

THUẬT TOÁN

Phương pháp Xuống thang tìm trị riêng trội tiếp theo

Input: Ma trận A

Output: lamda, vector riêng v

Chương trình chính:

Bước 1: Nhập dữ liệu đầu vào

Bước 2: Khởi tạo $lap = 1$

Bước 3: Dùng gói kt() và các gói chuanhoa(), dk() để kiểm tra các trường hợp

- TH1: Trị riêng trội đơn, thực
- TH2: Trị riêng trội đơn, thực, trái dấu
- TH3: Trị riêng trội phức liên hợp

Bước 4: Sau khi dùng phương pháp lũy thừa tìm giá trị riêng trội thì dùng gói xuongthang1() nếu là TH1 và dùng gói xuongthang2() cho TH2 để tìm ma trận A mới. Sau đó lại dùng lũy thừa để tìm trị riêng và vector riêng trội tiếp theo

- Nếu $TH == 1$ thì dùng gói TH1_solve() để tìm trị riêng và vector riêng trội
- Nếu $TH == 2$ thì dùng gói TH2_solve() để tìm trị riêng và vector riêng trội
- Nếu $TH == 3$ thì dùng gói TH3_solve() để tìm trị riêng và vector riêng trội và dùng thuật toán

Bước 5: Đặt $lap = lap + 1$

Bước 6: Thiết lập điều kiện dừng

- Nếu $lap == n$ nghĩa là tìm đủ n giá trị riêng trội thì dừng thuật toán
- Nếu không thoả mãn thì quay lại bước 3

Gói chuanhoa() để chuẩn hoá vector được lưu vào cột m của ma trận B

Input: ma trận B, m

Output: B[i][m] //cột m của ma trận B

Bước 1: Tính $max = \max (| B[i][m] |)$ với $i = \overline{0, n - 1}$

Bước 2: Với $i = \overline{0, n - 1}$ thì $B[i][m] = B[i][m] / max$

Gói tính điều kiện dk()

Input: ma trận B, h1, h2

Output: dk(B, h1, h2)

Bước 1: Khởi tạo biến $temp = |B[0][h1] - B[0][2]|$

Bước 2: Với $i = \overline{0, n-1}$, tính:

$$temp = \max |B[i][h1] - B[i][2]|$$

Bước 3: Đưa ra giá trị temp đã tính ở bước 2

Gói kiểm tra trường hợp kt()

Input: A

Output: TH

Bước 1: Khởi tạo mảng B trống và đặt vector ban đầu

for $i = 0$ to $n-1$: $B[i][0] = 1$

Bước 2: Tính 2 vector đầu để đưa vào 3 cột đầu của B

for $k = 1$ to 2 :

for $i = 0$ to n :

$$B[i][m] = \sum A[i][j] * B[j][m-1]$$

Bước 3: Đặt $m = 2$

Bước 4: Dùng vòng lặp while để tìm TH với $\epsilon = 1e-6$

while (true)

{

$m = m + 1$;

tinh(A, m, B) //tìm cột thứ m của B

Nếu $dk(B, m, m-1) < \epsilon$ thì TH = 1 và kết thúc vòng lặp while

Nếu $dk(B, m, m-2) < \epsilon$ thì TH = 2 và kết thúc vòng lặp while

Nếu lặp $m > 100$ lần mà không có 2 dấu hiệu trên thì TH = 3 và kết thúc vòng lặp while

}

Gói xuống thang cho TH1 xuongthang1()

Input: ma trận A, B

Output: ma trận A mới

Bước 1: Tính và chuẩn hoá vector cột m của B

for $i = 0$ to n :

$$B[i][m] = \sum A[i][j] * B[j][m - 1]$$

Chuanhoa(B,m)

Bước 2: Tạo ma trận theta

Khởi tạo ma trận theta: $\text{theta}[i][j] = 0$ với $i, j = \overline{0, n - 1}$

