TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI
VIỆN TOÁN ỨNG DỤNG VÀ TIN HỌC
…….□□□……

BÁO CÁO MÔN

GIẢI TÍCH SỐ

Đề tài:

Giải phương trình phi tuyến f(x) = 0 bằng phương pháp chia đôi

Giảng viên: TS. Hà Thị Ngọc Yến

Nhóm thực hiện: 5

Nguyễn Công Hiếu	20195016
Nguyễn Văn Triển	20195934
Mai Xuân Tuấn	20195938
Phạm Văn Thành	20195918
Trịnh Văn Hưng	20195883
Nguyễn Hoàng Lương	20195899

MỤC LỤC:

THÀNH VIÊN NHÓM BÁO CÁO:

1. **Nguyễn Văn Triển**(MSSV 20195934):
   - Nhóm trưởng;
   - Thiết kế và chạy chương trình (code);
   - Thiết kế và chạy slide;
   - Đóng góp ý tưởng;
   - Hỗ trợ thuyết trình;
2. **Phạm Văn Thành** (MSSV 20195918):
   - Thuyết trình bài giảng;
   - Thiết kế và chạy chương trình (code);
   - Thiết kế và chạy slide;
   - Đóng góp ý tưởng bài giảng;
3. **Nguyễn Công Hiếu** (MSSV 21095016):
   - Thiết kế và chạy slide;
   - Đóng góp ý tưởng bài giảng;
   - Hỗ trợ thuyết trình;
4. **Mai Xuân Tuấn** (MSSV 20195988);
   - Đóng góp ý tưởng;
   - Tìm kiếm tư liệu bài giảng;
5. **Trịnh Văn Hưng** (MSSV 20195883):
   - Đóng góp ý tưởng;
   - Hỗ trợ thuyết trình;
6. **Nguyễn Hoàng Lương** (MSSV 20195899);
   - Trình bày và hoàn thành báo cáo;

Đặt vấn đề: Xét bài toán sau: Giải phương trình phi tuyến f(x) = 0, với f(x) liên tục trên khoảng (a,b). Trong thực tế, việc tính đúng được nghiệm của phương trình là rất khó khăn. Thậm chí có thể không tính được nghiệm chính xác bằng các phép toán thông thường. Khi đó, ta chỉ có thể tính xấp xỉ được nghiệm với một độ chính xác cho trước. Có rất nhiều phương pháp cho phép ta làm điều này. Ở đây chúng ta sẽ tập trung vào phương pháp chia đôi (Bisection Method).

I. Nghiệm và khoảng cách ly nghiệm:

I.1. Nghiệm của phương trình:

Định nghĩa: Nghiệm α của 1 phương trình f(x) = 0 là giá trị thỏa mãn f(α) = 0.

VD: x=1, x=2 là nghiệm của phương trình x^2 - 3x + 2 =0.

Áp dụng vào trong đồ thị hàm số, ta thấy rằng giá trị α cũng chính là giao điểm của trục hoành với đồ thị C của hàm số f(x).

I.2. Khoảng cách ly nghiệm (hay khoảng phân ly nghiệm):

Khái niệm: Giả sử phương trình phi tuyến f(x) = 0 có nghiệm. Khoảng cách ly nghiệm của phương trình là khoảng (a;b) chứa đúng một nghiệm của phương trình.

VD: phương trình ln(x) = 1 có 1 nghiệm là x = $e \approx 2.7182$. Như vậy khoảng cách ly nghiệm của phương trình là (2;3).

Ta có định lý sau: Nếu f(x) liên tục, đơn điệu trên (a;b) và f(a).f(b) < 0 thì (a;b) là khoảng cách ly nghiệm của phương trình f(x) = 0. Nói cách khác, nếu f(x) liên tục trên [a;b], f'(x) không đổi dấu trên (a;b) và f(a).f(b) < 0 thì (a,b) là khoảng cách lý nghiệm của phương trình.

Như vậy để nhận biết khoảng cách ly nghiệm của phương trình ta có 2 cách: khảo sát hàm số và vẽ đồ thị.

