

Energy Exchange

Big-O Blue - Lecture 12: Binary Search

# Tóm tắt đề bài

# Tóm tắt đề bài

Cho  $n$  bình điện. Mỗi bình chứa  $a_i$  đơn vị năng lượng.

Để đạt mục tiêu số đơn vị **năng lượng trong mỗi bình là như nhau** thì ta có thể chuyển năng lượng từ bình này sang bình khác.

Với mỗi  $x$  ( $x$  có thể là số thực) đơn vị được chuyển đi thì nó sẽ bị mất  $k\%$ . Nghĩa là nếu ta chuyển  $x$  đơn vị từ bình A sang bình B thì bình A sẽ bị giảm đi  $x$  đơn vị và bình B nhận được 1 lượng là  $x - \frac{xk}{100}$  đơn vị.

**Yêu cầu:** tìm lượng năng lượng lớn nhất mà mỗi mình có thể có sau khi chuyển

# Mô tả Input/Output

## Input

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên  $n$  và  $k$  ( $1 \leq n \leq 10000, 0 \leq k \leq 99$ ) là số lượng bình và phần trăm lượng năng lượng sẽ bị mất khi chuyển.
- Dòng tiếp theo chứa  $n$  số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$  là năng lượng của mỗi bình  $\left( \begin{matrix} 0 \leq a_i \leq 1000, \\ 1 \leq i \leq n \end{matrix} \right)$ .

## Output

- In ra lượng năng lượng lớn nhất có thể được chứa trong mỗi bình sau khi chuyển.

# Giải thích ví dụ

# Ví dụ 1

Input	Output
3 50 4 2 1	2.0000000000

- Ta chuyển 2 đơn vị từ bình 1 cho bình 3
- Trong quá trình chuyển thì bị hao hụt 50% nên thực tế bình 3 nhận được  $2 * 50\% = 1$  đơn vị.

Sau khi chuyển thì mỗi bình đều có 2.0 đơn vị

# Ví dụ 2

Input	Output
2 90 1 11	1.909090909

- Ta chuyển  $100/11$  từ bình 2 qua bình 1
  - Năng lượng bị mất 90%
- Bình 1 chỉ nhận được 10% của  $100/11$ .

Sau khi chuyển:

- Bình 1 có:  $1 + 10\% * 100/11 = 21/11$
- Bình 2 có:  $11 - 100/11 = 21/11$

# Hướng dẫn giải



# Nhận xét:

Gọi ***SumEnergy*** là tổng năng lượng ban đầu của các bình và ***m*** là năng lượng của mỗi bình sau khi kết thúc quá trình trao đổi năng lượng. Ta thấy:

- Tổng năng lượng sau khi kết thúc trao đổi:

$$n * m$$

- Gọi ***x<sub>i</sub>*** là năng lượng của bình thứ *i* sẽ được chuyển đi:

$$x_i = \begin{cases} 0, & a_i \leq m \\ a_i - m, & a_i > m \end{cases}$$

- Tổng năng lượng chuyển đi:

$$\mathbf{SumTransfer} = \sum_{i=0}^{n-1} x_i$$

# Nhận xét:

- Thùng thứ  $i$  chuyển đi sẽ mất  $\frac{x_i * k}{100}$ . Tổng năng lượng thất thoát là

$$\mathbf{SumLost} = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{x_i * k}{100} = \frac{k}{100} * \sum_{i=0}^{n-1} x_i = \frac{k * SumTransfer}{100}$$

- Ta thấy rằng, tổng năng lượng trước quá trình trao đổi là  $SumEnergy$ , năng lượng sau quá trình trao đổi là  $n * m$  và thất thoát  $SumLost$ . Ta có biểu thức

$$n * m = SumEnergy - SumLost$$

# Nhận xét:

Với một giá trị  $w$  nào đó:

- Nếu  $w < \frac{SumEnergy - SumLost}{n}$

→ Vẫn còn năng lượng thừa chưa phân bố cho các bình

→ Có thể tăng  $w$  lên

- Ngược lại, tức số năng lượng có thể trao đổi không đủ để phân chia cho các bình

→ Phải giảm  $w$  xuống

➔ Có thể sử dụng **binary search**

# Hướng dẫn giải

B1: Đọc  $n$ ,  $k$  và mảng  $a_i$

B2: Tính  $SumEnergy$

B3: Dùng Binary Search để tìm  $m$  (năng lượng cho mỗi bình):

- Khởi tạo  $left = \min(a_i)$ ,  $right = \max(a_i)$
- Trong khi  $right - left > 1e - 7$ :
  - Tính  $mid = (left + right)/2$
  - Tính  $SumTransfer$  và  $SumLost$  dựa vào  $mid$
  - Nếu  $mid * n < (SumEnergy - SumLost)$  thì  $left = mid$
  - Ngược lại  $right = mid$

B4: In  $mid$

**Độ phức tạp:**  $O(N * \log(10^{10}))$

# Mã giả

# Mã giả

```
Read n, k
Read ai
SumEnergy = sum(ai)
Left = 0, right = 1000
While right - left > 1e-7:
    mid = (left + right)/2
    sumTransfer = 0
    for I = 1 → n
        if ai > mid
            sumTransfer += (ai - mid)
    sumLost = k/100 * sumTransfer
    if n*mid < sumEnergy - sumLost
        left = mid
    else
        right = mid
Print(mid)
```

Thank you