

## Oefententamen Telecommunicatietechniek II (ET3505-D2)

---

### Opgave 1.

Gegeven is een basisbandsignaal

$$x(t) = 0.7u(t) - 2u(t - \tau)$$

$u(t)$  is de eenheidsstapfunctie  $u(t) = \{0 \text{ voor } t < 0; 1 \text{ voor } t \geq 0\}$ . Voor amplitudemodulatie geldt dat  $m(t) = \mu x(t)$ , waarin  $\mu$  de modulatie-index wordt genoemd.

- a) Schets het gemoduleerde signaal  $s(t)$  als functie van de tijd  $t \in [-2/f_c, +8/f_c]$  voor de volgende drie gevallen:
  - i. amplitudemodulatie (AM) met modulatie-index  $\mu = 0.5$ ;
  - ii. amplitudemodulatie (AM) met modulatie-index  $\mu = 2$ ;
  - iii. dubbelzijbandmodulatie met onderdrukte draaggolf (DSB-SC), waarbij  $m(t) = x(t)$ .  
De draaggolfrequentie is  $f_c$ , en in alle gevallen geldt  $\tau = 5/f_c$ .
- b) Beargumenteer voor elk van de drie bovengenoemde gevallen of  $x(t)$  met een omhullende-detector kan worden teruggewonnen uit  $s(t)$ . Zo nee, geef dan nauwkeurig aan op welke manier correcte demodulatie dan wel mogelijk is.

### Opgave 2.

Een dubbelzijband (DSB-SC) gemoduleerd signaal  $s_c(t)$  met top-top waarde  $2A_c$  [V] en additieve witte ruis met tweezijdige spectrale vermogensdichtheid  $N_0/2$  [W/Hz] worden toegevoerd aan een synchrone detector. De bandbreedte van het informatiesignaal  $m(t)$  is  $B$  en de equivalente ruisbandbreedte van het laagdoorlaatfilter van de detector is  $B_L$  met  $B_L > B$ .

- a) Leid een uitdrukking af voor de signaal-ruis verhouding  $SNR_{uit}$  na demodulatie, indien de lokale oscillator van de synchrone detector een fasefout  $\phi$  vertoont.
- b) Hoeveel dB zal  $SNR_{uit}$  bij een fasefout  $\phi = 50^\circ$  slechter zijn dan in de optimale situatie? Motiveer uw antwoord.

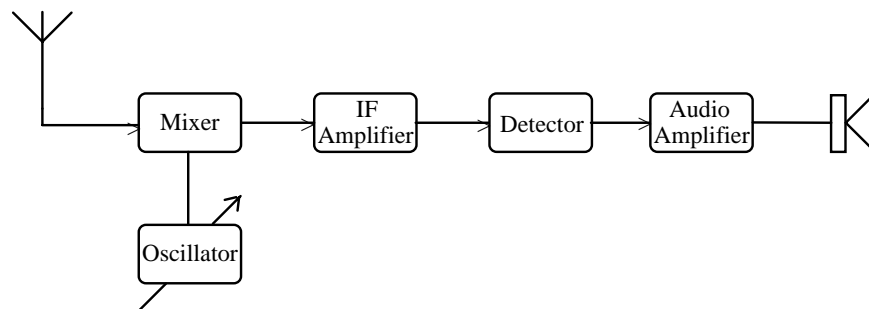
Opgave 3.

Met een digitaal transmissiesysteem wordt een datasignaal met bitsnelheid  $R_b = 1$  Mbit/s verzonden met FSK modulatie waarbij de maximale frequentiezwaai  $\Delta F = 2.5$  MHz bedraagt. Het signaalvermogen op de ingang van de ontvanger is  $S_{in} = -15$  dBm. In de ontvanger wordt een coherente detector toegepast, gevolgd door een laagdoorlaatfilter met een equivalente ruisbandbreedte van  $B_{eq} = 2$  MHz.

- Bereken de transmissiebandbreedte  $B_T$  van het uitgezonden signaal.
- Bereken de bitfoutenkans  $P_e$ , indien de dubbelzijdige spectrale ruisdichtheid op de ingang van de ontvanger  $N_0/2 = -92$  dBm/Hz bedraagt.
- De transmissiebandbreedte kan worden verkleind door aanpassing van de frequentiezwaai. Bepaal de frequentiezwaai  $\Delta F$  zodanig dat Minimum Shift Keying (MSK) ontstaat, en geef de bijbehorende transmissiebandbreedte  $B_T$  (neem hiervoor de "null-null" bandbreedte).
- Bepaal de bitfoutenkans voor MSK modulatie indien in de ontvanger een matched filter wordt toegepast.

