

Oefendeeltentamen 2, Telecommunicatietechniek deel Telecommunicatie B (EE2T21)

Opgave 1.

Met een digitaal transmissiesysteem wordt een datasignaal met bitsnelheid $R_b = 1$ Mbit/s verzonden met FSK modulatie waarbij de maximale frequentiezwaai $\Delta F = 2.5$ MHz bedraagt. Het signaalvermogen op de ingang van de ontvanger is $S_{in} = -15$ dBm. In de ontvanger wordt een coherente detector toegepast, gevolgd door een laagdoorlaatfilter met een equivalente ruisbandbreedte van $B_{eq} = 2$ MHz.

- Bereken de transmissiebandbreedte B_T van het uitgezonden signaal.
- Bereken de bitfoutenkans P_e , indien de dubbelzijdige spectrale ruisdichtheid op de ingang van de ontvanger $N_0/2 = -92$ dBm/Hz bedraagt.
- De transmissiebandbreedte kan worden verkleind door aanpassing van de frequentiezwaai. Bepaal de frequentiezwaai ΔF zodanig dat Minimum Shift Keying (MSK) ontstaat, en geef de bijbehorende transmissiebandbreedte B_T (neem hiervoor de "null-null" bandbreedte).
- Bepaal de bitfoutenkans voor MSK modulatie indien in de ontvanger een matched filter wordt toegepast.

Opgave 2.

Met een digitaal transmissiesysteem wordt een datasignaal met bitsnelheid $R_b = 1$ Mbit/s overgedragen met een vorm van PSK (Phase Shift Keying) modulatie, waarbij het uitgezonden signaal gegeven wordt door

$$s(t) = A_c \cos[\omega_c t + \theta_\Delta d(t)]$$

Hierin is $d(t)$ een polair datasignaal, $d(t) \in \{-1, 1\}$ volt met een rechthoek-pulsvorm en θ_Δ is de fasegevoeligheid in [rad/V], met $0 \leq \theta_\Delta \leq \pi$. Het ontvangen signaalvermogen $S_{in} = -14$ dBm.

- Toon aan dat dit signaal een draaggolfcomponent bevat indien $\theta_\Delta \neq \pi/2$ rad/V.
- Bepaal θ_Δ waarvoor 25% van het vermogen in de draaggolfcomponent terecht komt.
- Geef een gedetailleerde grafiek van het vermogensdichtheidsspectrum van dit signaal voor $f_c = 50$ MHz en $\theta_\Delta = 3\pi/4$ voor het frequentiegebied $f_c \pm 5$ MHz. Zorg voor een nauwkeurige aanduiding van de assen en de dimensies daarbij.

Opgave 3.

Met een digitaal transmissiesysteem wordt een datasignaal met bitsnelheid $R_b = 2$ Mbit/s overgedragen met een vorm van M -PSK (M -ary Phase Shift Keying) modulatie (rechthoekpulsen), waarbij het uitgezonden signaal gedurende een symbooltijd T_s gegeven wordt door

$$s(t) = A_c \cos\left(\omega_c t + \frac{2\pi(i-1)}{M}\right) \quad \text{met } i \in \{1, 2, \dots, M\}$$

Hierin is $M = 2^n$, met $n \in \mathbb{N}$ en $n \geq 1$ het modulatie niveau. De transmissie bandbreedte B_T van het signaal wordt gegeven door de "null-to-null bandwidth".

- a. In eerste instantie wordt BPSK modulatie ($M = 2$) toegepast. Bepaal:
 1. de transmissie bandbreedte B_T van dit BPSK signaal,
 2. de amplitude A_c , indien het ontvangen genormaliseerde vermogen $S_{ontv} = -14$ dBm.
- b. Nu wordt de beschikbare transmissie bandbreedte beperkt tot $B_T = 1100$ kHz. Bepaal de kleinste toelaatbare waarde van M .

Uitwerkingen Oefendeeltentamen 2, Telecommunicatietechniek – deel B (EE2T21)

Opgave 1.

Met een digitaal transmissiesysteem wordt een datasignaal met bitsnelheid $R_b = 1$ Mbit/s verzonden met FSK modulatie waarbij de maximale frequentiezwaaai $\Delta F = 2.5$ MHz bedraagt. Het signaalvermogen op de ingang van de ontvanger is $S_{in} = -15$ dBm. In de ontvanger wordt een coherente detector toegepast, gevolgd door een laagdoorlaatfilter met een equivalente ruisbandbreedte van $B_{eq} = 2$ MHz.

a). De transmissiebandbreedte van het uitgezonden signaal bedraagt: $B_T = 2 \cdot (\Delta F + R_b) = 7$ MHz.

b). Voor coherente detectie geldt voor de bitfoutenkans:

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{A_c^2}{4 \cdot B \cdot N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{S_{in}}{2 \cdot B \cdot N_0}}\right).$$

