Tentamen Kansrekening en Statistiek wi1120EE
30 juni 2014, 9.00 - 12.00

Bij dit tentamen is het gebruik van een (evt. grafische) rekenmachine toegestaan. Ook toegestaan is een formuleblad, dat wordt uitgedeeld.

Meerkeuze vragen

1. We beschouwen twee onafhankelijke gebeurtenissen A en B. Gegeven is dat $\mathrm{P}(A) = \frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(B) = \frac{1}{4}$. Dan is $\mathrm{P}(A^c \cap B^c)$ gelijk aan:

a. $\frac{7}{12}$ **b.** $\frac{1}{2}$ **c.** $\frac{5}{12}$ **d.** $\frac{1}{3}$ **e.** $\frac{1}{4}$ **f.** $\frac{1}{12}$

2. Een patient wordt gediagnostiseerd met een zeldzame ziekte. De kans op het krijgen van die ziekte is 1%. De test die de diagnose stelt voldoet aan de volgende eigenschappen:

- De kans dat de test de ziekte detecteert bij een zieke patient is $0,98$.
- De kans dat de test aangeeft dat de ziekte niet aanwezig is bij een gezond persoon is $0,95$.

Gegeven dat jij positief test, hoe groot is dan de kans dat je de ziekte ook daadwerkelijk hebt?

a. 0.165 **b.** 0.198 **c.** 0.802 **d.** 0.835 **e.** 0.98 **f.** 0.324

3. Dit tentamen bestaat uit twaalf zeskeuze vragen en vier open vragen. De normering is als volgt:
0.5 punt voor elke meerkeuzevraag en 0.75 voor elke open vraag.
Stel je weet op zes meerkeuzevragen het antwoord zeker en van de open vragen heb je er 3 goed en eentje helemaal fout. Wat is je verwachte eindcijfer als je de rest van de meerkeuzevragen gokt?

a. 6.50 **b.** 6.35 **c.** 5.50 **d.** 6.25 **e.** 5.75 **f.** 6.00

4. Stel V is een discrete stochast met verdeling gegeven door onderstaande tabel. Bereken $\mathrm{E}[2V + 1]$.

v	-1	0	1	3
$\mathrm{P}(V = v)$	$1/4$	$1/8$	$1/8$	$1/2$

a. $\frac{11}{8}$ **b.** $-\frac{1}{8}$ **c.** $\frac{1}{8}$ **d.** $\frac{1}{4}$ **e.** $\frac{15}{4}$ **f.** $\frac{19}{8}$

5. Stel X is exponentieel verdeeld met parameter 2, en Y is, onafhankelijk van X, exponentieel verdeeld met parameter 3. Bereken $\mathrm{Var}(X + Y)$.

a. $\frac{1}{4}$ **b.** $\frac{1}{9}$ **c.** $\frac{13}{36}$ **d.** $\frac{11}{36}$ **e.** 13 **f.** 5

6. Een bedrijf dat elektrische apparaten fabriceert bouwt in veel apparaten een elektronisch circuit in dat onder meer drie transistoren bevat. Deze transistoren worden in zeer grote partijen toegeleverd, waarbij uit ervaring is gebleken dat 5% van deze transistoren defect is. Eén defecte transistor in een apparaat volstaat om het niet te laten werken. Alleen als alle drie de transistoren goed zijn, werkt het apparaat zoals het hoort. Definieer de stochast X als het aantal defecte transistoren in een apparaat. Dan is $\mathrm{P}(X = 2)$ gelijk aan

a. 0.0071 **b.** 0.95 **c.** 0.0024 **d.** 0.0475 **e.** 0.05 **f.** 0.054

7. Stel $X \sim N(1, 81)$. Dan is de bovengrens gegeven door de ongelijkheid van Chebyshev voor $P(|X-1| \geq 9)$ gelijk aan

a. 0.012 **b.** 0 **c.** 0.75 **d.** 0.25 **e.** 0.5 **f.** 1

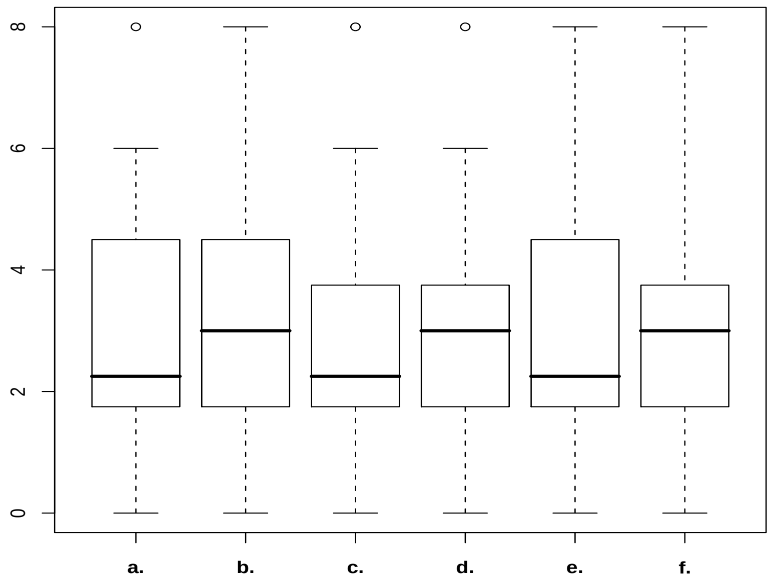
8. Stel $X \sim N(1, 81)$. Bereken $P(X < 3)$.

