

Ta có:  $n = \prod_0^k p_i^{e_i}$

- Trong đó:  $k+1$  là số ước nguyên tố của  $n$  và  $p_i$  là ước nguyên tố thứ  $i$  của  $n$

Với  $n$  lên tới  $10^{14}$ , ta chỉ có thể duyệt được tối đa  $\sqrt{n}$ . Nếu ta lọc các số nguyên tố từ  $[1, \sqrt{n}]$  thì có thể vẫn bỏ sót một ước lớn hơn  $\sqrt{n}$ . Ví dụ:  $n = 2 \cdot 2 \cdot 31 = 124$ . Do  $\sqrt{n} = 5$  nên ta sẽ bỏ mất ước nguyên tố lớn nhất là 31

Vì vậy, ta phải duyệt theo cách khéo léo hơn, đó là rút gọn các ước nguyên tố từ nhỏ tới lớn, khi rút gọn hết các ước nhỏ hơn  $\sqrt{n}$ , phần còn dư nếu có chắc chắn là ước nguyên tố lớn nhất.

Ví dụ:  $n = 2 \cdot 2 \cdot 31 = 124 \Rightarrow 2 \cdot 31 \Rightarrow 31$

Đoạn mã sau sẽ mô phỏng thuật toán trên:

```
def largest_prime_divisor(n):
    primes = get_prime(1, sqrt(n)) // get primes in range [1, sqrt(n)]
    p = n
    ans = -1
    for prime in primes:
        while p > 1 and p % prime == 0:
            p /= prime
            ans = max(ans, prime)

    if p > 1 and p != n:
        ans = p
    return p
```