Voor de SNR vinden we met $N_0 = -89$ dBm/Hz :

$$\begin{aligned} SNR &= \frac{S_{in}}{2 \cdot B \cdot N_0} = -15 \text{ dBm} - 3 \text{ dB} + 89 \text{ dBm/Hz} - 10 \cdot \log 2 \cdot 10^6 \text{ dBHz} \\ &= 8 \text{ dB} \equiv 6.31. \end{aligned}$$

Hiermee wordt de bitfoutenkans $P_e = Q(\sqrt{6.31}) = Q(2.51) = 6 \cdot 10^{-3}$.

c). Continue-fase FSK gaat over in Minimum Shift Keying (MSK) voor een digiale modulatie-index

$$h = \frac{2 \cdot \Delta F}{R_b} = 0.5. \text{ Hieruit volgt voor } \Delta F = \frac{R_b}{4} = 250 \text{ kHz. De bijbehorende}$$

transmissiebandbreedte $B_{T,0-0} = 2 \cdot 0.75 \cdot R_b = 1.5 \cdot R_b = 1.5$ MHz (zie ook figuur 5-35 en formule 5-115 in Couch).

d). Voor MSK met een “matched-filter” ontvanger vinden we voor de verhouding E_b / N_0 :

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{S_{in} \cdot T_b}{N_0} = \frac{S_{in}}{N_0 \cdot R_b} \equiv -15 \text{ dBm} + 89 \text{ dBm/Hz} - 10 \cdot \log 10^6 = 14 \text{ dB} \equiv 25.1.$$

Hiermee volgt voor de bitfoutenkans:

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) = Q(\sqrt{50.1}) = Q(7.1) \approx \frac{1}{7.1 \cdot \sqrt{2\pi}} e^{\frac{-50.1}{2}} \approx 7.4 \cdot 10^{-13}.$$

Opgave 2.

Het PSK signaal ziet er uit als $s(t) = A_c \cos(\omega_c t + \theta_\Delta d(t))$ met het datasignaal $d(t) \in \{-1, +1\}$, de bitsnelheid $R_b = \frac{1}{T_b} = 1$ Mbit/s, en fasegevoeligheid θ_Δ [rad/V]. Het ontvangen signaalvermogen is $S_{in} = -14$ dBm.

- a. Door uitwerken van de cos-term kunnen we het signaal $s(t)$ schrijven als:

$$\begin{aligned} s(t) &= A_c \{ \cos(\theta_\Delta d(t)) \cos \omega_c t - \sin(\theta_\Delta d(t)) \sin \omega_c t \} \\ &= A_c \{ \cos \theta_\Delta \cos \omega_c t - d(t) \sin \theta_\Delta \sin \omega_c t \} \end{aligned}$$

De eerste term is een draaggolfcomponent en de tweede term is de datacomponent (90° uit fase met de draaggolfcomponent). Alleen voor $\theta_\Delta = \frac{\pi}{2}$ rad verdwijnt de draaggolfcomponent.

- b. Het totale vermogen in het signaal $s(t)$ is:

$$P_s = \overline{s^2(t)} = A_c^2 E[\cos^2 \theta_\Delta \cos^2 \omega_c t - 2d(t) \cdot \cos \theta_\Delta \sin \theta_\Delta \cos \omega_c t \sin \omega_c t + d^2(t) \cdot \sin^2 \theta_\Delta \sin^2 \omega_c t]$$

Hierin is de tweede term nul want $\overline{d(t)} = 0$ en ook $\overline{\cos \omega_c t \sin \omega_c t} = 0$, verder geldt dat

$$\overline{\cos^2 \omega_c t} = \overline{\sin^2 \omega_c t} = 0.5 \text{ en vinden we:}$$

$$P_s = A_c^2 E[\frac{1}{2} \cos^2 \theta_\Delta + \frac{1}{2} \sin^2 \theta_\Delta] = \frac{A_c^2}{2}.$$

Hierin vertegenwoordigt de eerste term het vermogen in de draaggolfcomponent en de tweede term het vermogen in de datacomponent. Bij 25% van het vermogen in de draaggolfcomponent moet gelden:

$$\frac{\frac{1}{2} A_c^2 \cos^2 \theta_\Delta}{\frac{1}{2} A_c^2} = 0.25 \Rightarrow \cos \theta_\Delta = \sqrt{0.25} = 0.5 \Rightarrow \theta_\Delta = \frac{\pi}{3} \text{ of } \theta_\Delta = 60^\circ$$

- c. Het totale ontvangen vermogen bedraagt $P_s = -14$ dBm. Voor $\theta_\Delta = \frac{3\pi}{4}$ rad bevindt zich

in de draaggolf: $P_{\text{draaggolf}}(f_c) = P_s \cos^2 \theta_\Delta = \frac{P_s}{2} = -17$ dBm. De ander helft van het vermogen

bevindt zich in de datacomponent. Het datasignaal wordt met rechthoekpulsen verzonden. Het signaal spectrum hiervan is:

