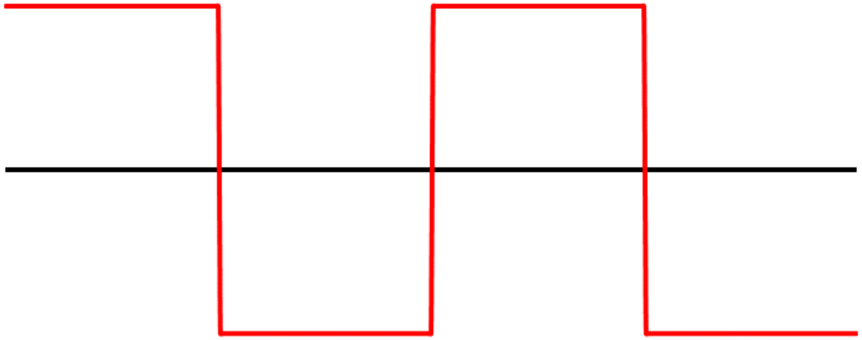
Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830)

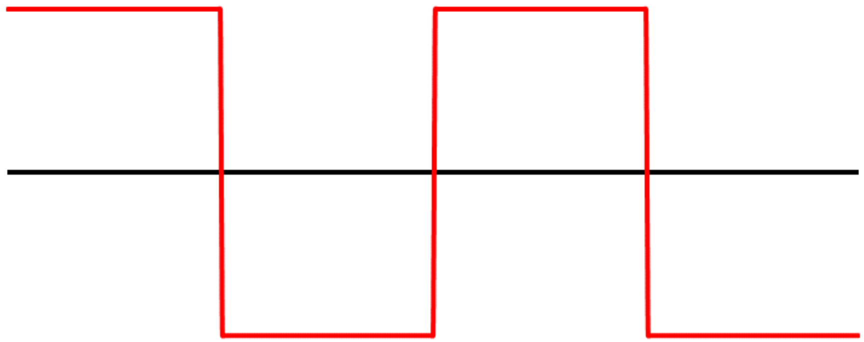
- Teve uma ideia maluca em 1807: qualquer função univariada pode ser reescrita como uma soma ponderada de senos e cossenos de diferentes frequências.

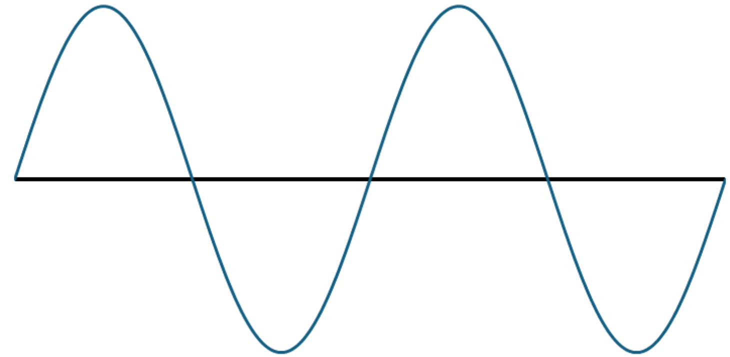
- Mas é essencialmente verdade - Série de Fourier!

