

Technische Universiteit Delft Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica Mekelweg 4, Delft

Tentamen (deel 2) EE2M21, 13.30-15.30, Woensdag 27 januari 2016

Naam: Studienummer:

Opmerking: Voor de korte antwoord vragen volstaat het antwoord.Bij de open vragen is duidelijke uitleg vereist. Het gebruik van de rekenmachine is niet toegestaan. Een onbeschreven formuleblad wel.

Korte antwoord vragen

(2)	1. Beschouw de vectoren $\begin{vmatrix} 1-i\\i \end{vmatrix}$ en	$\operatorname{m} \left[\begin{array}{c} z \\ 2 \end{array} \right] \text{ in } \mathbb{C}^2.$	
	(a) Deze vectoren zijn lineair afha	nkelijk in \mathbb{C}^2 als $z = \dots$	z =
	(b) Deze vectoren zijn orthogonaa	$l als z = \dots$	z =
(3)	2. Beschouw de vectorruimte $M_{4\times 4}(\mathbb{R})$ alle symmetrische 4×4 matrices. (a) $\dim(M_{4\times 4}(\mathbb{R})) = \square$		rices en de deelruimte W van
(2)	 3. Beschouw de vectorruimte C([0, 2π de stelsels S₁ = {sin²(x), cos²(x), cos²(x), cos²(x), cos²(x), cos²(x). (a) Bepaal dim(Span(S₁)). 		$(x), \cos(x), \cos(3x)$. $\dim(\operatorname{Span}(S_1)) =$
	(b) Bepaal $\dim(\operatorname{Span}(S_2))$.		$\dim(\operatorname{Span}(S_2)) = $
(2)	4. (a) Geef de orthogonale familie fu de Fourrierreeks op het interv		ikt wordt bij het bepalen van
(2)	(b) De bijbehorende formules van		riereeks op $[-1,1]$ van f zijn:

(3)	5. Beschouw de matrix $A =$	$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$	<u>.</u>].]	Het stelsel	X' =	AX	heeft a	als basisoploss	singen
	$X_1(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{3t}$ en $X_2(t) =$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\left[\begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array}\right]e^t$.						

Bepaal de matrix e^{At} .

6. Beschouw het lineaire stelsel:

$$\begin{cases} x'_1 = 3x_1 - 2x_2 \\ x'_2 = 2x_1 + 3x_2 \end{cases}$$

Bepaal de stabiliteit en het type van het evenwichtspunt.

Stabiliteit:

(2)

- 7. Laat f de functie op [0,1] zijn met $f(x) = 1 x + x^2$. Laat g de even uitbreiding zijn van f tot het interval [-1,1]. Dan:
 - (a) Een formule van g(x) met $x \in [-1, 0]$ luidt:
 - (b) De cosinusreeks van f op [0,1] is gelijk aan de Fourrierreeks van g op [-1,1] (juist/onjuist).

- 8. Stel dat X_1, X_2 particuliere oplossingen zijn van het (niet-homogene) lineaire stelsel X' = AX + G en dat X_3 een particuliere oplossing is van het (niet-homogene) lineaire stelsel X' = AX + H (dus de twee stelsels hebben dezelfde matrix A). Dan geldt:
 - (a) $X_1 + X_3$ is een particuliere oplossing van het stelsel X' = AX + G + H. (juist/onjuist)

(b) $X_1 - X_2 + X_3$	is een part	iculiere o	plossing	van	het
stelsel $X' = AX +$	-H. (juist/	onjuist)			

Open vragen

Tentamen (deel 2) EE2M21, 13.30-15.30, Woensdag 27 januari 2016 Naam: Studienummer:

(b) Bepa	aal een basis van V .			
(c) Bep	aal de dimensie van I	7.		

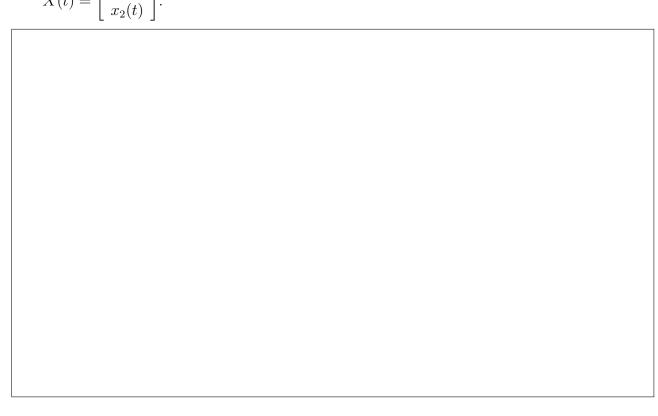
(a)	Bepaal een orthogonale basis voor de deelruimte $Pol_1([0,2],\mathbb{R})$.
(1.)	Decorated by $\mathcal{L}_{\mathcal{L}}}}}}}}}}$
(b)	Bepaal de beste lineaire benadering van de functie $f(x) = 3x^2$ op het interval [0]

11. (a) Gegeven is de $n \times n$ matrix A met eigenvector $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$ bij de eigenwaarde $\lambda \in \mathbb{R}$. (Dus $A\mathbf{v} = \lambda v$). We weten dat $X_1(t) = \mathbf{v}e^{\lambda t}$ een oplossing is van het lineaire stelsel X' = AX.

