Technische Universiteit Delft
Faculteit Elektrotechniek, W&I
Sectie Elektronica (18e)
Dr.ir. W.A. Serdijn

Uitwerkingen Tentamen Elektronische Signaalbewerking (ET2405-D2)

Woensdag 2 november 2011, 14:00 – 17:00 uur

Deze toets bestaat uit open (ontwerp-) vragen en gesloten vragen in multiple-choice (MC) vorm. Neem alle antwoorden over op aparte schrijfvellen die zijn voorzien van je naam en studienummer. Geef per multiple-choice opgave niet meer dan één antwoord aan. Gebeurt dit toch, dan wordt de opgave als fout beantwoord gerekend.

Het is toegestaan tijdens deze toets gebruik te maken van:

- een handgeschreven A4-tje met een samenvatting van de bestudeerde stof
- een rekenmachine
- de docent, om de vraag in andere bewoordingen uit te laten leggen, indien het lezen en daardoor begrijpen van de vraag als moeilijk wordt ervaren (bijv. als gevolg van dyslexie)

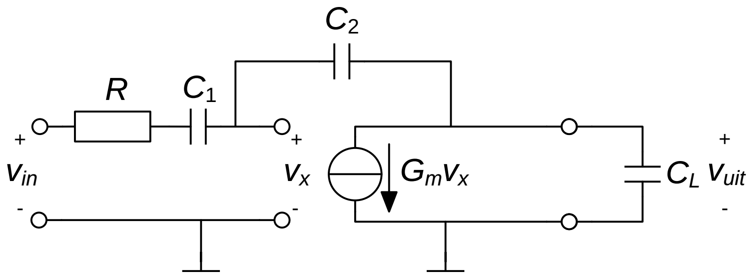
Stel je vragen bij voorkeur voor 15:45 uur.

Zet je mobiele telefoon uit!

Succes!

Prefix reminder: a = atto = 10^{-18}, f = femto = 10^{-15}, p = pico = 10^{-12}, n = nano = 10^{-9}, μ = micro = 10^{-6}, m = milli = 10^{-3}, k = kilo = 10^{3}, M = mega = 10^{6}, G = giga = 10^{9}

Gegeven het onderstaande filter, ontworpen om hartsignalen te versterken en filteren.



1) Wat voor **type** is dit filter?

   A analoog actief tijdcontinu
   B analoog actief tijddiscreet
   C analoog passief tijdcontinu
   D digitaal asynchroon
   E digitaal synchroon

2) Bereken de **overdrachtsfunctie** $H(s) = V_{uit}(s)/V_{in}(s)$ als functie van R, G_m, C_L, C_1 en C_2.

Hiervoor kunnen we diverse methoden gebruiken:
- De substitutiemethode (gebruikmakend van de Wetten van Kirchhoff en de Wet van Ohm);
- De knooppuntsmethode;
- De maasmethode;
- Norton en Thevenin
- Het asymptotische versterkingsmodel

We gebruiken de knooppuntsmethode. Er zijn 3 knooppunten (incl. aarde) en dus stellen we twee vergelijkingen op, vullen de bekende variabelen in en lossen het stelsel op. Dit leidt tot:

$$\frac{V_x - V_{in}}{Z_1} + \frac{V_x - V_{uit}}{Z_2} = 0$$

$$\frac{V_{uit} - V_x}{Z_2} + \frac{V_{uit}}{Z_3} + G_m V_x = 0$$

$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{sC_1}; Z_2 = \frac{1}{sC_2}; Z_3 = \frac{1}{sC_3}$$

$$V_x = \frac{V_{uit} Z_1 + V_{in} Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$\frac{V_{uit}}{Z_2} - \frac{V_{in}}{Z_1 + Z_2} - \frac{V_{uit} Z_1}{Z_2(Z_1 + Z_2)} + \frac{V_{uit}}{Z_3} + G_m\left(\frac{V_{uit} Z_1 + V_{in} Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)$$

$$V_{uit}\left(\frac{1}{Z_2} - \frac{Z_1}{Z_2(Z_1 + Z_2)} + \frac{V_{uit}}{Z_3} + \frac{G_m Z_1}{Z_1 + Z_2}\right) = V_{in}\left(\frac{1}{Z_1 + Z_2} - \frac{G_m Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)$$

$$\frac{V_{uit}}{V_{in}} = \frac{1 - G_m Z_2}{1 + \dfrac{Z_1 + Z_2}{Z_3} + G_m Z_1}$$

$$= -\frac{C_1}{C_2} \cdot \frac{-sC_2 + G_m}{s^2 R_1 C_1 C_L + s(G_m R_1 C_1 + C_1 + C_L + C_1 C_L / C_2) + G_m}$$

3) Wat voor **overdracht** heeft dit filter: all-pass, laag-, hoog-, band-doorlaat of band-sper?