VD: Tìm một khoảng cách ly nghiệm của phương trình: $x^3 - 3x + 1 = 0$

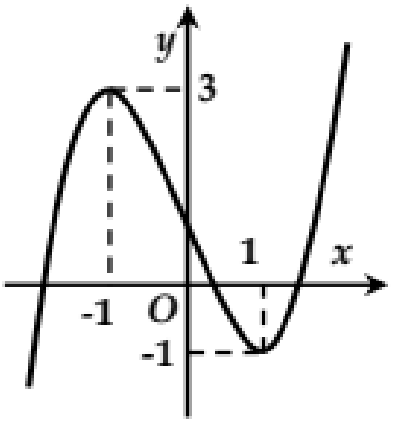
Giải: Xét $f(x) = x^3 – 3x + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 – 3$. Từ đó ta có bảng khảo sát hàm:

x		-1		1	
F(x)	+	0	-	0	+

Xét khoảng (-2;-1) có $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (-2;-1)$ và $f(-2).f(-1) < 0$

Vậy (-2;-1) là khoảng cách ly nghiệm của phương trình trên.a

Sử dụng đồ thị ta cũng có được (-2;-1) là khoảng cách ly nghiệm của phương trình.



Chú ý: Chiều ngược lại không đúng. Phương trình $x^3 – x^2 - x + 1 = 0$ có khoảng cách ly nghiệm là (0;2) (theo định nghĩa) nhưng $f(0).f(2) > 0$.

Dễ thấy các phương trình trên có thể giải ra nghiệm bằng các công thức toán học đã biết. Tuy nhiên trong thực tế, không phải phương trình nào cũng giải được như vậy. Ngoài ra, việc áp dụng vào trong đời sống, kỹ thuật,… đòi hỏi các số liệu chính xác, do đó những giá trị như $\sqrt{2}$, e, π,… cần phải quy ra số cụ thể (như 3.1412,…). Để có thể thuận tiện cho

việc tính xấp xỉ được nghiệm của phương trình, chúng ta có thể áp dụng phương pháp chia đôi.

II. Phương pháp chia đôi (Bisection method):

- Nguyên tắc của phương pháp này là thu hẹp dần khoảng cách ly của phương trình đến một khoảng nhất định, từ đó áp dụng công thức sai số tính xấp xỉ ra giá trị nghiệm.
- Điều kiện để thực hiện phương pháp này bao gồm:
  + (a;b) là khoảng cách ly nghiệm.
  + f(x) liên tục.
  + f(x) trái dấu tại 2 đầu mút.

2.1: Các bước thực hiện phương pháp chia đôi:

Bài toán: Cho phương trình f(x) = 0 có khoảng cách ly nghiệm ban đầu là (a,b). Tìm giá trị xấp xỉ của nghiệm trong khoảng cách ly đó.

- Tính c = $\frac{a+b}{2}$
- Đặt z = f(c)
- Kiểm tra điều kiện thuật toán:
  + Nếu z = 0 => x =c là một nghiệm của phương trình. Kết thúc thuật toán.
  + Nếu z.f(a) < 0 => x ∈ (a;c). Đặt b=c và quay lại bước đầu.
  + Nếu z.f(a) > 0 => x ∈ (c;b). Đặt a=c và quay lại bước đầu

Tiếp tục chia khoảng như trên cho đến khi ta có nghiệm xấp xỉ x_0 thỏa mãn

$|x - x_0| < \varepsilon$ với ε là độ chính xác cho trước.

2.2: Xây dựng thuật toán:

INPUT: Phương trình f(x), khoảng cách ly nghiệm (a,b) và độ chính xác ε.

OUTPUT: Nghiệm xấp xỉ x của phương trình.

THUẬT TOÁN:

B1: Đặt a_0 = a, b0 = b

B2: Tính c = $\frac{a+b}{2}$ và đặt x_0 = c.

/* Kiểm tra điều kiện của z*/

B3: Nếu z = 0 đến bước 7.