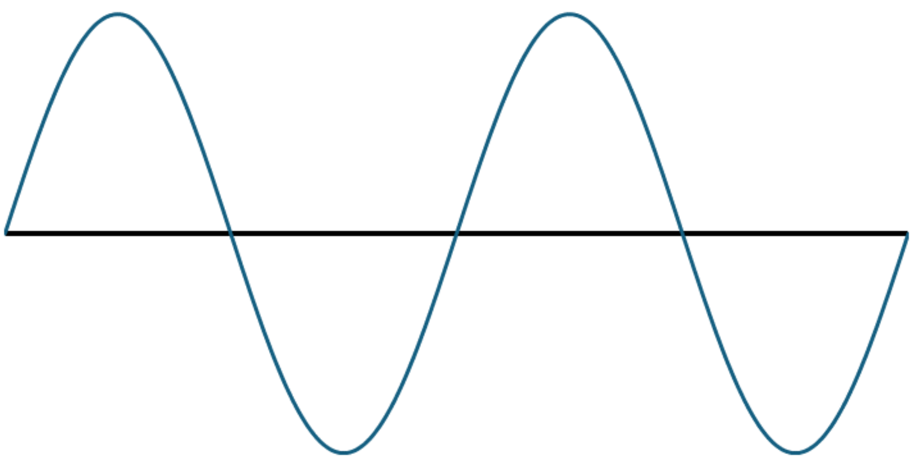


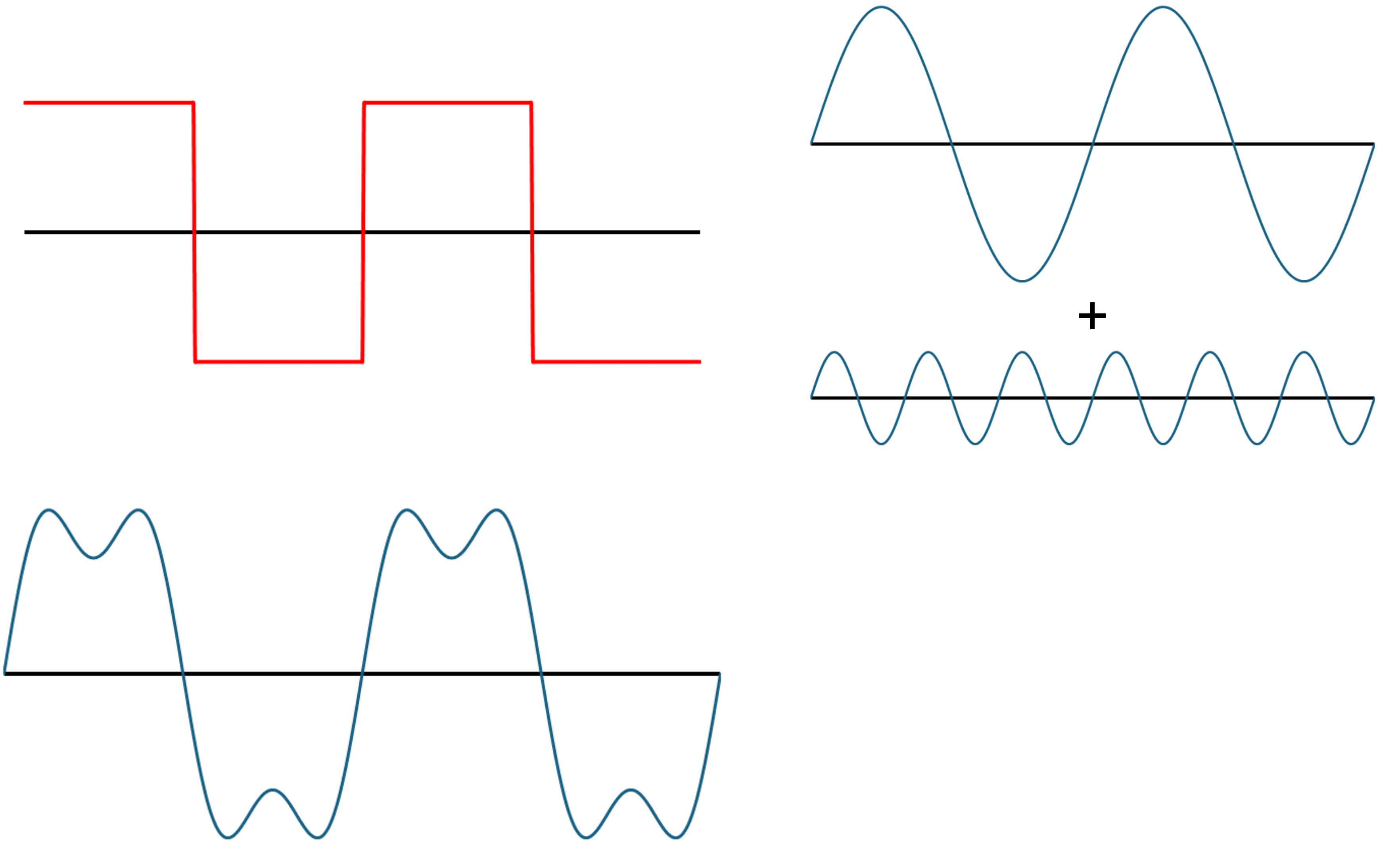
$$A * sen(\omega t + \varphi)$$

