

Pasha and Tea

Big-O Blue - Lecture 3: Sorting

Tóm tắt đề bài

Tóm tắt đề bài

Pasha có một ấm trà với dung tích là w (ml) và $2n$ cái ly, biết ly thứ i có thể chứa tối đa là a_i (ml). Mỗi ly sẽ được phát cho một người trong $2n$ người khách gồm n nam và n nữ đến tham dự buổi tiệc. Biết rằng Pasha sẽ châm trà cho các vị khách theo nguyên tắc như sau:

- Lượng trà châm cho mỗi khách nữ là như nhau.
- Lượng trà châm cho mỗi khách nam là như nhau.
- Lượng trà châm cho khách nam phải gấp đôi khách nữ.
- Tổng lượng trà không được vượt quá dung tích của ấm là w (ml).

Vốn là một người rộng rãi, Pasha có thể. Nhiệm vụ của bạn là hãy giúp cậu xác định tổng lượng trà cần chuẩn bị để thực hiện điều này.

Mô tả Input/Output

Input:

Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên n ($1 \leq n \leq 10^5$) và w ($1 \leq w \leq 10^9$). Trong đó, n là số lượng khách nam/nữ và w là dung tích của ấm trà.

Dòng tiếp theo gồm $2n$ số nguyên a_i ($1 \leq a_i \leq 10^9$) lần lượt là lượng nước tối đa mà cốc thứ i có thể chứa.

Output:

In ra một số **thực** duy nhất là tổng lượng trà mà Pasha cần phải chuẩn bị với sai số không vượt quá 10^{-6} .

Giải thích ví dụ

Ví dụ 1

Input:

2 4

1 1 1 1

Output:

3

Lý do:

Một cách tối ưu để rót trà là:

- Mỗi ly nam là 1 ml trà.
- Mỗi ly nữ là 0.5 ml trà.

Như vậy, tổng lượng trà cần chuẩn bị là:

$1 * 2 + 0.5 * 2 = 3$ ml, không vượt quá dung tích tối đa của ấm.

Ví dụ 2

Input:

3 18

4 4 4 2 2 2

Output:

18

Lý do:

Một cách tối ưu để rót trà là:

- Mỗi ly nam là 4 ml trà.
- Mỗi ly nữ là 2 ml trà.

Như vậy, tổng lượng trà cần chuẩn bị là:

$2 * 3 + 4 * 3 = 18$ ml, không vượt quá dung tích tối đa của ấm.

Ví dụ 3

Input:

1 5

2 3

Output:

4.5

Lý do:

Một cách tối ưu để rót trà là:

- Mỗi ly nam là 3 ml trà.
- Mỗi ly nữ là 1.5 ml trà.

Như vậy, tổng lượng trà cần chuẩn bị là:

$3 * 1 + 1.5 * 1 = 4.5$ ml, không vượt quá dung tích tối đa của ấm.

Hướng dẫn giải

Nhận xét 1

- Do lượng trà của nam phải gấp đôi của nữ.
 - Để tối ưu thì mình nên chọn n lớn nhất cho nam và n ly nhỏ nhất cho nữ.
 - Chúng ta sẽ sắp xếp ly tăng dần theo dung tích.

Ví dụ:

$N = 3, A = [1, 4, 2, 2, 3, 4]$.

- Sắp xếp lại mảng A thành [1, 2, 2, 3, 4, 4]
- Những ly cho nam sẽ là [3, 4, 4]
- Những ly cho nữ sẽ là [1, 2, 2]

Nhận xét 2

- Lượng trà của các nam phải bằng nhau, của các nữ phải bằng nhau.
 - Dung tích của các ly nam = dung tích của ly nhỏ nhất trong các ly nam.
 - Dung tích của các ly nữ = dung tích của ly nhỏ nhất trong các ly nữ.
 - Kết hợp với nhận xét 1, ta có dung tích của các ly nam là **min của n ly lớn nhất**.
Dung tích của các ly nữ là **min của n ly nhỏ nhất**.

Nhận xét 3

- Lượng trà của khách nam gấp đôi khách nữ.
- Tổng lượng trà không vượt quá W .
- Gọi x là **dung tích nhỏ nhất của các ly nam**, y là **dung tích nhỏ nhất của các ly nữ**, m là dung tích thực sự rót cho ly của nữ.
- Vậy m phải thỏa $2m \leq x$ và $m \leq y$. Chọn $m = \min(\frac{x}{2}, y)$ sẽ tối ưu nhất.
- Vậy tổng lượng trà tối đa có thể cho $2n$ khách sẽ là $n \times m + n \times 2m = 3n \times m$.
- Tổng lượng trà không vượt quá W nên đáp án của chúng ta sẽ là $\min(W, 3n \times m)$.

Các bước giải

Bước 1: Đọc vào $2n$ ly nước vào một mảng A , và dung lượng tối đa W

Bước 2: Sắp xếp mảng A tăng dần.

Bước 3: Chọn ra $m = \min(A[0], \frac{A[n]}{2})$.

Bước 4: Xuất ra $\min(3 \times n \times m, W)$.

Độ phức tạp: $O(N \times \log(N))$ với N là độ dài của mảng A .

Mã giả

Mã giả

```
Read(n, W)
A = []
For I in range(n):
    read(A[i])
A.sort()
m = min(A[0], A[n]/2)
print(min(3*m*n, W))
```

Thank you