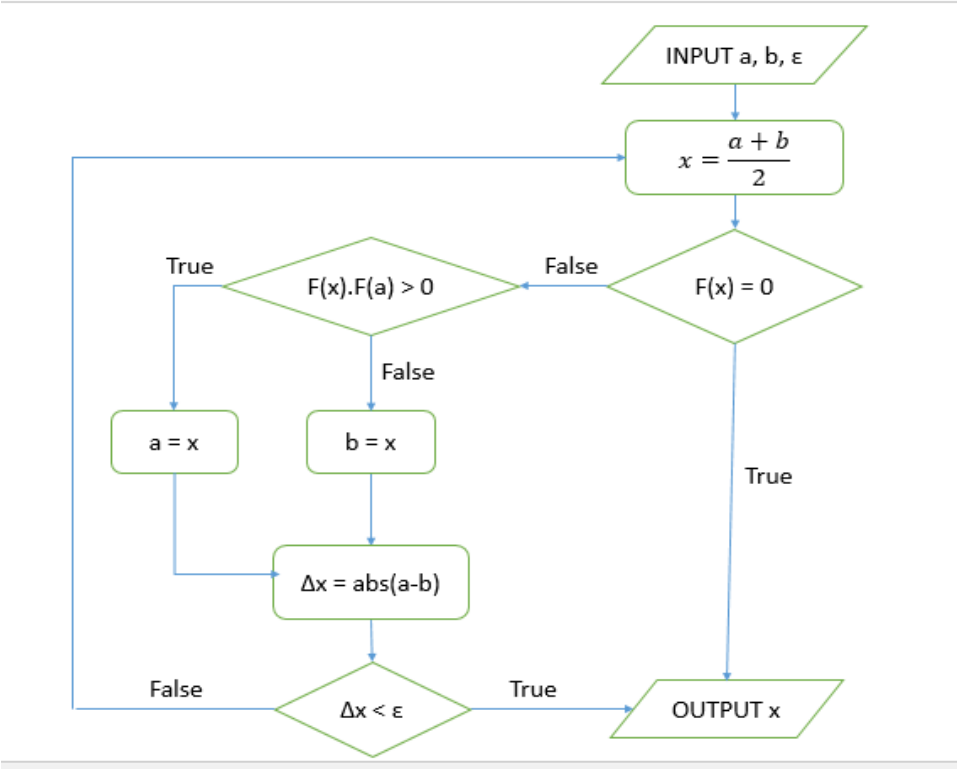
B4: Nếu z.f(a) < 0, gán b = c. Đến bước 6

B5: Nếu z.f(a) > 0, gán a = c. Đến bước 6

B6: Nếu | b-a | > ε thì quay về bước 1.

B7: Nghiệm xấp xỉ cần tìm là x = c.

Thuật toán có thể được biểu diễn đơn giản thông qua sơ đồ sau:



VD: Áp dụng phương pháp chia đôi tính nghiệm xấp xỉ của phương trình

$x^3 + 3x^2 - 3 = 0$ với độ chính xác $\varepsilon = 10^{-3}$, biết khoảng cách ly nghiệm là (-3,-2)

Giải:

Ta có: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 3$. $f'(x) = 3x^2 + 6x$

Vậy $f'(x) = 0$ ⇔ $x = 0$ hoặc $x = 2$

Bảng biến thiên:

x		-2		0	
f'(x)	+	0	-	0	+

Ta có f’(x) > 0 với mọi x ∈ (-3,-2). Đồng thời f(-3).f(-2) = -3.1 = -3 <0

=> (-3,-2) là khoảng cách ly nghiệm của phương trình.

Áp dụng phương pháp chia đôi ta có:

+) $c_1 = \frac{a+b}{2} = \frac{(-3)+(-2)}{2} = -2,5$

=> $f(c_1).f(a) = f(-2,5).f(-3) = 0,125.(-3) < 0$

=> $b = c_1$. Khoảng cách ly nghiệm là: (-3;-2,5)

Tính | (-2,5) – (-3) | < 10^{-3} => tiếp tục thuật toán.

+) $c_2 = \frac{a+b}{2} = \frac{(-3)+(-2,5)}{2} = -2,75$

=> $f(c_2).f(a) = f(-2,5).f(-3) = 3,328 > 0$

=> $a = c_2$. Khoảng cách ly nghiệm là: (-2,75;-2,5)

Tính | (-2,5) – (-2,75) | < 10^{-3} => tiếp tục thuật toán.