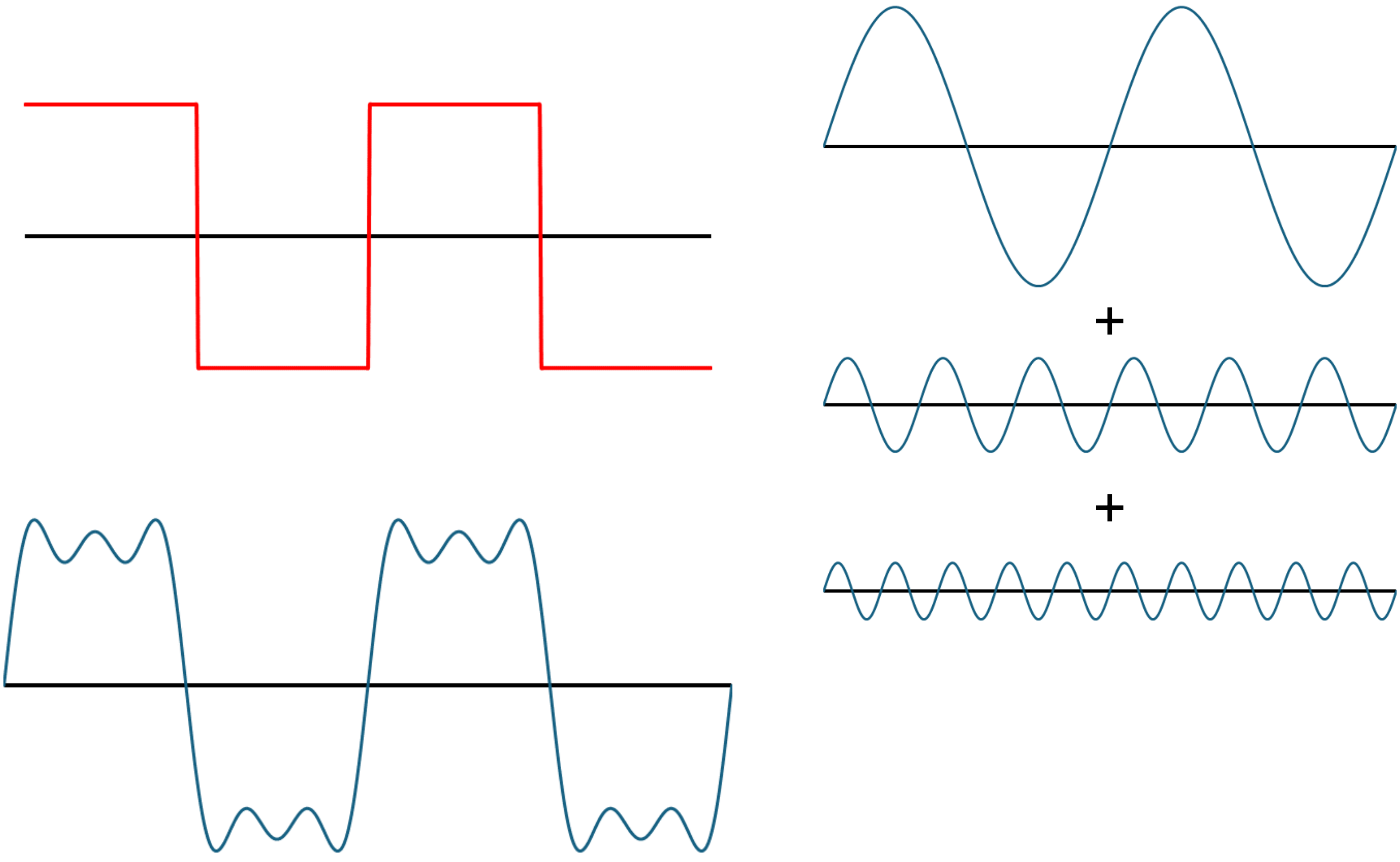
Basta adicionar quantidade suficiente para conseguir qualquer sinal ($f(x)$) que se queira!