A all-pass
B banddoorlaat (Eng: band-pass)
C bandsper (Eng: band-reject)
D hoogdoorlaat (Eng: high-pass)
E laagdoorlaat (Eng: low-pass)

4) Indien G_m naar oneindig gaat ($G_m \rightarrow \infty$), bereken de **maximale spanningsversterking** (dus in de doorlaatband) als functie van R, C_L, C_1 en C_2.

$$\lim_{G_m \rightarrow \infty}\left(-\frac{C_1}{C_2} \cdot \frac{-sC_2 + G_m}{s^2 R_1 C_1 C_L + s(G_m R_1 C_1 + C_1 + C_L + C_1 C_L / C_2) + G_m}\right) =$$

$$-\frac{C_1}{C_2} \cdot \frac{1}{1 + sR_1 C_1}$$

$$\Rightarrow -\frac{C_1}{C_2}$$

5) Indien G_m naar oneindig gaat ($G_m \to \infty$), bereken het **(-3 dB) kantelpunt** f_k van de spanningsversterking als functie van R, C_L, C_1 en C_2.

De overdracht bevat één enkele pool. Er volgt:

$$\left|\frac{1}{1+j\omega_k R_1 C_1}\right| = 0,707$$

$$\omega_k R_1 C_1 = 1$$

$$f_k = \frac{\omega_k}{2\pi} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$$

6) Veronderstel dat de waarden van de resistantie (R) en capaciteiten (C_L, C_1 en C_2) een maximale afwijking van 20% hebben. Bereken de worst-case **afwijking** van f_k, Δf_k, in %. NB. Nog steeds geldt: $G_m \to \infty$.

$$f_k = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$$

$$f_{k,+\Delta} = \frac{1}{2\pi 1.2 R_1 1.2 C_1} = \frac{f_k}{1.44} = 0.69 f_k \Rightarrow 31\%$$

$$f_{k,-\Delta} = \frac{1}{2\pi 0.8 R_1 0.8 C_1} = \frac{f_k}{0.64} = 1.56 f_k \Rightarrow 56\%$$

De worst-case afwijking is dus 56%.

7) Nu geldt niet langer dat $G_m \to \infty$. Veronderstel $s = j\omega$. Schets de **absolute waarde van de overdracht** (de amplitudekarakteristiek) van ingang naar uitgang, $|H(j\omega)|$, als functie van de frequentie.

Twee assen: hoekfrequentie en absolute waarde van de overdracht
Grafiek: begint horizontaal (vanaf 0 rad/s) op hoogte C_1/C_2. Bij kantelpunt f_k begint de grafiek te dalen met 20dB per decade, vervolgens met 40dB per decade (t.g.v. 2^e pool) en tenslotte weer met 20dB per decade (ten gevolge van nulpunt).

8) Wat is de **orde** van het filter?

2, want de overdracht heeft een 2^e-graads noemer.

9) Leidt een **toestandsbeschrijving** (Eng: state space description) af van het filter.

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{a_1 s + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0} = \frac{Y_0(s)}{U(s)} + \frac{a_1}{a_0} s \frac{Y_0(s)}{U(s)}$$

$$\frac{Y_0(s)}{U(s)} = \frac{a_0}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$$

$$b_2 y_0''(t) + b_1 y_0'(t) + b_0 y_0(t) = a_0 u(t)$$

$$y_0(t) = x_1(t)$$

$$y_0'(t) = x_1'(t) = x_2(t)$$

$$y_0''(t) = x_1''(t) = x_2'(t)$$

$$y(t) = y_0(t) + \frac{a_1}{a_0} y_0'(t) = x_1(t) + \frac{a_1}{a_0} x_2(t)$$

$$b_2 x_2'(t) + b_1 x_2(t) + b_0 x_1(t) = a_0 u(t)$$

$$x_2'(t) = -\frac{b_1}{b_2} x_2(t) - \frac{b_0}{b_2} x_1(t) + \frac{a_0}{b_2} u(t)$$