+) $c_3 = \frac{a+b}{2} = \frac{(-2,75)+(-2,5)}{2} = -2,625$

=> $f(c_3).f(a) = f(-2,625).f(-2,75) = 0,4615 >0$

=> $a = c_3$. Khoảng cách ly nghiệm là: (-2,625;-2,5)

Tính | (-2,5) – (-2,625) | < 10^{-3} => tiếp tục thuật toán.

+) $c_4 = \frac{a+b}{2} = \frac{(-2,625)+(-2,5)}{2} = -2.5625$

=> $f(c_4).f(a) = f(-2.5625).f(-2,5) = 0,0529 > 0$

=> a = c_4. Khoảng cách ly nghiệm là: (-2,5625;-2,5)

Tính | (-2,5) – (-2,5625) | < 10^{-3} => tiếp tục thuật toán.

+) $c_5 = \frac{a+b}{2} = \frac{(-2,5625)+(-2,5)}{2} = -2,53125$

=> $f(c_5).f(a) = f(-2,53125).f(-2,5) = -0,0004309 < 0$

=> b = c_5. Khoảng cách ly nghiệm là: (-2,5625;-2,53125)

Tính | (-2,5625) – (-2,53125) | < 10^{-3} => tiếp tục thuật toán.

+) $c_6 = \frac{a+b}{2} = \frac{(-2,5625)+(-2,53125)}{2} = -2,546875$

=> $f(c_6).f(a) = f(-2,546875).f(-2,5625) = 0,007730025 > 0$

=> a = c_6. Khoảng cách ly nghiệm là: (-2,546875;-2,53125)

Tính | (-2,546875) – (-2,53125) | < 10^{-3} => tiếp tục thuật toán.

+) $c_7 = \frac{a+b}{2} = \frac{(-2,546875)+(-2,53125)}{2} = -2,539063$

=> $f(c_7).f(a) = f(-2,539063).f(-2,546875) = 0,001726557 > 0$

=> a = c_7. Khoảng cách ly nghiệm là: (-2,539063;-2,53215)

Tính | (-2,539063) – (-2,53215) | < 10^{-3} => tiếp tục thuật toán.

+) $c_8 = \frac{a+b}{2} = \frac{(-2,539063)+(-2,53125)}{2}$ = -2,535156

=> f(c_8).f(a) = f(-2,535156).f(-2,539063) =0,00035346 > 0

=> a = c_8. Khoảng cách ly nghiệm là: (-2,535156;-2,53215)

Tính | (-2,535156) – (-2,53215) | < 10^{-3} => tiếp tục thuật toán.

+) $c_9 = \frac{a+b}{2} = \frac{(-2,535156)+(-2,53215)}{2}$ = -2,533203

=> f(c_9).f(a) = f(-2,533203).f(-2,535156) = 0,000056102 > 0

=> a = c_9. Khoảng cách ly nghiệm là: (-2,533203;-2,53215)

Tính | (-2,533203) – (-2,53215) | < 10^{-3} => tiếp tục thuật toán.

+) $c_{10} = \frac{a+b}{2} = \frac{(-2,533203)+(-2,53215)}{2}$ = -2,532227

=> f(c_{10}).f(a) = f(-2,532227).f(-2,53215) = 0,0000025097 > 0

=> a = c_{10}. Khoảng cách ly nghiệm là: (-2,532227;-2,53215)

Tính | (-2,532227) – (-2,53215) | > 10^{-3} => kết thúc thuật toán.

Vậy nghiệm xấp xỉ của phương trình: $x^3 + 3x^2 - 3 = 0$ là

x = -2,532227

* Việc tính toán giá trị của thuật toán có thể tóm gọn trong bảng sau:

a	b	c	f©	f(a)	f©.f(a)	|b-a|
-3	-2	-2.5	0.125	-3	-0.375	0.5
-3	-2.5	-2.75	-1.11	-3	3.328125	0.25
-2.75	-2.5	-2.625	-0.42	-1.1094	0.461517	0.125
-2.625	-2.5	-2.563	-0.13	-0.416	0.052916	0.0625
-2.5625	-2.5	-2.531	0.003	-0.1272	-0.00043	0.03125
-2.5625	-2.531	-2.547	-0.06	-0.1272	0.00773	0.01563
-2.5469	-2.531	-2.539	-0.03	-0.0608	0.001727	0.00781
-2.5391	-2.531	-2.535	-0.01	-0.0284	0.000353	0.00391
-2.5352	-2.531	-2.533	-0	-0.0124	5.61E-05	0.00195
-2.5332	-2.531	-2.532	-0	-0.0045	2.51E-06	0.00098