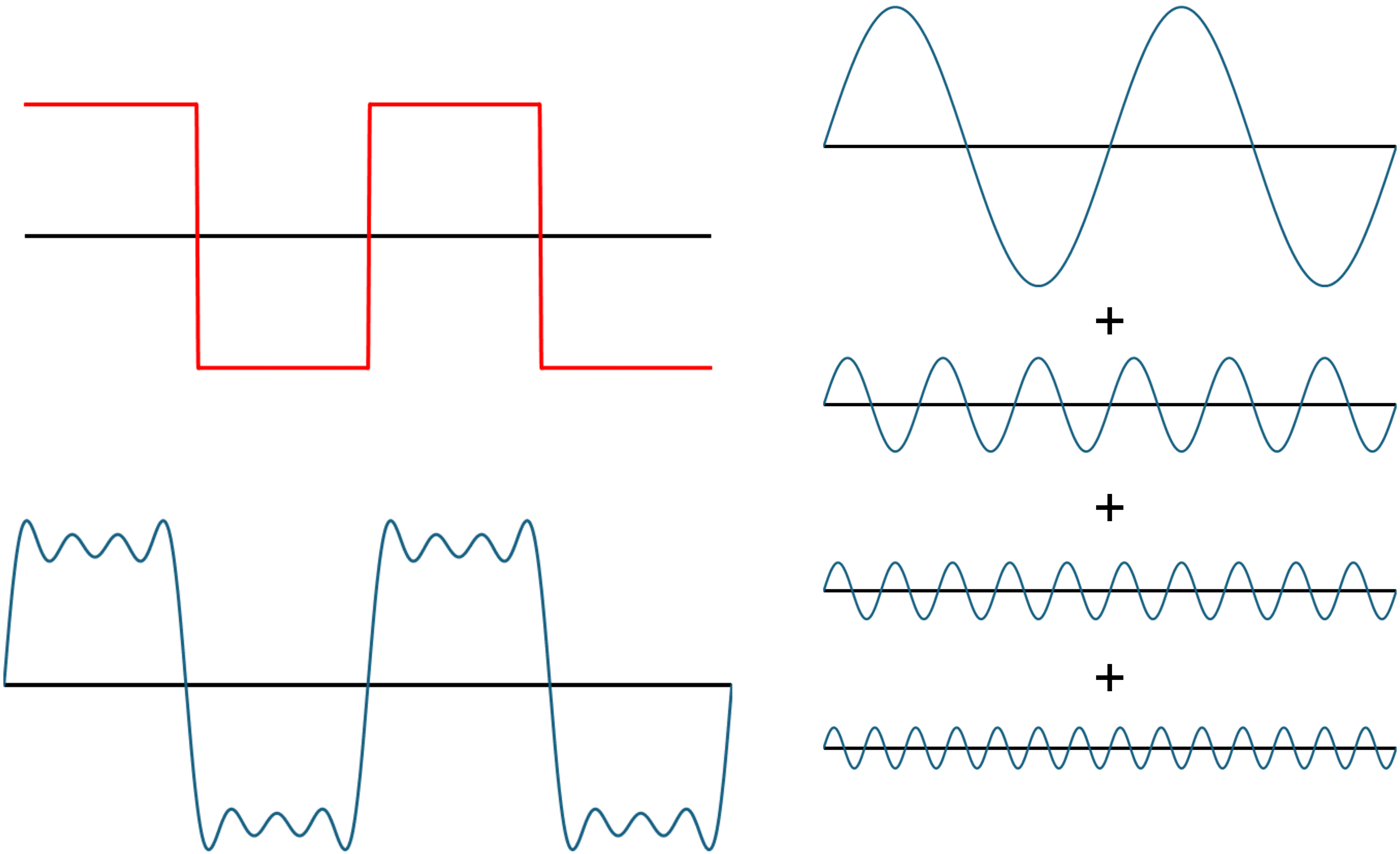


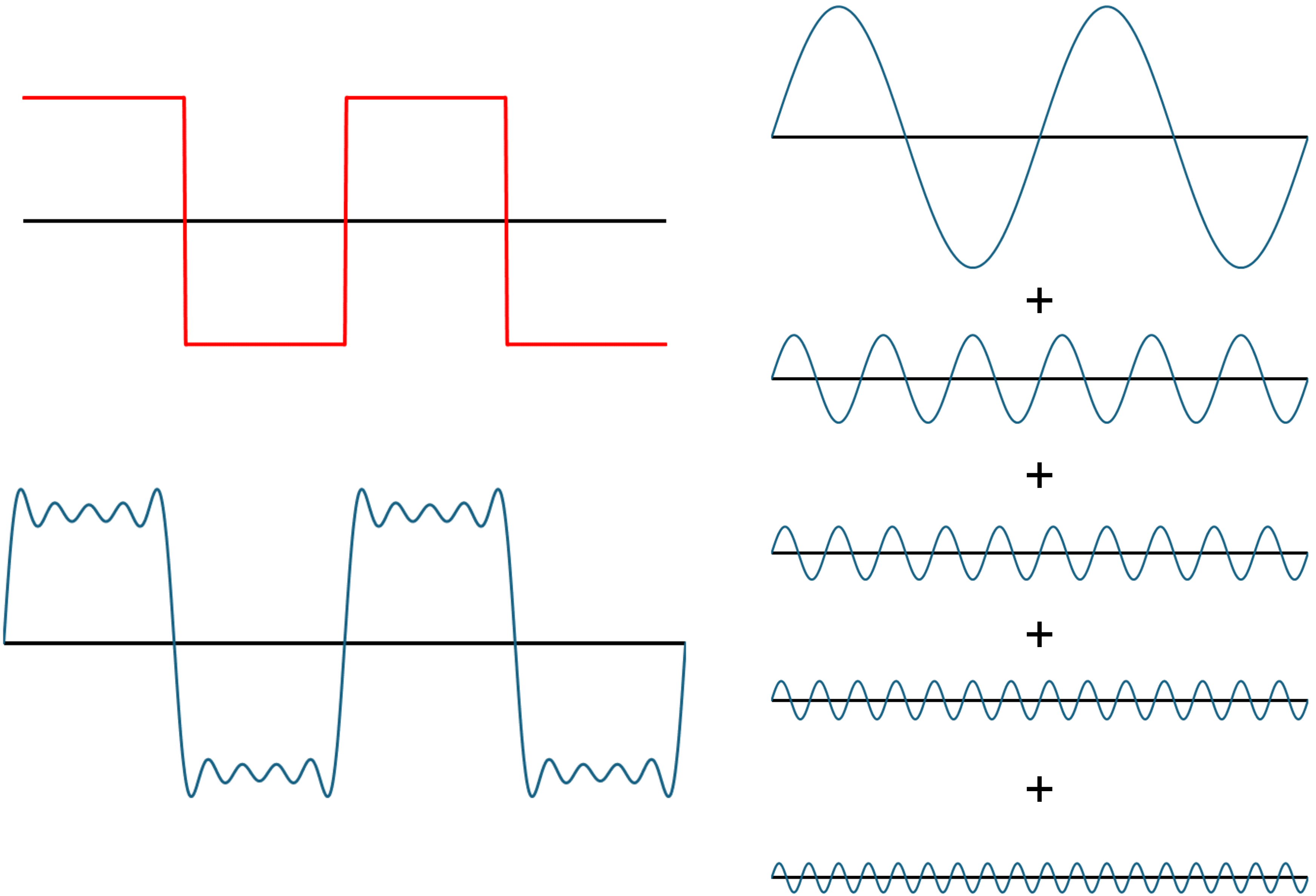


