ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ THI ĐẠI HỌC NĂM 2011
MÔN TOÁN-KHỐI B

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: 1/ Khảo sát, vẽ (C) :

$m = 1 \Rightarrow y = x^4 - 4x^2 + 1$

$D = R$, $y' = 4x^3 - 8x$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hay $x = \pm\sqrt{2}$

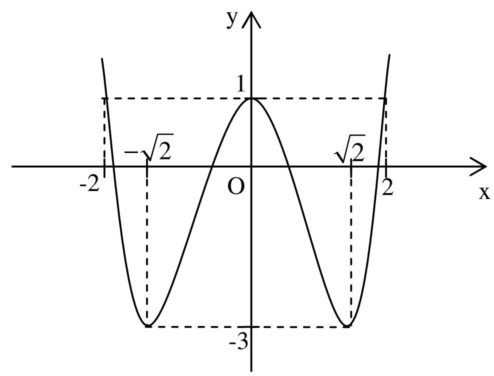
Hàm số đồng biến trên $(-\sqrt{2}\ ;\ 0)$ và $(\sqrt{2}\ ;\ +\infty)$, nghịch biến trên $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0;\ \sqrt{2})$

Hàm số đạt cực đại tại x = 0 và $y_{CĐ} = 1$, đạt cực tiểu tại $x = \pm\sqrt{2}$ và $y_{CT} = -3$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = +\infty$

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	+	0	$-$	0	+	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$



2/ $y' = 4x^3 - 4(m + 1)x$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hay $x^2 = m + 1$

Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$

Khi đó đồ thị hàm số có 3 cực trị A (0; m),

B $(\sqrt{m+1}\ ;\ -m^2 - m - 1)$; C $(-\sqrt{m+1}\ ;\ -m^2 - m - 1)$

Ta có: $OA = BC \Leftrightarrow m^2 = 4(m + 1) \Leftrightarrow m = 2 \pm 2\sqrt{2}$ (thỏa m > -1)

Câu II.

1. Phương trình đã cho tương đương :

$2\sin x\cos^2 x + \sin x\cos x = 2\cos^2 x - 1 + \sin x + \cos x$

$\Leftrightarrow \sin x\cos x\ (2\cos x + 1) = \cos x\ (2\cos x + 1) - 1 + \sin x$

$\Leftrightarrow \cos x(2\cos x + 1)(\sin x - 1) - \sin x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow \sin x = 1$ hay $\cos x(2\cos x + 1) - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$ hay $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$ hay $\cos x = -1$ hay $\cos x = \dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$ hay $x = \pi + k2\pi$ hay $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi$ $(k \in Z)$

2. Đặt $t = 3\sqrt{2+x} - 6\sqrt{2-x} \Rightarrow t^2 = 9(10 - 3x - 4\sqrt{4-x^2})$

Phương trình đã cho trở thành : $t^2 - 9t = 0 \Leftrightarrow t = 0$ hay $t = 9$

Với t = 0 : $3\sqrt{2+x} = 6\sqrt{2-x} \Leftrightarrow x = \dfrac{6}{5}$

Với t = 9 : $3\sqrt{2+x} - 6\sqrt{2-x} = 9$ (điều kiện : $-2 \le x \le 2$)

$\Leftrightarrow \sqrt{2+x} = 3 + 2\sqrt{2-x} \Leftrightarrow 2 + x = 9 + 12\sqrt{2-x} + 4(2 - x)$

$\Leftrightarrow 12\sqrt{2-x} = 5x - 15$ (vô nghiệm)

<u>Cách khác</u> : Đặt $u = \sqrt{2+x}$ và $v = \sqrt{2-x}$ $(u, v \ge 0)$, phương trình đã cho trở thành:

$$\begin{cases} 3u - 6v + 4uv = u^2 + 4v^2 & (1) \\ u^2 + v^2 = 4 & (2) \end{cases}$$

$(1) \Leftrightarrow 3(u - 2v) = (u - 2v)^2 \Leftrightarrow u = 2v$ hay $u = 2v + 3$

Với u = 2v ta có (2) $\Leftrightarrow v^2 = \frac{4}{5}$ suy ra: $2 - x = \frac{4}{5} \Leftrightarrow x = \frac{6}{5}$

Với u = 2v + 3 ta có (2) $\Leftrightarrow (2v + 3)^2 + v^2 = 4 \Leftrightarrow 5v^2 + 12v + 5 = 0$ (VN vì $v \geq 0$)

Câu III:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos^2 x} + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x\sin x dx}{\cos^2 x} = \left[\tan x\right]_0^{\frac{\pi}{3}} + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x\sin x dx}{\cos^2 x} = \sqrt{3} + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x\sin x dx}{\cos^2 x}$$