Tìm vị trí $k = i$ sao cho tại đó $B[i][m] = 1$

Tại vị trí đường chéo và j khác k thì vị trí đó có giá trị bằng 1

Xét cột thứ k của ma trận theta và i khác k thì vị trí đó có giá trị bằng $-B[i][m]$

Bước 3: Tính ma trận A mới bằng $\text{theta} * A$

Gói xuống thang cho TH2 xuongthang2()

Input: ma trận A, vector $v1, v2$

Output: ma trận A mới

Bước 1: Xuống thang lần 1 cho ma trận A và vector $v1$ bằng gói xuongthang1()

Bước 2: Tính vecto $v2 = \text{theta} * v2$

Bước 3: Chuẩn hóa vector $v2$

Tìm GTLN của $|v[i]|$ và đặt $\text{max} = \max(|v[i]|)$ với $i = \overline{0, n - 1}$

Với $i = \overline{0, n - 1}$ thì $v[i] = v[i] / \text{max}$

Bước 4: Xuống thang lần 2 cho ma trận A và vector $v2$ bằng gói xuongthang1()

Gói xử lý TH1 (TH1_solve)

Input: ma trận A

Output: lamda, vector v

Bước 1: Tính ma trận B với i hàng và m cột

Bước 2: Tìm GTLN của $|B[i][m]|$ và đặt giá trị đó là temp và lưu vị trí đó là $u = i$

Bước 3: Tính $lamda = B[u][m] / B[u][m - 1]$

Bước 4: Tính vector riêng $v[i] = B[i][m] / temp$ với $i = \overline{0, n - 1}$

Bước 5: Thực hiện xuống thang bằng gói xuongthang1() để tìm ma trận mới

Gói xử lý TH2 (TH2_solve)

Input: ma trận A

Output: lamda1, lamda2, vector v1, vector v2

Bước 1: Tính ma trận B với i hàng và m cột

Bước 2: Tính lamda 1 và lamda 2

$$lamda1 = \text{sqrt}(B[0][m] / B[0][m - 2])$$

$$lamda2 = -lamda1$$

Bước 3: Tìm vector riêng v1[i] và v2[i] với $i = \overline{0, n - 1}$

$$v1[i] = B[i][m] + lamda1 * B[i][m - 1]$$

$$v2[i] = B[i][m] + lamda2 * B[i][m - 1]$$

Bước 4: Thực hiện xuống thang 2 lần bằng gói xuongthang() để tìm ma trận mới

Bước 5: lặp = lặp + 2

Gói xử lý TH3 (TH3_solve)

Input: ma trận A

Output: lamda1, lamda2, vector v1, v2

Bước 1: Tính ma trận B với i hàng và m cột

Bước 2: Tính hệ số lamda1 và lamda2 bằng cách giải pt bậc 2 nghiệm phức

$$a = B[0][m - 1] * B[1][m - 2] - B[1][m - 1] * B[0][m - 2]$$

$$b = B[0][m - 2] * B[1][m] - B[1][m - 2] * B[0][m]$$

$$c = B[0][m] * B[1][m - 1] - B[1][m] * B[0][m - 1]$$

$$delta = b * b - 4 * a * c$$

Khi đó lamda1 và lamda2 được tính theo công thức

$$lamda1 = -\frac{b}{2*a} + sqrt\left(-\frac{delta}{2*a}\right) i$$

$$lamda2 = -\frac{b}{2*a} - sqrt\left(-\frac{delta}{2*a}\right) i$$

Bước 3: Tính vector riêng v1 và v2

for i = 0 to n-1:

$$v1[i] = B[i][m+1] - deta * \frac{B[i][m]}{B[0][m]} - sqrt\left(-delta * \frac{B[i][m]}{B[0][m]}\right) i$$

$$v2[i] = B[i][m+1] - deta * \frac{B[i][m]}{B[0][m]} + sqrt\left(-delta * \frac{B[i][m]}{B[0][m]}\right) i$$

Gặp trị riêng phức thì thuật toán sẽ dừng ở đây