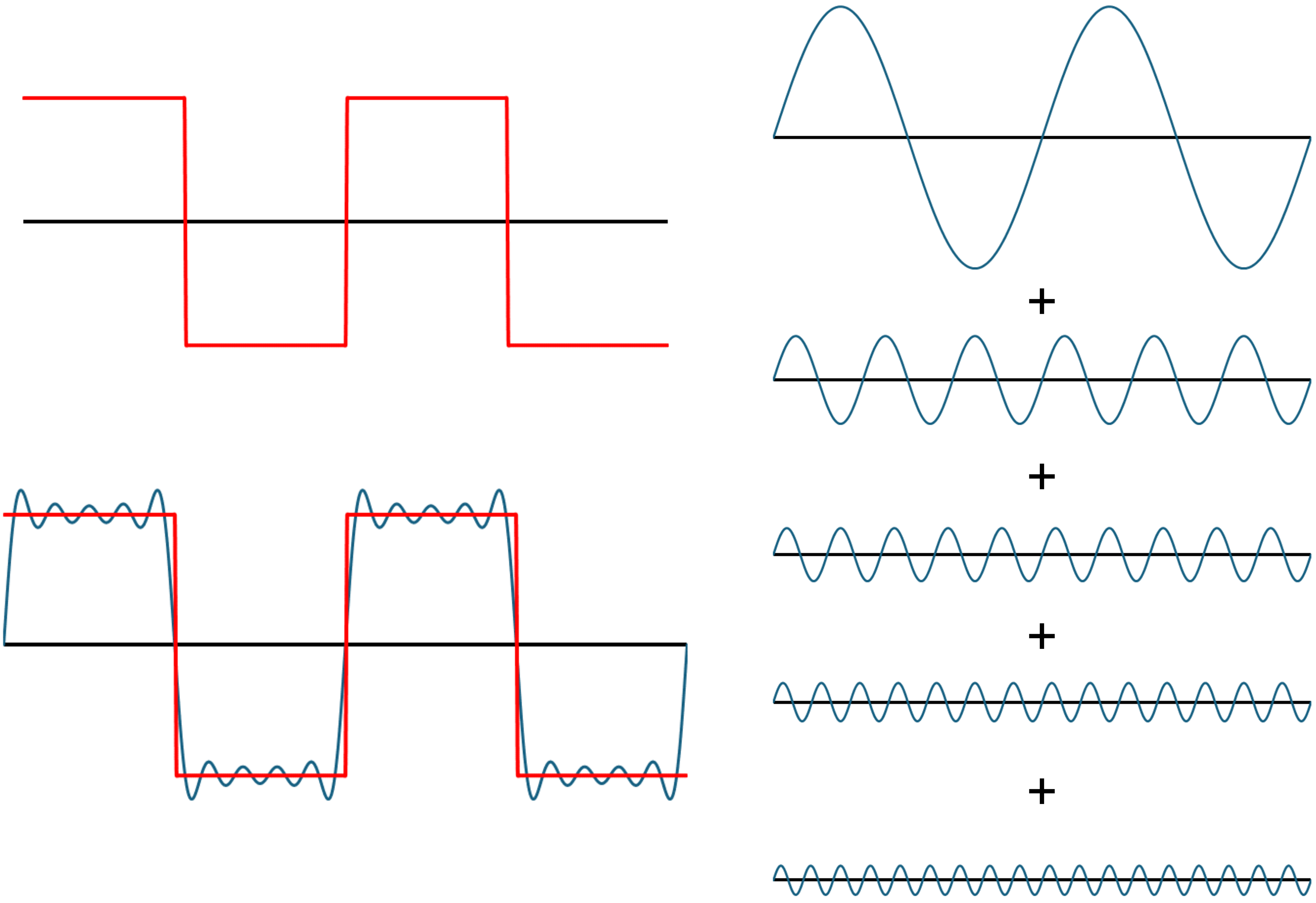








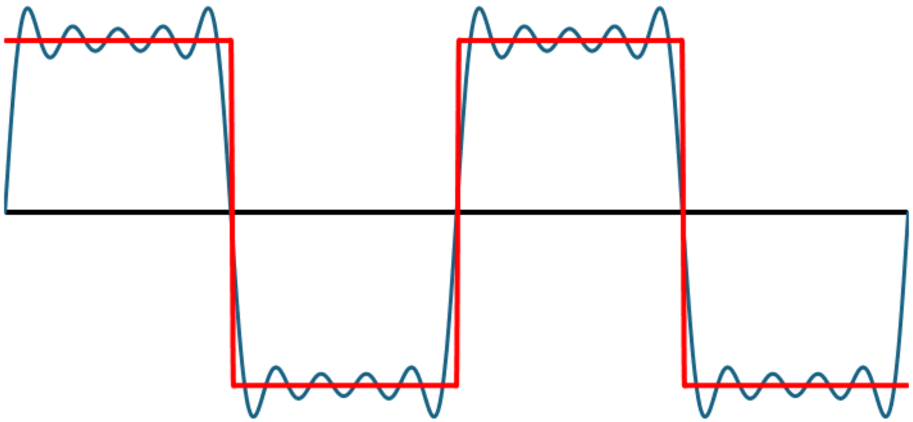