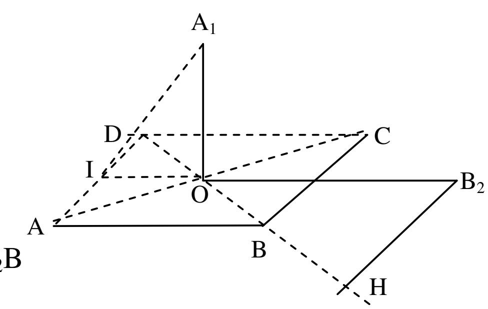
Đặt u = x => du = dx

$dv = \frac{\sin x dx}{\cos^2 x}$, chọn $v = \frac{1}{\cos x}$

$$\Rightarrow I = \sqrt{3} + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x\sin x dx}{\cos^2 x} = \sqrt{3} + \left.\frac{x}{\cos x}\right|_0^{\frac{\pi}{3}} - \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos x} = \sqrt{3} + \frac{2\pi}{3} + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x dx}{\sin^2 x - 1}$$

$$= \sqrt{3} + \frac{2\pi}{3} + \frac{1}{2}\ln\left|\frac{\sin x - 1}{\sin x + 1}\right|\Bigg|_0^{\frac{\pi}{3}} = \sqrt{3} + \frac{2\pi}{3} + \frac{1}{2}\ln\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$$

Câu IV.



Ta có : OI = $\frac{a}{2}$, ΔOIA_1 là nửa tam giác đều

$\Rightarrow A_1I = 2OI = a$

$$V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1} = a.a\sqrt{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{2}$$

Gọi B_2 là điểm chiếu của B_1 xuống mặt phẳng ABCD

Vậy d (B_1, A_1BD) chính là đường cao vẽ từ B_2 của ΔOB_2B

$$S_{(OBB_2)} = \frac{1}{2}a.\frac{1}{2}a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2}OB.B_2H$$

$$\Rightarrow B_2H = 2.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{1}{a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Câu V.

Theo giả thiết ta có $2\left(a^2+b^2\right)+ab = (a+b)(ab+2)$. Từ đây suy ra :

$$2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1 = \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)(ab+2) \text{ hay } 2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1 = a+\frac{2}{b}+b+\frac{2}{a}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có : $a+\frac{2}{b}+b+\frac{2}{a} \geq 2\sqrt{2}\left(\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}\right)$

Đặt t = $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$, ta suy ra : $2t + 1 \geq 2\sqrt{2}\sqrt{t+2} \Rightarrow 4t^2 - 4t - 15 \geq 0 \Rightarrow t \geq \frac{5}{2}$

Mặt khác: $P = 4\left(\frac{a^3}{b^3}+\frac{b^3}{a^3}\right) - 9\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}\right) = 4(t^3 - 3t) - 9(t^2 - 2) = 4t^3 - 9t^2 - 12t + 18 = f(t)$

$f'(t) = 12t^2 - 18t - 12$, $f'(t) = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{2}$ hay $t = 2$

$\Rightarrow$ Min f(t) = $-\frac{23}{4}$ khi t = $\frac{5}{2}$

Vậy min P = $-\frac{23}{4}$ khi a = 1 và b = 2 hay a = 2 và b = 1.

Câu VI.a.

1. Phương trình ON có dạng $\begin{cases} x = at \\ y = bt \end{cases}$ $(a^2 + b^2 \neq 0)$, N $(at_1; bt_1)$ và M $(at_2; bt_2)$

$N = ON \cap \Delta : at_1 - bt_1 - 4 = 0 \Leftrightarrow t_1 = \dfrac{4}{a-b}$ $(a \neq b)$

$M = ON \cap d : 2at_2 - bt_2 - 2 = 0 \Leftrightarrow t_2 = \dfrac{2}{2a-b}$ $(2a \neq b)$

Suy ra : $N\left(\dfrac{4a}{a-b}; \dfrac{4b}{a-b}\right)$, $M\left(\dfrac{2a}{2a-b}; \dfrac{2b}{2a-b}\right)$

Ta có: OM.ON = 8 $\Leftrightarrow \dfrac{4}{|a-b|}\sqrt{a^2+b^2}\dfrac{2}{|2a-b|}\sqrt{a^2+b^2} = 8 \Leftrightarrow a^2+b^2 = |a-b||2a-b|$

<u>TH1</u>: a = 0 ta có : $b^2 = b^2$, chọn b = 1 $\Rightarrow$ N (0; -4) , M (0; -2)

<u>TH2</u>: $a \neq 0$, chọn a = 1 ta được: $1 + b^2 = |(1-b)(2-b)| \Leftrightarrow 1 + b^2 = |b^2 - 3b + 2|$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b^2 - 3b + 2 = 1 + b^2 \\ b^2 - 3b + 2 = -1 - b^2 \end{array}\right. \Leftrightarrow b = \dfrac{1}{3}$. Vậy N (6; 2) ; M $\left(\dfrac{6}{5}; \dfrac{2}{5}\right)$.