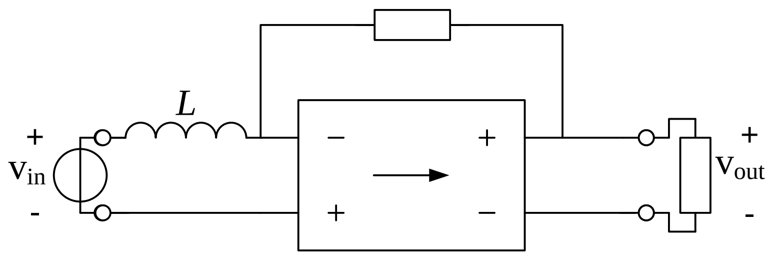
$$\begin{pmatrix} x_1'(t) \\ x_2'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{b_0}{b_2} & -\frac{b_1}{b_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{a_0}{b_2} \end{pmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{a_1}{a_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix} u(t)$$

10) Gebruik het antwoord van de vorige vraag om een **blokschema**, bestaande uit takken (met coëfficiënten) en integratoren op te stellen.

Zie het boek voor het opstellen van een blokschema aan de hand van een state-space beschrijving

11) **Ontwerp de integrator**, gebruik makend van een nullor en een geschikt gekozen tegenkoppelnetwerk, bestaande uit een resistantie *R* en een inductantie *L*. Geef duidelijk de ingangs- en uitgangs-klemmen, de bron en belasting en hun polariteit aan. NB. De bron is een ideale spanningsbron.



12) Wat is de **overdrachtsfunctie** $H_i(s)$ van de door jou ontworpen integrator? NB. Let op het teken en de eenheid.

$$H_i(s) = -\frac{R}{sL}$$

13) Wat is de **frequentie** $\boldsymbol{f_k}$, uitgedrukt in *R* en *L*, waarbij de absolute waarde van de overdracht van de integrator, $|H_i(s)|$, gelijk is aan 1?

$$|H_i(j\omega_k)| = \left|-\frac{R}{j\omega_k L}\right| = \frac{R}{\omega_k L} = 1$$

$$\Rightarrow \omega_k = \frac{R}{L} = 2\pi f_k$$

$$\Rightarrow f_k = \frac{R}{2\pi L}$$

We veronderstellen de nullor ruisvrij.

14) In de integrator-schakeling komt slechts één **ruisbron** voor. Welke?

R (thermische ruis)

15) Teken opnieuw het schema van de door jou ontworpen integrator en voeg de **ruisspanningsbron** $\boldsymbol{u_n}$ **of de ruisstroombron** $\boldsymbol{i_n}$ hieraan toe.

Teken een ruisspanningsbron u_n *in serie met de resistantie of een ruisstroombron* i_n *parallel aan de resistantie.*

16) Transformeer de door jou gekozen ruisbron naar de ***ingang*** van de integrator (dus in serie met de bron) en geef een uitdrukking voor het **vermogensdichtheids-spectrum** $S_{u,n,eq}$ van de equivalente **ingangsruisspanning** als functie van R, L en de frequentie.

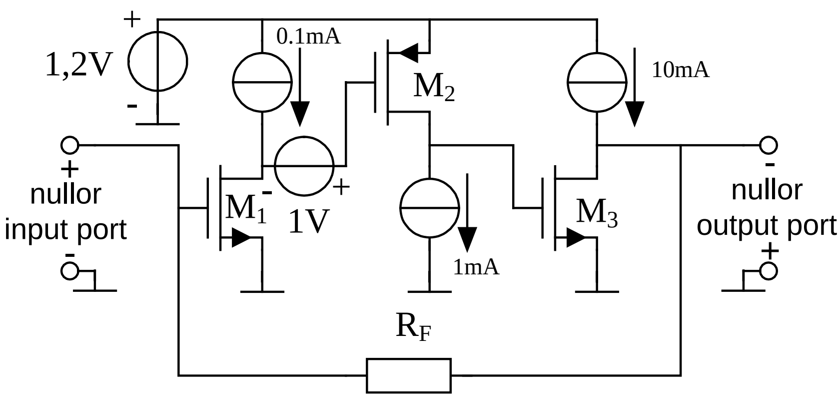
$$S_{u,n,eq} = S_{u,n} \cdot \frac{\omega^2 L^2}{R^2} = S_{u,n} \cdot \frac{4\pi^2 f^2 L^2}{R^2} = \frac{16kT\pi^2 f^2 L^2}{R}$$

17) Bereken vervolgens het **ruisvermogen** $P_{u,n,eq}$ van de equivalente **ingangsruisspanning** als functie van R en L, over de bandbreedte van 0 tot f_k.