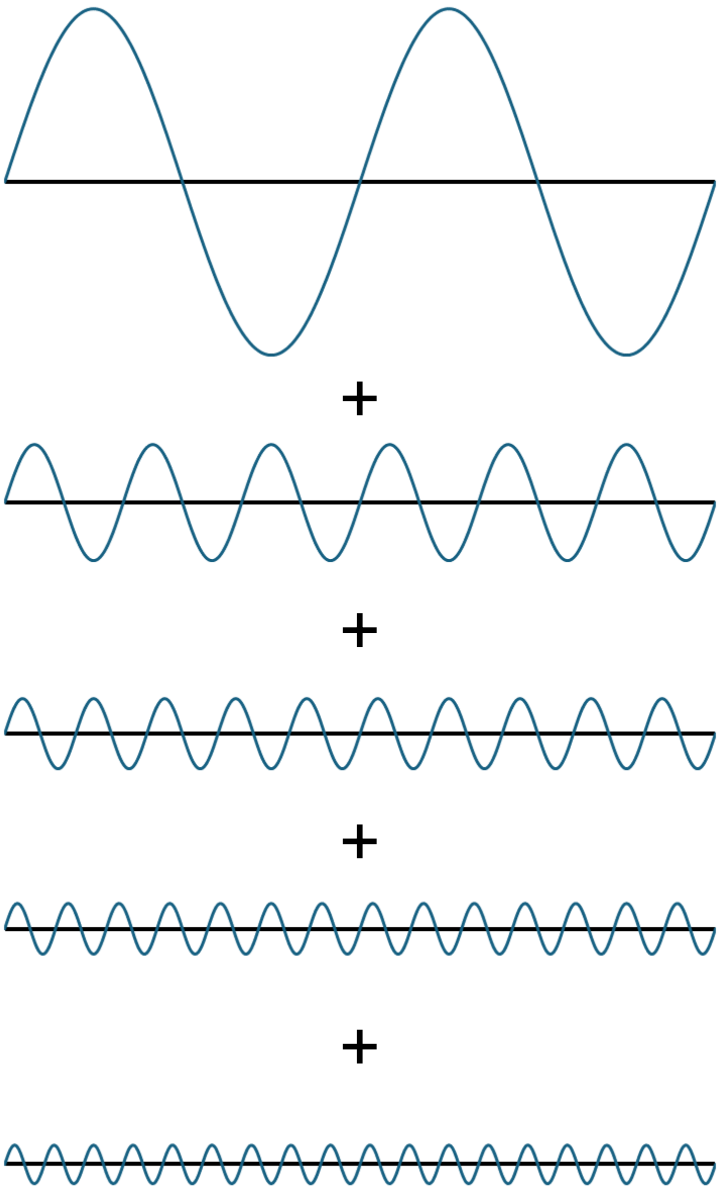


Série de Fourier

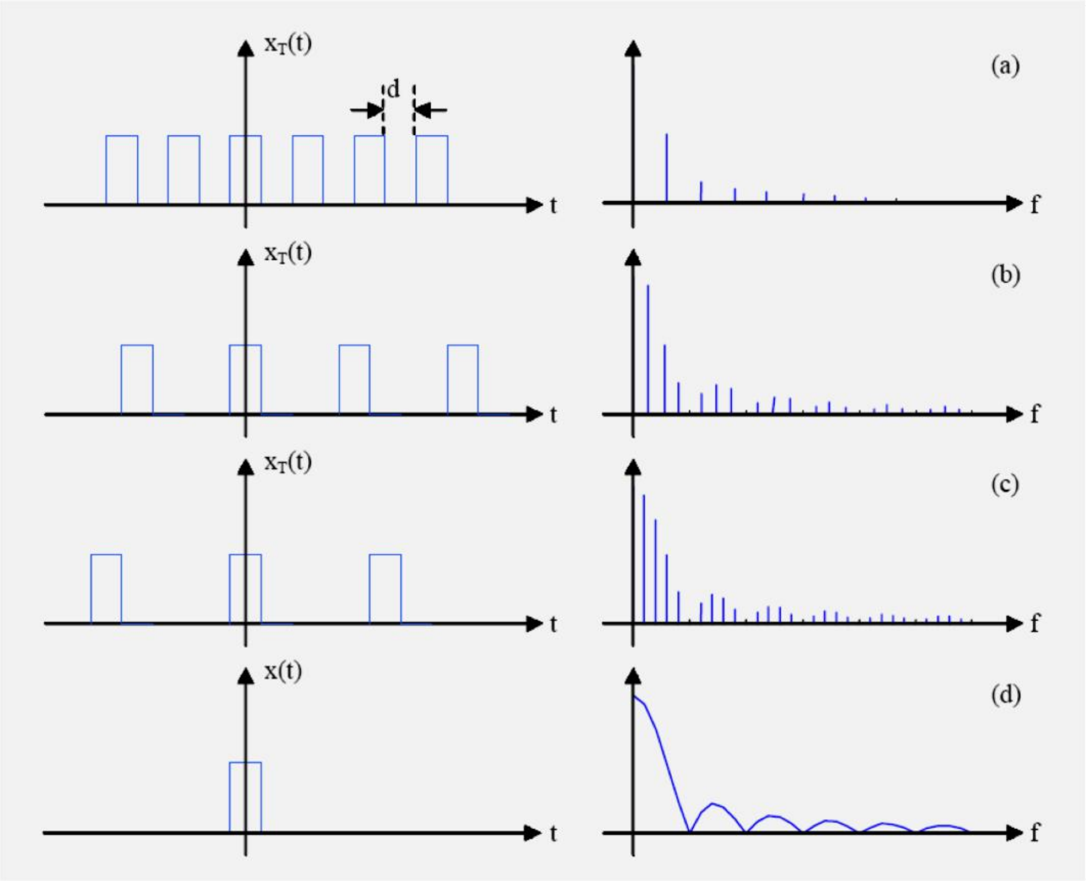
$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{i\frac{2\pi n}{T}t}$$

