Technische Universiteit Delft
Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica
Mekelweg 4, Delft

Tentamen (deel 1) EE2M21, 13.30-15.30, Woensdag 9 december 2015
Naam: Studienummer:

Opmerking: Voor de korte antwoord vragen volstaat het antwoord.Bij de open vragen is duidelijke uitleg vereist. Het gebruik van de rekenmachine is niet toegestaan.

Korte antwoord vragen

(2) **1.** A en B zijn 3×3 matrices met $\det(A) = 1$ en $\det(B) = 5$. Bepaal $\det(2AB)$.

(2) **2.** A is een 2×2 matrix met eigenvector $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ bij eigenwaarde $\lambda_1 = 1/2$ en eigenvector $\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ bij eigenwaarde $\lambda_2 = 1$. Beschouw de rij $\{\mathbf{x}_n\}_{n\geq 0}$ met $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$ en $\mathbf{x}_n = A\mathbf{x}_{n-1}$. Bepaal een expliciete formule voor $\mathbf{x}_n$ en bepaal $\lim_{n\to\infty} \mathbf{x}_n$.

(2) **3.** Geef de definitie van een orthogonale matrix.

(2) **4.** A is een symmetrische 2×2 matrix met eigenwaarden $\lambda = 2, 4$ en basis E_2: $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$. Geef een diagonalisering van de matrix A.

(2) **5.** Bepaal de algemene oplossing van de differen–tiaalvergelijking $t^2y' = ty + t^3e^t$ op het interval $(0, \infty)$.

(2) **6.** Bepaal de oplossing van de Eulervergelijking $t^2y'' + 5ty' + 3y = 0$ met $t > 0$. (Hint: probeer $y(t) = t^r$.)

(2) **7.** Gegeven is het beginwaardeprobleem: $ty'' + p(t)y' + q(t)y = t^2$ met $y(-1) = 2$, $y'(-1) = 0$. De functie $p(t)$ is continu op het open interval $(-4, 2)$ en de functie $q(t)$ is continu op het interval $(-2, 3)$. Geef een zo groot mogelijk open interval I waarop de oplossing $y(t)$ van dit beginwaardeprobleem zeker zal bestaan.

(2) **8.** Beschouw het homogene lineaire stelsel $X' = AX$ met $X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$ en $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$. Bepaal de algemene oplossing van dit stelsel.

Open vragen

(3) **1.** Laat Q een orthogonale $n \times n$ matrix zijn. Toon aan: $\det(Q) = \pm 1$.

(5) **2.** Bepaal de orthogonale projectie van de vector $\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 7 \end{bmatrix}$ op het vlak $x - 2y + 3z = 0$.

Tentamen (deel 1) EE2M21, 13.30-15.30, Woensdag 9 december 2015
Naam: Studienummer:

3. Beschouw de reële matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$.

(3) (a) Bepaal de QR-ontbinding van A.

(4) (b) Bepaal de reële oplossing van het lineaire stelsel $X' = AX$ met $X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$.

4. Beschouw de autonome differentiaalvergelijking $\dfrac{dy}{dt} = -\dfrac{1}{2}(y-2)^3$.

(2) (a) Bepaal het/de evenwichtspunt(en) en bepaal van deze het type.

(4) (b) Bepaal een oplossing $y_1(t)$ met $y_1(2) = 3$.
Heeft deze oplosing een verticale asymptoot?

(2) (c) Bepaal een oplossing $y_2(t)$ met $y_2(2) = 2$.

Tentamen (deel 1) EE2M21, 13.30-15.30, Woensdag 9 december 2015
Naam: Studienummer:

(6) **5.** Van de homogene lineaire differentiaalvergelijking $t^2y''-t(t+2)y'+(t+2)y=0$ $(t>0)$ zien we één oplossing $y_1(t)=t$. Bepaal via reductie van orde de algemene oplossing $y(t)$ op het interval $(0,\infty)$.

Normering: Voor korte antwoord resp. open vragen zijn 16 resp. 29 punten te halen. Als voor deze delen K resp. O punten gehaald zijn, dan:

$$\text{Tentamencijfer} = \frac{5+K+O}{5}$$