Opgave 4.

Een superheterodyne HF-ontvanger voor de korte golf, waarvan het RF-afstembereik loopt van 0.5 - 30 MHz, heeft een middenfrequentie  $f_{IF} = 455$  kHz. De frequentie van de lokale oscillator wordt zo gekozen dat deze altijd hoger is dan de zendfrequentie  $f_c$  waarop de ontvanger is afgestemd. Het principe schema van de ontvanger is weergegeven in Figuur 1.



Figuur 1. Blokschema van de HF-ontvanger

- Bepaal het noodzakelijke afstembereik van de lokale oscillator.
- Bereken de frequentieband waarin de spiegelfrequenties ("image signals") liggen, en geef aan welke spiegelfrequenties binnen het RF-afstembereik van de ontvanger vallen.
- Met de ontvanger wordt een USSB (upper single sideband) gemoduleerd signaal ontvangen. Welke detector dient er op de middenfrequentie te worden toegepast? Motiveer uw antwoord.

Opgave 5.

Een FM-ontvanger heeft een IF bandbreedte (IF = Intermediate Frequency)  $B_{IF} = 120$  kHz, en een basisband-bandbreedte  $B_{bb} = 10$  kHz. Er wordt een toongemoduleerd FM-signaal ontvangen met  $m(t) = \sin(4000\pi t)$  en modulatie-index  $\beta_f = 5$ .

- a) Bereken het benodigde signaalvermogen  $S_{in}$  aan de ingang van de ontvanger voor een signaalruisverhouding aan de uitgang  $SNR_{uit} = 40$  dB, indien de enkelzijdige spectrale ruisvermogensdichtheid op de ingang  $N_0 = -92$  dBm/Hz bedraagt.
- b) De bandbreedte  $B_{bb}$  van het basisbandfilter is instelbaar. Welke basisband-bandbreedte dient te worden ingesteld om  $SNR_{uit}$  te verbeteren tot  $SNR_{uit} = 50$  dB, bij gelijkblijvende  $S_{in}$ .

## Uitwerkingen Oefententamen Telecommunicatietechniek II (ET3505-D2)

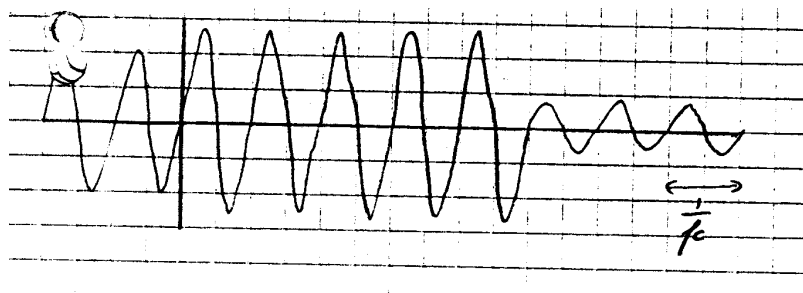
### Opgave 1.

Het basisband signaal  $x(t) = 0.7u(t) - 2u(t - \tau)$  met  $\tau = \frac{5}{f_c}$  wordt met een vorm van amplitude modulatie verzonden.

- a.1 AM-modulatie met modulatie-index  $\mu = 0.5$ : het basisband modulatiesignaal is dan  $m(t) = \mu x(t)$ .

Het AM signaal wordt nu:

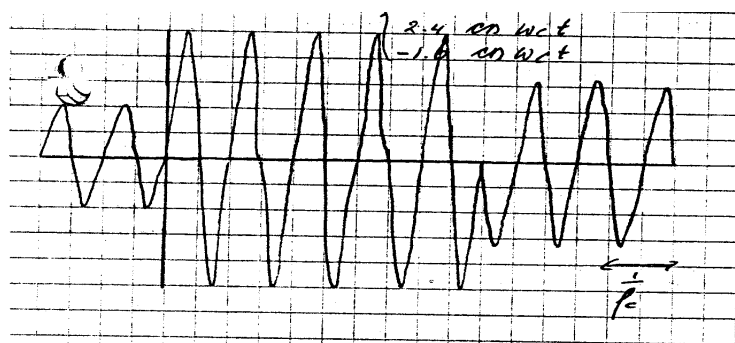
$$\begin{aligned} s(t) &= A_c [1 + m(t)] \cos \omega_c t = A_c [1 + 0.5x(t)] \cos \omega_c t \\ &= A_c [1 + 0.35u(t) - u(t - \tau)] \cos \omega_c t \\ &= \begin{cases} A_c \cos \omega_c t & -\frac{2}{f_c} \leq t < 0 \\ 1.35A_c \cos \omega_c t & 0 \leq t < \frac{5}{f_c} \\ 0.35A_c \cos \omega_c t & \frac{5}{f_c} \leq t \leq \frac{8}{f_c} \end{cases} \end{aligned}$$



- a.2 AM-modulatie met modulatie-index  $\mu = 2$ .