<u>Cách khác</u> : Điểm $N \in d \Rightarrow N(n; 2n-2) \Rightarrow \overrightarrow{ON} = (n; 2n-2)$

Điểm $M \in \Delta \Rightarrow M(m; m-4) \Rightarrow \overrightarrow{OM} = (m; m-4)$

Nhận xét : 2 đường thẳng d và Δ nằm cùng phía đối với điểm O nên OM.ON = 8

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON} = 8 \Leftrightarrow m = 5n$ (1)

Ta có $\overrightarrow{OM}$ cùng phương với $\overrightarrow{ON} \Leftrightarrow m.n + 4n - 2m = 0$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 5n^2 - 6n = 0 \Leftrightarrow n = 0$ hay $n = \dfrac{6}{5}$

Với n = 0 thì m = 0, ta có điểm M (0; -4); N (0; -2)

Với $n = \dfrac{6}{5}$ thì m = 6, ta có điểm M (6; 2); N $\left(\dfrac{6}{5}; \dfrac{2}{5}\right)$

2. Ta có Δ cắt (P) tại I (1; 1; 1); điểm $M \in (P) \Rightarrow M(x; y; 3 - x - y)$

$\Rightarrow \overrightarrow{MI} = (1 - x; 1 - y; -2 + x + y)$. Vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{a} = (1; -2; -1)$

Ta có : $\begin{cases} \overrightarrow{MI}.\vec{a} = 0 \\ MI^2 = 16.14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1 \\ (1-x)^2 + (1-y)^2 + (-2+x+y)^2 = 16.14 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x = -3$ hay $x = 5$

Với x = -3 thì y = -7. Điểm M (4; -7; 6)

Với x = 5 thì y = 9. Điểm M (5; 9; -11)

Câu VII.a. Gọi $z = x + yi \neq 0$ với $x, y \in R$

$\bar{z} - \dfrac{5 + i\sqrt{3}}{z} - 1 = 0 \Leftrightarrow z\bar{z} - 5 - i\sqrt{3} - z = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - x - 5 - (\sqrt{3} + y)i = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$ và $y = -\sqrt{3} \Leftrightarrow$ (x = -1 và $y = -\sqrt{3}$) hay (x = 2 và $y = -\sqrt{3}$)

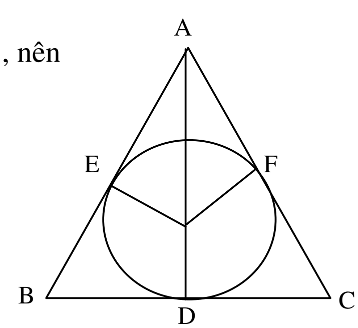
Vậy $z = -1 - \sqrt{3}i$ hay $z = 2 - \sqrt{3}i$.

Câu VI.b.

1. Ta có phương trình BD : y = 1, phương trình EF : y = 3, nên BD // EF $\Rightarrow \Delta ABC$ cân tại A

Ta có BD = BE $\Rightarrow \left(\dfrac{5}{2}\right)^2 = (x - \dfrac{1}{2})^2 + (3-1)^2$

$\Rightarrow x = 2$ hay $x = -1$ (loại) $\Rightarrow$ E (2; 3)



Đường thẳng BE cắt AD tại A nên ta có: A (3; $\frac{13}{3}$)

2. M $\in$ $\Delta \Rightarrow$ M (-2 + t; 1 + 3t; -5 – 2t)

$\overrightarrow{AB} = (-1;-2;1)$; $\overrightarrow{AM} = (t;3t;-6-2t)$; $[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}] = (t+12;-t-6;-t)$

$S_{MAB} = 3\sqrt{5} = \frac{1}{2}\left|[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}]\right| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sqrt{(t+12)^2+(-t-6)^2+t^2} = 3\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow 3t^2 + 36t = 0 \Leftrightarrow t = 0$ hay $t = -12$

Vậy M (-2; 1; -5) hay M (-14; -35; 19)

Câu VII.b. $z = \left[\dfrac{2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)}{\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)}\right]^3 = \sqrt{8}\,\dfrac{\cos\pi+i\sin\pi}{\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}}$

$$= 2\sqrt{2}\left[\cos\left(\pi-\frac{3\pi}{4}\right)+i\sin\left(\pi-\frac{3\pi}{4}\right)\right] = 2\sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right] = 2+2i$$

Vậy phần thực của z là 2 và phần ảo của z là 2.

<u>Cách khác</u> : z = $\dfrac{1+3i\sqrt{3}+9i^2+3\sqrt{3}i^3}{1+3i+3i^2+i^3} = \dfrac{4}{1-i} = 2+2i$

Vậy phần thực của z là 2 và phần ảo của z là 2.