$$P_{u,n,eq} = \int_0^{f_k} S_{u,n,eq} df = \int_0^{R/2\pi L} \frac{16kT\pi^2 f^2 L^2}{R} df = \frac{16kT\pi^2 L^2}{R} \int_0^{R/2\pi L} f^2 df$$

$$= \frac{16kT\pi^2 L^2}{R} \frac{1}{3} f^3 \Big|_0^{R/2\pi L} = \frac{16kT\pi^2 L^2}{R} \frac{1}{3} (R/2\pi L)^3 = \frac{2kTR^2}{3\pi L}$$

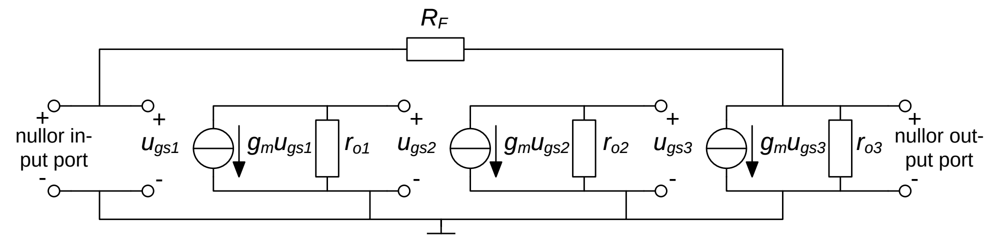
De nullor wordt ingevuld met een aantal transistoren en een aantal instel- (biasing) bronnen, hetgeen leidt tot het onderstaande schema.



18) Welke transistor (M_1, M_2 of M_3) zal de meeste invloed op de totale **ruis** van de nullor hebben en waarom?

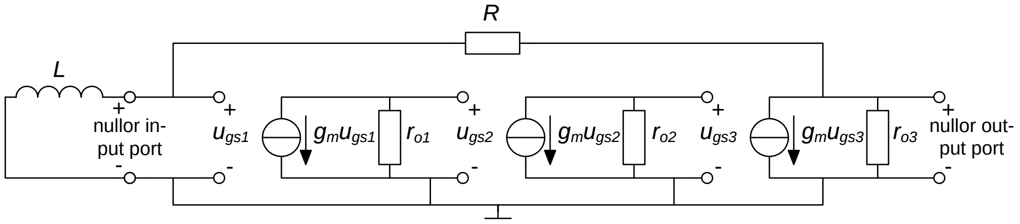
M_1, want bij deze transistor is het signaal het zwakst en de ruisbijdrage dus relatief het grootst.

19) Leidt een **klein-signaal schema** af van bovenstaande drie-transistor nullor-schakeling, geldig voor lage frequenties.
NB. Alleen r_o en de gestuurde bron $g_m u_{gs}$ van de transistoren dienen in beschouwing genomen te worden, dus niet de parasitaire capaciteiten en resistanties. Geef het bijbehorende kleinsignaalschema ervan uitgaande dat het geheel zich correct instelt.



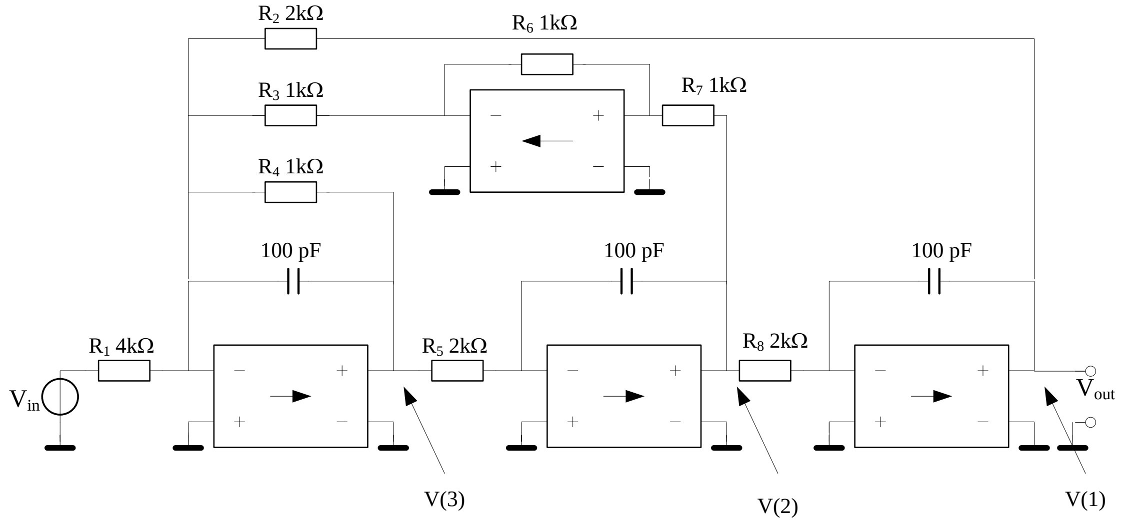
20) Leidt een analytische uitdrukking af voor de **lusversterking** L van de integrator, gebruikmakend van het hierboven afgeleide kleinsignaalschema en het door jou bij Opgave 11 ontworpen tegenkoppelnetwerk.
NB.