Het AM signaal wordt nu:

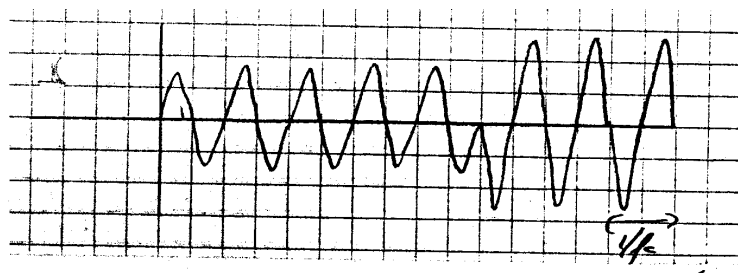
$$\begin{aligned} s(t) &= A_c [1 + m(t)] \cos \omega_c t = A_c [1 + 2x(t)] \cos \omega_c t \\ &= A_c [1 + 1.4u(t) - 4u(t - \tau)] \cos \omega_c t \\ &= \begin{cases} A_c \cos \omega_c t & -\frac{2}{f_c} \leq t < 0 \\ 2.4A_c \cos \omega_c t & 0 \leq t < \frac{5}{f_c} \\ -1.6A_c \cos \omega_c t & \frac{5}{f_c} \leq t \leq \frac{8}{f_c} \end{cases} \end{aligned}$$



- a.3 Dubbelzijband modulatie met onderdrukte draaggolf (DSB-SC): het basisband modulatiesignaal is dan  $m(t) = x(t)$ .

Het DSB-SC signaal wordt nu:

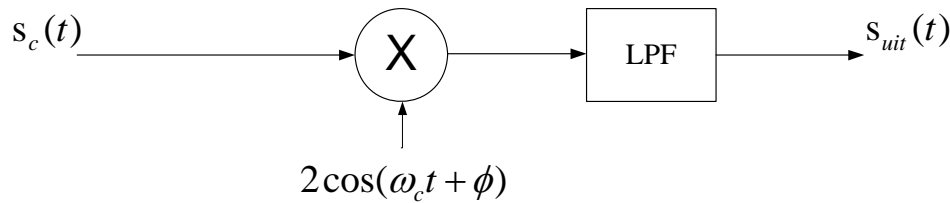
$$\begin{aligned}
 s(t) &= A_c m(t) \cos \omega_c t = A_c x(t) \cos \omega_c t \\
 &= A_c [0.7u(t) - 2u(t - \tau)] \cos \omega_c t \\
 &= \begin{cases} 0 & -\frac{2}{f_c} \leq t < 0 \\ 0.7A_c \cos \omega_c t & 0 \leq t < \frac{5}{f_c} \\ -1.3A_c \cos \omega_c t & \frac{5}{f_c} \leq t \leq \frac{8}{f_c} \end{cases}
 \end{aligned}$$



- b.1 Het signaal onder a.1 kan met een omhullende detector worden teruggewonnen want  $1 + m(t) \geq 0$ .
- b.2 Het signaal onder a.2 kan niet met een omhullende detector worden teruggewonnen want  $1 + m(t)$  is soms negatief. Hierdoor treedt een fasesprong op van  $180^\circ$  wat tot vervorming leidt bij omhullende detectie. Voor correcte demodulatie dient een coherente detector gebruikt te worden.
- b.3 Idem als b.2.

Opgave 2.

Een dubbelzijdig gemoduleerd signaal kan geschreven worden als  $s_c(t) = A_c \cos(\omega_c t)$ .



Figuur 1. Synchrone detectie

- a). Synchrone detectie met een fase fout  $\phi$  (zie figuur 1) geeft:

$$\begin{aligned} s_{uit}(t) &= 2s_c(t) \cos(\omega_c t + \phi) = 2A_c m(t) \cos(\omega_c t) \cos(\omega_c t + \phi) \\ &= A_c m(t) [\cos(\phi) + \cos(2\omega_c t + \phi)] \end{aligned}$$

De tweede term wordt door het laagdoorlaatfilter uitgefilterd. Nu volgt voor het uitgangssignaal:

$s_{uit}(t) = A_c m(t) \cos \phi$  met vermogen  $P_{s_{uit}} = A_c^2 \overline{m^2(t)} \cos^2 \phi$ . Het ruisvermogen na het LPF met equivalente ruisbandbreedte  $B_L$  bedraagt  $P_N = 2 \cdot (2 \cdot B_L) \cdot N_0 / 2 = 2 \cdot B_L \cdot N_0$  (zie Couch, p. 512). Nu volgt voor de signaal-ruisverhouding op de uitgang:

$$SNR_{uit} = \frac{P_{s_{uit}}}{P_N} = \frac{A_c^2 \overline{m^2(t)} \cos^2 \phi}{2 \cdot B_L \cdot N_0}.$$

- b). Voor een maximaal signaalvermogen na detectie dient  $\phi = 0$  te zijn. De fasefout van  $50^\circ \equiv \frac{5\pi}{18}$  rad leidt tot een degradatie van de SNR van:

$$\frac{SNR_{uit}(\phi = \frac{5\pi}{18})}{SNR_{uit}(\phi = 0)} = \cos^2 \frac{5\pi}{18} = 0.413 \equiv -3.84 \text{ dB} \text{ ten opzichte van de optimale situatie met } \phi = 0.$$

Opgave 3.

Met een digitaal transmissiesysteem wordt een datasignaal met bitsnelheid  $R_b = 1$  Mbit/s verzonden met FSK modulatie waarbij de maximale frequentiezwaaai  $\Delta F = 2.5$  MHz bedraagt. Het signaalvermogen op de ingang van de ontvanger is  $S_{in} = -15$  dBm. In de ontvanger wordt een coherente detector toegepast, gevolgd door een laagdoorlaatfilter met een equivalente ruisbandbreedte van  $B_{eq} = 2$  MHz.

- a). De transmissiebandbreedte van het uitgezonden signaal bedraagt:  $B_T = 2 \cdot (\Delta F + R_b) = 7$  MHz.
- b). Voor coherente detectie geldt voor de bitfoutenkans:

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{A_c^2}{4 \cdot B \cdot N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{S_{in}}{2 \cdot B \cdot N_0}}\right).$$

Voor de SNR vinden we met  $N_0 = -89$  dBm/Hz :

$$\begin{aligned} SNR &= \frac{S_{in}}{2 \cdot B \cdot N_0} = -15 \text{ dBm} - 3 \text{ dB} + 89 \text{ dBm/Hz} - 10 \cdot \log 2 \cdot 10^6 \text{ dBHz} \\ &= 8 \text{ dB} \equiv 6.31. \end{aligned}$$

Hiermee wordt de bitfoutenkans  $P_e = Q(\sqrt{6.31}) = Q(2.51) = 6 \cdot 10^{-3}$ .

- c). Continue-fase FSK gaat over in Minimum Shift Keying (MSK) voor een digitale modulatie-index  $h = \frac{2 \cdot \Delta F}{R_b} = 0.5$ . Hieruit volgt voor  $\Delta F = \frac{R_b}{4} = 250$  kHz. De bijbehorende transmissiebandbreedte  $B_{T,0-0} = 2 \cdot 0.75 \cdot R_b = 1.5 \cdot R_b = 1.5$  MHz (zie ook figuur 5-35 en formule 5-115 in Couch).

- d). Voor MSK met een “matched-filter” ontvanger vinden we voor de verhouding  $E_b / N_0$ :

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{S_{in} \cdot T_b}{N_0} = \frac{S_{in}}{N_0 \cdot R_b} \equiv -15 \text{ dBm} + 89 \text{ dBm/Hz} - 10 \cdot \log 10^6 = 17 \text{ dB} \equiv 50.1.$$

Hiermee volgt voor de bitfoutenkans:

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) = Q(\sqrt{50.1}) = Q(\sqrt{7.1}) \approx \frac{1}{7.1 \cdot \sqrt{2\pi}} e^{\frac{-50.1}{2}} \approx 7.4 \cdot 10^{-13}.$$

#### Opgave 4.

Het RF-bereik van de HF-ontvanger is 0.5 – 30 MHz. De middenfrequentie ligt op 455 kHz en de oscillatorfrequentie wordt hoger gekozen dan de te ontvangen frequentie:  $f_{LO} > f_c$ .