2.3: Đánh giá sai số:

Giả sử ta đặt x* là nghiệm. Ta có:

Bước 0: $\Delta = |x^* - x_0| \le \frac{b-a}{2^{n+1}}$, $\Delta_{x0} = \frac{b-a}{2^{n+1}}$;

Bước 1: $\Delta = |x^* - x_1| \le \frac{b-a}{2^{n+1}}$, $\Delta_{x1} = \frac{b-a}{2^{n+1}}$;

……

Bước n: $\Delta = |x^* - x_n| \le \frac{b-a}{2^{n+1}}$, $\Delta_{xn} = \frac{b-a}{2^{n+1}}^1$;

Như vậy, ta có sai số tuyệt đối: $err = \Delta_{xn} = \frac{b-a}{2^{n+1}}$

Mặt khác ta kiểm tra sự hội tụ về nghiệm:

$$|x^* - x_n| \le (b-a)/2^{n+1} \Rightarrow |x^* - x_n| \le \frac{b-a}{2^{n+1}} = 0$$

$$\Rightarrow |x^* - x_n| = 0$$

Vậy dãy x_n hội tụ về nghiệm x* của phương trình n ra vô cùng.

2.4: Số phép tính cần thực hiện:

Với phương pháp chia đôi, ta còn có thể tính được số lần lặp lại của thuật toán:

$$\text{err} = \Delta_{xn} = \frac{b-a}{2^{n+1}} \Rightarrow 2^{n+1} = \frac{b-a}{err} \Rightarrow n = \frac{b-a}{err} - 1$$

III. Chương trình (Code) kiểm tra phương pháp chia đôi: (Sử dụng ngôn ngữ lập trình Python)

3.1:Đối với công thức tiên nghiệm:

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""bisection_1.ipynb

Automatically generated by Colaboratory.

Original file is located at

https://colab.research.google.com/drive/16htYqqs_SRLxHOFAgoHblO3B11rdC9IX
"""
```


```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""bisection_1.ipynb

Automatically generated by Colaboratory.

