken $P(\sqrt{e} \leq Y \leq e)$.

- 5.4. Stel T is een stochast met verdelingsfunctie gegeven door

$$F_T(t) = \frac{1}{64}t\sqrt{t}, \quad \text{voor } 0 \leq t \leq 16,$$

en $F_T(t) = 0$, voor $t \leq 0$ en $F_T(t) = 1$, voor $t \geq 16$

- a. Bereken $P(4 \leq t \leq 16)$
b. Bepaal de dichtheid f_T van T .

Antwoorden:

4.1. X_1 en X_2 .

4.2. $2.4 \cdot 10^{-4}$.

4.3. 0.9625

4.4. $\binom{9}{3} \left(\frac{5}{6}\right)^6 \left(\frac{1}{6}\right)^4$

4.5. f.

5.1. b.

5.2. c.

5.3.b $F_Y(y) = 0$, voor $y < 1$; $F_Y(y) = \ln y$, voor $1 \leq y \leq e$; $F_Y(y) = 1$, voor $y > e$.

5.3.c $\frac{1}{2}$.

5.4.a $\frac{7}{8}$

5.4.b $f_T(t) = \frac{3}{128}$ voor $0 \leq t \leq 16$ en $f_T(t) = 0$ elders.