- a. Het afstembereik van de oscillator dient te lopen van  $f_{LO\_min} \leq f_{LO} \leq f_{LO\_max}$ , met

$$f_{LO\_min} = f_{c\_min} + f_{IF} = 955 \text{ kHz en } f_{LO\_max} = f_{c\_max} + f_{IF} = 30455 \text{ kHz, dus}$$

$$955 \leq f_{LO} \leq 30455 \text{ kHz.}$$

- b. Voor een bepaalde frequentie  $f_c$  waarop de ontvanger is afgestemd, vinden we de spiegelfrequentie als:  $f_{sp} = f_{LO} + f_{IF} = f_c + 2f_{IF}$ . Het frequentiegebied waarbinnen de spiegelfrequenties liggen, loopt van  $f_{sp\_min} \leq f_{sp} \leq f_{sp\_max}$ , met  $f_{sp\_min} = f_{c\_min} + 2f_{IF} = 1410$  kHz en  $f_{sp\_max} = f_{c\_max} + 2f_{IF} = 30910$  kHz, dus  $1410 \leq f_{sp} \leq 30910$  kHz. Hieruit blijkt dat de band  $1410 \leq f_{sp} \leq 30000$  overlapt met de afstemband.

- c. Doordat  $f_{LO} > f_c$  (bovenmenging), geldt voor de te ontvangen signalen:  $f_{LO} - f_c = f_{IF}$  en vindt er dus een spiegeling van het signaalspectrum plaats. Hierdoor worden boven- en onderzijband verwisseld, en wordt een ontvangen USSB signaal omgezet in een LSSB signaal  $\Rightarrow$  op  $f_{IF}$  is daarom een LSSB detector nodig.

Opgave 5.

Er wordt een toongemoduleerd FM-signaal ontvangen met frequentie  $f_m = 2000$  Hz. Verder geldt:

- omdat de modulatie sinusvormig is:  $\frac{\overline{m^2}}{V_p^2} = 0.5$
- modulation index  $\beta_f = 5$
- IF bandwidth  $B_{IF} = 120$  kHz
- basisband bandbreedte  $B_{bb} = 10$  kHz. Let op: de basisbandbandbreedte is niet aan gepast aan de bandbreedte van het informatiesignaal  $B = f_m$ .  $B_{bb}$  is veel te groot!
- noise power spectral density  $N_0 = -92$  dBm/Hz  $= 6.31 \cdot 10^{-13}$  W/Hz.

a. Aan de uitgang van de detector (met versterkingsfactor  $K$ ) vinden we:

$$\text{- het signaalvermogen } S_{\text{det}} = \frac{K^2 D_f^2 \overline{m^2}}{(2\pi)^2} = K^2 \beta_f^2 B^2 \frac{\overline{m^2}}{V_p^2} = K^2 \beta_f^2 f_m^2 \frac{\overline{m^2}}{V_p^2} = \frac{1}{2} K^2 \beta_f^2 f_m^2$$

$$\text{Hierbij is gebruik gemaakt van: } \beta_f = \frac{\Delta F}{B} = \frac{\Delta F}{f_m} = \frac{D_f V_p}{2\pi f_m} \Rightarrow \frac{D_f}{2\pi f_m} = \frac{\beta_f}{V_p}$$

$$\text{- het ruisvermogen: } N_{\text{det}}(\text{in } B_{bb}) = \frac{2}{3} \frac{K^2}{A_c^2} N_0 B_{bb}^3$$

$$\text{Hiermee vinden we voor de SNR aan de uitgang van de detector: } SNR_{\text{det}} = \frac{\frac{1}{2} K^2 \beta_f^2 f_m^2}{\frac{2}{3} \frac{K^2}{A_c^2} N_0 B_{bb}^3} = \frac{3}{2} S_{in} \frac{\beta_f^2 f_m^2}{N_0 B_{bb}^3}$$

$$\text{met } S_{in} = \frac{A_c^2}{2}.$$

Voor een vereiste  $SNR_{\text{det}} = 40$  dB vinden we nu voor  $S_{in}$ :

$$S_{in} = SNR_{\text{det}} \frac{2}{3} \frac{N_0 B_{bb}^3}{\beta_f^2 f_m^2} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 6.31 \cdot 10^{-13} \cdot 10^{12}}{3 \cdot 25 \cdot 4 \cdot 10^6} = 42 \mu\text{W} \equiv -13.8 \text{ dBm}.$$

b. In a. hebben we gevonden dat  $SNR_{\text{det}} \approx \frac{1}{B_{bb}^3}$ , dus voor een verbetering van 10 dB (dit komt overeen met

een factor 10) dient  $B_{bb}$  met een factor  $\sqrt[3]{10} = 2.15$  verkleind te worden. De nieuwe  $B_{bb}$  wordt

nu:  $B'_{bb} = \frac{B_{bb}}{\sqrt[3]{10}} = 4642$  Hz. Hierbij is nog voldaan aan  $B'_{bb} > f_m = 2000$  Hz, anders zou immers ook de signaalcomponent uitgefilterd worden.