Original file is located at

https://colab.research.google.com/drive/16htYqqs_SRLxHOFAgoHblO3B11rdC9IX
"""
```

#Tiên nghiệm
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math
from numpy.lib import scimath
import timeit
def f(x):
    return np.log(3 * x) + pow(2, x) - 2 * x -2

# Vẽ đồ thị hàm số
plt.xlabel("Giá trị x biến thiên")
plt.ylabel("Giá trị y biến thiên")
plt.title("Đồ thị hàm số của phương trình f(x) ")
x = np.linspace(0,3.5 , 1000)
plt.plot(x, f(x))
plt.plot(0, 0, '+')
plt.plot(0, )
plt.grid()
plt.show()

# Bisection method
def bisection():
    def try_():
        print("-----------------------------------------------
---------------------")
    print("Bạn có muốn sử dụng lại chương trình bisection method không? Yes/No? Y/N?")
        request = str(input())
        a = request.upper()
        if (a == 'YES' or a == 'Y'):
            bisection()
        elif (a == 'NO' or a == 'N'):
      print("Cảm ơn. Hẹn gặp lại ♥ ")
    try:
    print("Khoảng cách ly nghiệm là khoảng sao trong khoảng a, b có duy nhất 1 nghiệm của
phương trình")
        print("Xác định cận dưới a của khoảng cách ly nghiệm. ")
        a = float(input("a = "))
        print("Xác định cận trên b của khoảng cách ly nghiệm. ")
        b = float(input("b = "))
        print("Độ chính xác epsilon.")
        eps = float(input("epsilon = "))
    except:
        print("-----------------------------------------------
---------------------")
        print("Yêu cầu xác định lại khoảng cách ly nghiệm hoặc
epsilon (số thực).")
        print("Vui lòng xác định lại.")
        bisection()
    else:
```

```
        if (a >= b  or eps >= 1 or eps <= 0):
            print("-----------------------------------------
-------------------------")
            print("Yêu xác định lại a < b và 0 < epsilon < 1.")
            bisection()
        elif (f(a) * f(b) >= 0):
            print("-----------------------------------------
-------------------------")
            print("Khoảng cách ly nghiệm không hợp lệ yêu cầu
xác định lại.")
            try_()
                    #Vì đã kiểm tra điều kiện nghiêm ngặt của a,
b ở trên nên chắc chắn rằng a thỏa mãn khoảng cách ly
        elif ( f(a)*f((a+b)/2) == 0):
            print("Nghiệm gần đúng của phưởng trình là:
",((a+b)/2))
      print("Số lần lặp là: 1 lần")
            try_()
            #Bisection-Method

        else:
      #Số lần có thể phải lặp qua
            n = math.ceil(scimath.log2((b - a) / (2*eps)))
      print("Số lần lặp ước chừng khoảng: ", n, " lần")

            # làm tròn eps
            e = eps
            demss = 0
            while e < 1:
                demss += 1
                e *= 10


            count = 0
      print("{0:^15}|{1:^15}|{2:^15}|{3:^15}|{4:^15}|{5:^15}|{6:^15}".format("Số lần lặp",
"a", "b", "c", "f(a)",

"f(b)", "f(c)"))
            for i in range (0,n):
                c = (a + b) / 2.0
                mid = f(a) * f(c)

print("{0:^15}|{1:<15}|{2:<15}|{3:<15}|{4:<15}|{5:<15}|{6:<15}".
format(count, round(a, demss),

round(b, demss),

round(((a + b) / 2), demss),

round(f(a), demss),
```

```
round(f(b), demss),

round(f((a + b) / 2), demss)))
                if (mid > 0):
                    a = c
                elif (mid < 0):
                    b = c
                else:
          print("- Số lần lặp: ", count)
                    print("=> Nghiệm gần đúng của phương trình
là: x =  ", round(c, demss))
                    try_()

                count += 1


            print("=> Nghiệm gần đúng của phương trình là: x =
", round(c, demss))
            start = timeit.default_timer()
            stop = timeit.default_timer()
            print('- Time: ', (stop - start) * 1000, "ms")
            try_()
bisection()
```

3.2: Đối với công thức hậu nghiệm:

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""Bisection_2.ipynb

Automatically generated by Colaboratory.

Original file is located at

https://colab.research.google.com/drive/1RCtc0h2GPC0eBgeVX15Q8NJ
i0gA4fCdy
"""
```

```
# Hậu nghiệm
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math
from numpy.lib import scimath
import timeit


# Nhập vào hàm số
def f(x):
    return np.log(3 * x) + pow(2, x) - 2 * x -2
```

```
# Vẽ đồ thị hàm số
plt.xlabel("Giá trị x biến thiên")
plt.ylabel("Giá trị y biến thiên")
plt.title("Đồ thị hàm số của phương trình f(x) ")
x = np.linspace(0, 3.5, 1000)
plt.plot(x, f(x))
plt.plot(0, 0, '+')
plt.grid()
plt.show()


# Bisection method
def bisection():
    def try_():
        print("-------------------------------------------------
--------------------")
    print("Bạn có muốn sử dụng lại chương trình bisection method không? Yes/No? Y/N?")
        request = str(input())
        a = request.upper()
        if (a == 'YES' or a == 'Y'):
            bisection()
        elif (a == 'NO' or a == 'N'):
      print("Cảm ơn. Hẹn gặp lại ♥ ")

    try:
    print("Khoảng cách ly nghiệm là khoảng sao trong khoảng a, b có duy nhất 1 nghiệm của
phương trình")
        print("Xác định cận dưới a của khoảng cách ly nghiệm. ")
        a = float(input("a = "))
        print("Xác định cận trên b của khoảng cách ly nghiệm. ")
        b = float(input("b = "))
        print("Độ chính xác epsilon.")
        eps = float(input("epsilon = "))
    except:
        print("-------------------------------------------------
--------------------")
        print("Yêu cầu xác định lại khoảng cách ly nghiệm hoặc
epsilon (số thực).")
        print("Vui lòng xác định lại.")
        bisection()
    else:
        if (a >= b or eps >= 1 or eps <= 0):
            print("-------------------------------------------
------------------------")
            print("Yêu xác định lại a < b và epsilon < 1 và khác
epsilon >.")
            bisection()
        elif (f(a) * f(b) >= 0):
```