- R_F dient alleen voor de instelling (biasing), heeft een grote waarde en mag bij deze berekening verwaarloosd worden.
- Vergeet niet de signaal-bron aan de ingang (ideale spanningsbron) en het tegenkoppelnetwerk (R en L) mee te nemen in je berekeningen.

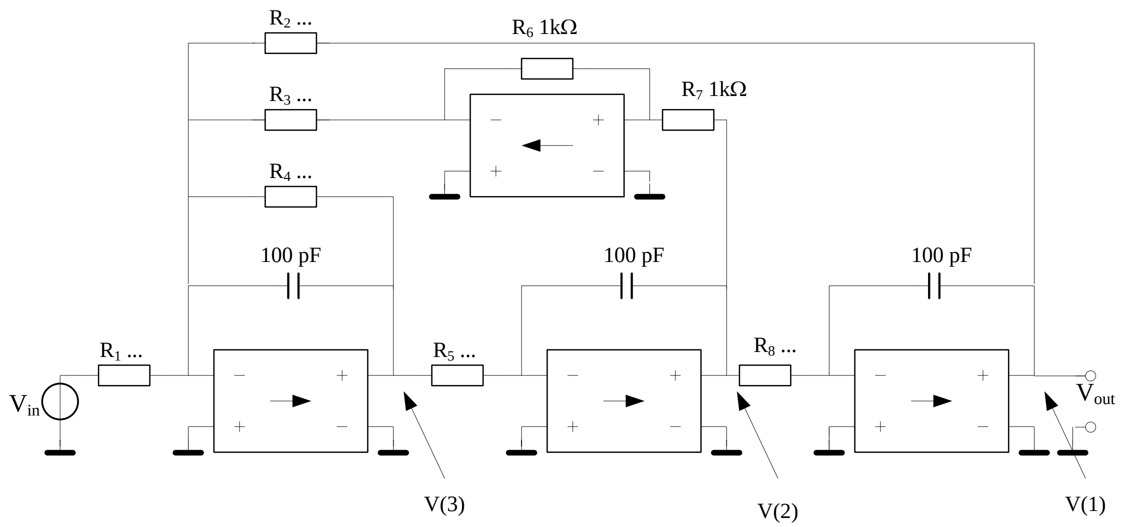


$$L = -g_{m1} r_{o1} g_{m2} r_{o2} g_{m3} \cdot \frac{r_{o3}\, j\omega L}{r_{o3} + R + j\omega L}$$

Gegeven onderstaand RC-opamp laagdoorlaatfilter. V(1) = V_{out} is het uitgangs-signaal.



21) De toestanden van dit filter zijn (nog) niet geschaald. Voor een goede schaling is het gewenst om V(1) 3× zo groot, V(2) 2× zo groot en V(3) 4× zo groot te maken t.o.v. de spanningen in bovenstaand filter, *met behoud van de overdracht*. Pas deze **schaling** toe, m.a.w., kies geschikte waarden voor de diverse resistanties, in onderstaand schema.



$$R_1 = 4\text{k}\Omega \cdot \frac{1}{4} = 1\text{k}\Omega$$

$$R_2 = 2\text{k}\Omega \cdot \frac{3}{4} = 1.5\text{k}\Omega$$

$$R_3 = 1\text{k}\Omega \cdot \frac{2}{4} = 0.5\text{k}\Omega$$

$$R_4 = 1\text{k}\Omega \cdot \frac{4}{4} = 1\text{k}\Omega$$

$$R_5 = 2\text{k}\Omega \cdot \frac{4}{2} = 4\text{k}\Omega$$

$$R_8 = 2\text{k}\Omega \cdot \frac{2}{3} = 1.33\text{k}\Omega$$

Einde toets!