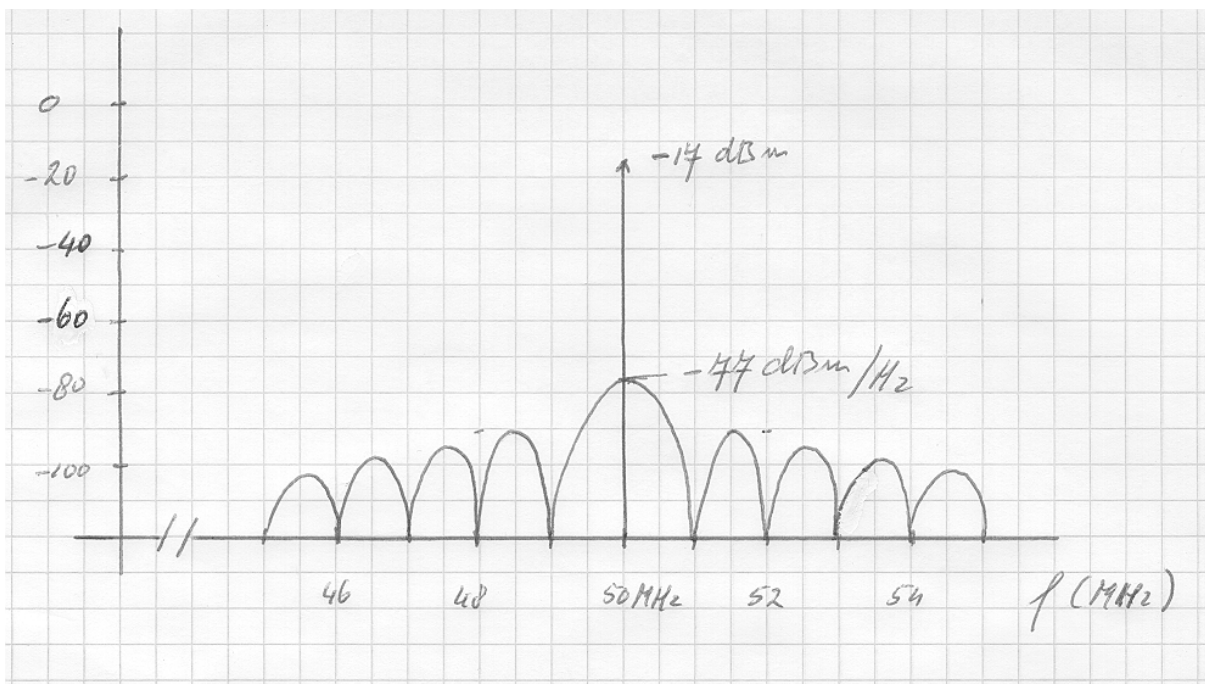
$$\begin{aligned} P_{\text{data}}(f) &= \frac{P_s T_b}{2} \text{sinc}^2(f - f_c) T_b \\ &= \frac{P_s}{2R_b} \text{sinc}^2(f - f_c) T_b \end{aligned}$$

Op $f = f_c$ vinden we nu: $P_{\text{data}}(f_c) = \frac{P_s}{2R_b} = -77 \frac{\text{dBm}}{\text{Hz}}$. Verder vinden we voor de maxima op

$$f \approx f_c \pm \frac{3R_b}{2} \text{ en } f \approx f_c \pm \frac{5R_b}{2}:$$

$$P_{\text{data}}(f_c \pm \frac{3R_b}{2}) = -90.3 \frac{\text{dBm}}{\text{Hz}} \text{ en } P_{\text{data}}(f_c \pm \frac{5R_b}{2}) = -94.8 \frac{\text{dBm}}{\text{Hz}}. \text{ Het resulterende}$$

vermogensdichtheidspectrum staat hieronder geschetst.



Opgave 3.

- a. 1) De "null-to-null" bandbreedte is $2R_s$ met R_s gelijk aan de symboolsnelheid (symb/s). Voor

BPSK geldt dat $R_s = R_b$, de bitrate dus $B_T = 2R_b = 4 \text{ MHz}$.

- 2) Het genormaliseerde vermogen van $s(t)$ is:

$$P_s = \frac{A_c^2}{2} = -14 \text{ dBm} \equiv 3.98 \cdot 10^{-5} \text{ W}$$

$$\Rightarrow A_c^2 = 7.96 \cdot 10^{-5} \text{ V}^2 \Rightarrow A_c = 8.92 \cdot 10^{-3} \text{ V} = 8.92 \text{ mV}$$

- b. Met $B_T \leq 1100 \text{ kHz}$ wordt de maximale symboolsnelheid gegeven door

$$D = \frac{B_T}{2} = 550 \text{ kbaud}. \text{ De "null-to-null" bandbreedte is dan } 2D. \text{ Dit betekent dat per symbool}$$

tenminste $\frac{2 \cdot 10^6}{550 \cdot 10^3} \approx 3.64$ bits verzonden dienen te worden.

$$\Rightarrow M = 2^{\lceil 3.64 \rceil} = 2^4 = 16$$

$$\Rightarrow B_T = 2D = 2 \frac{R_b}{l} = \frac{2R_b}{\log_2 M} = 1000 \text{ KHz}$$

ga na dat voor $M = 8$ ($l = 3$) niet meer aan deze eis is voldaan.