```
            print("-------------------------------------------
-------------------------")
            print("Khoảng cách ly nghiệm không hợp lệ yêu cầu
xác định lại.")
            bisection()
            # Vì đã kiểm tra điều kiện nghiệm ngặt của a, b ở
trên nên chắc chắn rằng a thỏa mãn khoảng cách ly
        elif (f(a) * f((a + b) / 2) == 0):
            print("Nghiệm gần đúng của phưởng trình là: ", ((a +
b) / 2))
      print("Số lần lặp là: 1 lần")
            try_()
            # Bisection-Method



        else:
            # làm tròn eps
            e = eps
            demss = 0
            while e < 1:
                demss += 1
                e *= 10
            # Lặp đến khi sai số tuyệt đối < sai số cần tìm thì
dừng.

            count = 0
      print("{0:^15}|{1:^15}|{2:^15}|{3:^15}|{4:^15}|{5:^15}|{6:^15}".format("Số lần lặp",
"a", "b", "c", "f(a)",

"f(b)", "f(c)"))
            while ((math.fabs(b - a)/2.0)> eps):
                c = (a + b) / 2.0
                mid = f(a) * f(c)

print("{0:^15}|{1:<15}|{2:<15}|{3:<15}|{4:<15}|{5:<15}|{6:<15}".
format(count, round(a, demss),

round(b, demss),

round(((a + b) / 2), demss),

round(f(a), demss),

round(f(b), demss),

round(f((a + b) / 2), demss)))
                if (mid > 0):
                    a = c
                elif (mid < 0):
```

```
                    b = c
                else:
        print("- Số lần lặp: ", count)
                    print("=> Nghiệm gần đúng của phương trình
là: x =  ", round(c, demss))
                    try_()
                count += 1
    print("- Số lần lặp: ", count)
            print("=> Nghiệm gần đúng của phương trình là: x =
", round(c, demss))
            start = timeit.default_timer()
            stop = timeit.default_timer()
            print('- Time: ', (stop - start) * 1000, "ms")
            try_()