a. 0.0127 **b.** 0.4129 **c.** 0.4335 **d.** 0.5871 **e.** 0.0571 **f.** 0.2912

9. Gegeven is de dataset

0.00 1.5 1.75 1.75 2.00 2.25 3.25 4.5 4.5 6.00 8.00

Welke van de zes onderstaande boxplots hoort bij deze dataset?



10. Een machine in een bierbrouwerij vult flesjes met een hoeveelheid bier B die normaal verdeeld is met $\mu = 300$ (ml) en $\sigma^2 = 25$ (ml^2). De kans dat een krat van 24 flesjes in totaal minder dan 7150 ml bier bevat, is gelijk aan:

a. 0.0207 **b.** 0.0485 **c.** 0.0668 **d.** 0.113 **e.** 0.123 **f.** 0.0059

11. Stel $X \sim U(-2, 3)$. Dan is het 25e kwantiel $q_{0.25}$ gelijk aan

a. 0.25 **b.** -0.25 **c.** -0.75 **d.** 0.75 **e.** -1.25 **f.** 1.25

12. Een machine behoort ijzeren kogeltjes te maken met een doorsnede van 3.00 mm. We modelleren de diameter van de kogeltjes als een $N(\mu, \sigma^2)$ verdeling. Ter controle worden de diameters van $n = 25$ kogeltjes precies opgemeten. We vinden een gemiddelde $\bar{x}_n = 2.96$ mm en een steekproef standaarddeviatie van $s_n = 0.10$ mm. Als nul-hypothese nemen we $H_0 : \mu = 3$, en als alternatief $H_1 : \mu \neq 3$. Verder kiezen we een significantieniveau van 5%. Welke van de volgende zes conclusies is de juiste?

a. $0.025 < p < 0.05$, verwerp H_0.
b. $0.025 < p < 0.05$, verwerp H_0 niet.
c. $0.05 < p < 0.10$, verwerp H_0.
d. $0.05 < p < 0.10$, verwerp H_0 niet.
e. $p > 0.10$, verwerp H_0.
f. $p > 0.10$, verwerp H_0 niet.

Open vragen

Toelichting: Een antwoord alleen is *niet* voldoende: er dient een berekening, toelichting en/of motivatie aanwezig te zijn. Dit alles goed leesbaar en in goed Nederlands.

---

1. Zij X een stochastische variabele met verdelingsfunctie F_X gegeven door

- $F_X(x) = 0$, voor $x \leq 1$
- $F_X(x) = \frac{1}{4}(x-1)^2$, voor $1 \leq x \leq 3$,
- $F_X(x) = 1$, voor $x > 3$.

a. Construeer met behulp van een uniform verdeelde stochast U een variabele X, die F als verdelingsfunctie heeft.

b. Stel X heeft verdelingsfunctie F. Bereken $\mathrm{E}\left[X^2\right]$.

2. Bekijk de data punten

$$(1,0),\ (2,1),\ (2,2),\ (4,3).$$

Ligt het punt $(0, -\frac{12}{19})$ op de geschatte regressielijn door de data?

3. Men trekt een getal X uit een $Exp(\lambda)$ verdeling. Men toetst $H_0 : \lambda = 2$ tegen $H_1 : \lambda \neq 2$ en verwerpt H_0 ten gunste van H_1 als $X \leq 0.025$ of als $X \geq 1.5$.

a. Bereken de kans op een type I fout.

b. Als $\lambda = 1$, bereken de kans op een type II fout.

4. Bij een groep van 20 proefpersonen wordt de reactietijd in seconden op een bepaalde taak vastgesteld, zowel onmiddelijk vóór als een half uur na de consumptie van één liter bier.
Per persoon wordt het verschil D in reactietijd voor en na het drinken bepaald. Het vermoeden is dat de alcoholconsumptie de reactietijd doet toenemen, met andere

woorden, men vermoedt dat D positief is.
De uitkomsten van de 20 proefpersonen geven een gemiddeld verschil $\bar{D}_{20}$ van 1.23 sec met variantie $S_{20}^2 = 0.7056$.
Toets het vermoeden op significantieniveau $\alpha = 0.01$, dat wil zeggen:
Formuleer de relevante hypotheses, geef de toetsingsgrootheid en een gefundeerde conclusie van de toets.

Einde