Toon aan: $X_2(t) = \mathbf{v}te^{\lambda t} + \mathbf{b}e^{\lambda t}$ is ook een oplossing van dit lineaire stelsel als en slechts als $(A - \lambda I)\mathbf{b} = \mathbf{v}$.



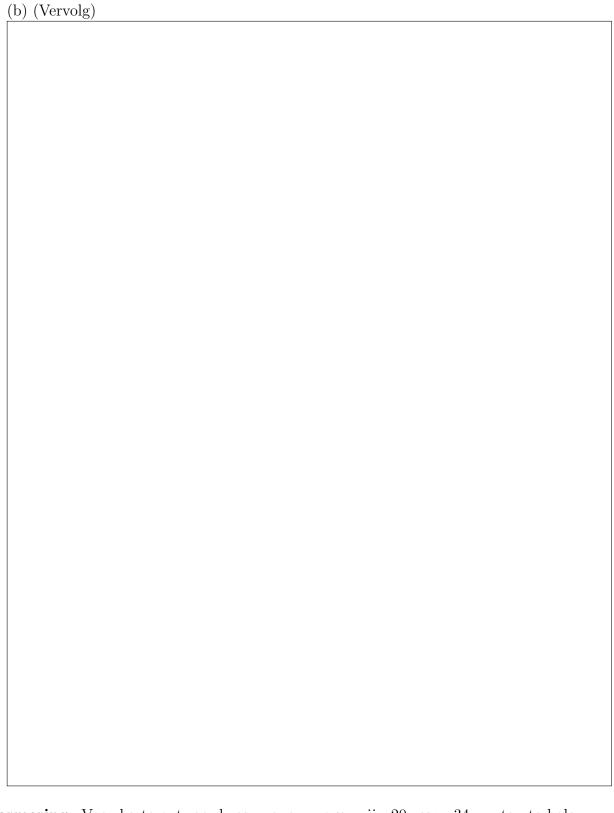
(4) (b) Bepaal de algemene reële oplossing van het stelsel X'=AX met $A=\begin{bmatrix}0&1\\-1&2\end{bmatrix}$ en $X(t)=\begin{bmatrix}x_1(t)\\x_2(t)\end{bmatrix}$.



(a)	$\frac{dx}{dt} = (2-y)(2x-y) \text{ en } \frac{dy}{dt} = (2+x)(x-2y).$ Bepaal de vier evenwichtsoplossingen.
(b)	Bepaal bij ieder evenwichtspunt: de linearisering van het stelsel in het evenwichtsp en klassificeer het evenwichtspunt van de linearisering naar type en stabiliteit.
	en klassingeer het evenwichtspunt van de iniearisering haar type en stabiliteit.
(c)	Classificeer nu de evenwichtspunten van het oorspronkelijke stelsel naar type en sbiliteit, voor zover dit mogelijk is.

 ${\bf 12.}\ \ {\bf Beschouw}\ \ {\bf het}\ \ {\bf niet}\ \ {\bf lineaire}\ \ {\bf autonome}\ \ {\bf stelel}\ \ {\bf differentiaalvergelijkingen};$

h)	(BONUSVRAAG) Beschouw de warmtevergelijking met gegeven rand- en beginvo
.~)	waarden
	$\begin{cases} u_{x,x} = 4u_t & 0 < x < 2, & t > 0 & (1) \\ u(0,t) = 0 \text{ en } u(2,t) = 0, & t > 0 & (2) \\ u(x,0) = x, & 0 < x < 2 & (3) \end{cases}$
	$\begin{cases} u(x,0) = x, & 0 < x < 2 \end{cases} $ (3)
	Bepaal de oplossing.
	(Hint: maak gebruik van opgave 13a)
	(b)



Normering: Voor korte antwoord resp. open vragen zijn 20 resp. 34 punten te halen. Als voor deze delen K resp. O punten gehaald zijn, dan:

Tentamencijfer =
$$\frac{6 + K + O}{6}$$

Met de bonusvraag kunt u uw cijfer maximaal één punt ophogen.