bisection()
```

3.3:Đối với công thức hậu nghiệm tối ưu:

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""bisection_3.pynb

Automatically generated by Colaboratory.

Original file is located at
    https://colab.research.google.com/drive/1_-
6R9xDsQdSDfVDWN26h2awVqp89DR6r
"""

# Hậu nghiệm tối ưu
'''***Với phương pháp tối ưu trên ta đã giảm được việc tính toán
f(a) và f(c).f(a) nhiều lần
 do dựa vào tính chất cùng hoặc khác phía của toán học
'''
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math
from numpy.lib import scimath
import timeit

# Nhập vào hàm số
def f(x):
    return np.log(3 * x) + pow(2, x) - 2 * x -2

# Vẽ đồ thị hàm số
plt.xlabel("Giá trị x biến thiên")
plt.ylabel("Giá trị y biến thiên")
plt.title("Đồ thị hàm số của phương trình f(x) ")
x = np.linspace(0, 3.5, 1000)
plt.plot(x, f(x))
```

```
plt.plot(0, 0, '+')
plt.grid()
plt.show()

# Bisection method
def bisection():
    def try_():
        print("-----------------------------------------------
--------------------")
    print("Bạn có muốn sử dụng lại chương trình bisection method không? Yes/No? Y/N?")
        request = str(input())
        a = request.upper()
        if (a == 'YES' or a == 'Y'):

            bisection()
        elif (a == 'NO' or a == 'N'):
      print("Cảm ơn. Hẹn gặp lại ♥ ")
    try:
        print("Xác định cận dưới a của khoảng cách ly nghiệm. ")
        a = float(input("a = "))
        print("Xác định cận trên b của khoảng cách ly nghiệm. ")
        b = float(input("b = "))
        print("Độ chính xác epsilon.")
        eps = float(input("epsilon = "))
    except:
        print("-----------------------------------------------
--------------------")
        print("Yêu cầu xác định lại khoảng cách ly nghiệm hoặc
epsilon (số thực).")
        print("Vui lòng xác định lại.")
        bisection()
    else:
        if (a > b or abs(a - b) == 0 or eps >= 1 or eps <= 0):
            print("-----------------------------------------
------------------------")
            print("Yêu xác định lại a < b và epsilon < 1 và khác
epsilon >.")
            bisection()
        elif (f(a) * f(b) >= 0):
            print("-----------------------------------------
------------------------")
            print("Khoảng cách ly nghiệm không hợp lệ yêu cầu
xác định lại.")
            bisection()
        elif ( f(a)*f((a+b)/2) == 0):
            print("Nghiệm gần đúng của phưởng trình là:
",((a+b)/2))
      print("Số lần lặp là: 1 lần")
            try_()
            #Bisection-Method
```

```
        else:
    # Tính F(a) một lần duy nhất
            f_a = f(a)
            # Gán F(a) cho mệnh đề logic
            if (f_a > 0):
                f_a = True
            else:
                f_a = False
            # làm tròn eps
            e = eps
            demss = 0
            while e < 1:
                demss += 1
                e *= 10
            # Lặp đến khi sai số tuyệt đối < sai số cần tìm thì
dừng.
     print("{0:^15}|{1:^15}|{2:^15}|{3:^15}|{4:^15}|{5:^15}|{6:^15}".format("Số lần
lặp","a","b","c","f(a)","f(b)","f(c)"))
            count = 0
            while (math.fabs(b-a)/2 >= eps):
                c = (a + b) / 2.0
                f_c = f(c)
                if (count >=0):

print("{0:^15}|{1:<15}|{2:<15}|{3:<15}|{4:<15}|{5:<15}|{6:<15}".
format(count,round(a,demss),round(b,demss),round(((a+b)/2),demss
),round(f(a),demss),round(f(b),demss),round(f((a+b)/2),demss)))
                # Gán F(c) cho mệnh đề logic
                if (f_c > 0):
                    f_c = True
                elif (f_c<0):
                    f_c = False

                else:
         print("- Số lần lặp: ", count)
                    print("=> Nghiệm gần đúng của phương trình
là: x =  ", round(c, demss))
                    try_()

                # Kiểm tra tính cùng phía của đồ thị
       if (f_a != f_c):  # =>> f(a) trái dấu với f(c)
                    b = c
         # f(a) cùng dấu với f(c)
                else:
                    a = c
                count += 1
     print("- Số lần lặp: ", count)
            print("=> Nghiệm gần đúng của phương trình là: x =
", round(c, demss))
```

```
            print("***Với phương pháp tối ưu trên ta đã giảm
được việc tính toán f(a) và f(c).f(a) nhiều lần \n do dựa vào
tính chất cùng hoặc khác phía của toán học ")
            start = timeit.default_timer()
            stop = timeit.default_timer()
            print('- Time: ', (stop - start) * 1000, "ms")
            try_()
bisection()
```

IV. Ưu, nhược điểm của phương pháp chia đôi:

- *Về ưu điểm:*
  - Dãy giá trị xấp xỉ x_n, như đã chứng minh ở trên, luôn luôn hội tụ về giá trị nghiệm đúng của phương trình.
  - Dễ hiểu và dễ cài đặt chương trình dịch.
  - Độ tin cậy cao.
  - Không có nhiều điều kiện rang buộc nên có thể giải quyết hầu hết các phương trình.
- *Về nhược điểm:*
  - Tốc độ hội tụ chậm.
  - Phụ thuộc vào sự trái dấu của 2 đầu mút của khoảng cách ly nghiệm.
  - Không thể xác định nhiều nghiệm
  - Với độ chính xác cao thì cần sử dụng nhiều vòng lặp, rất mất thời gian cũng như tài nguyên máy tính.
  - Sự hội tụ sẽ chậm hơn nếu giá trị của nghiệm nằm gần 2 đầu mút của khoảng cách ly nghiệm.