$$c_n = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)e^{-i\frac{2\pi n}{T}t}dt\,, n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$





Transformada de Fourier



- A TF nada mais é do que a Série de Fourier no limite em que a frequência fundamental (f_0) vai a zero;

Transformada de Fourier

- Para funções não-periódicas, considera-se o limite para quando a frequência fundamental (f_0) vai a zero;
- A medida que $f_0$diminui, o espaçamento entre os períodos da função no domínio do tempo aumentam;
- Consequentemente, o espaçamento entre os harmônicos da série de Fourier diminui, tendendo à zero (função contínua no domínio da frequência - integral);

Transformada de Fourier

- Seja $f(t)$ uma função contínua de uma variável real t;

- A Transformada de Fourier de $f(t)$ é definida por:

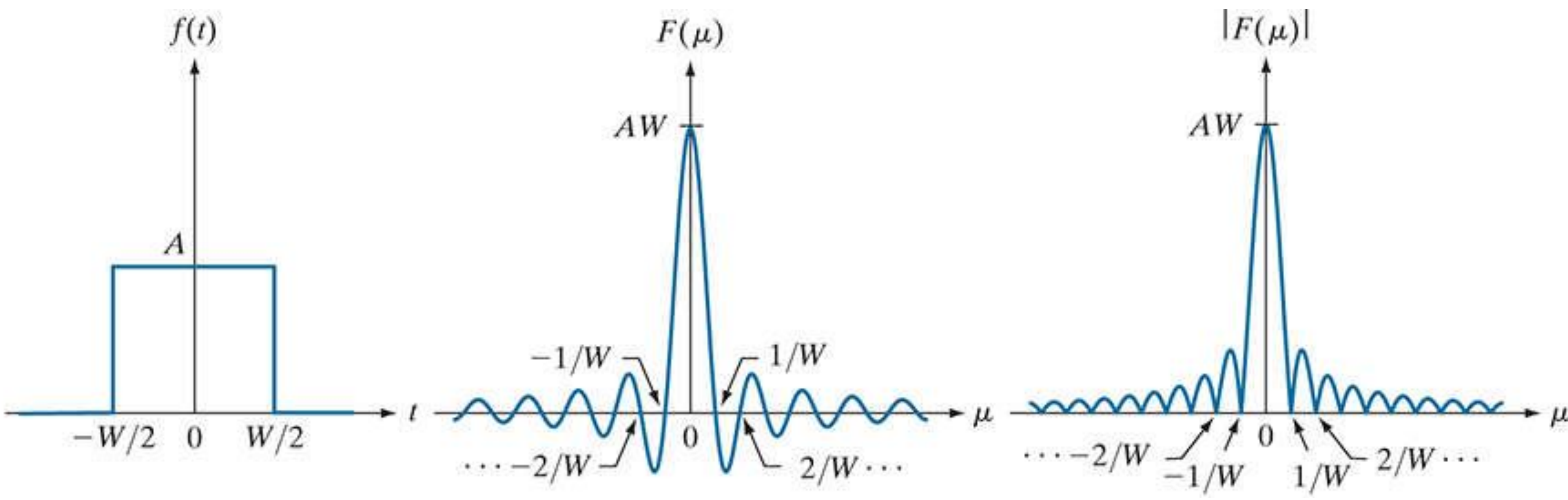
$$\mathfrak{F}\{f(t)\} = F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i2\pi ut} dt$$

- A Transformada Inversa de Fourier de $F(u)$ é definida por:

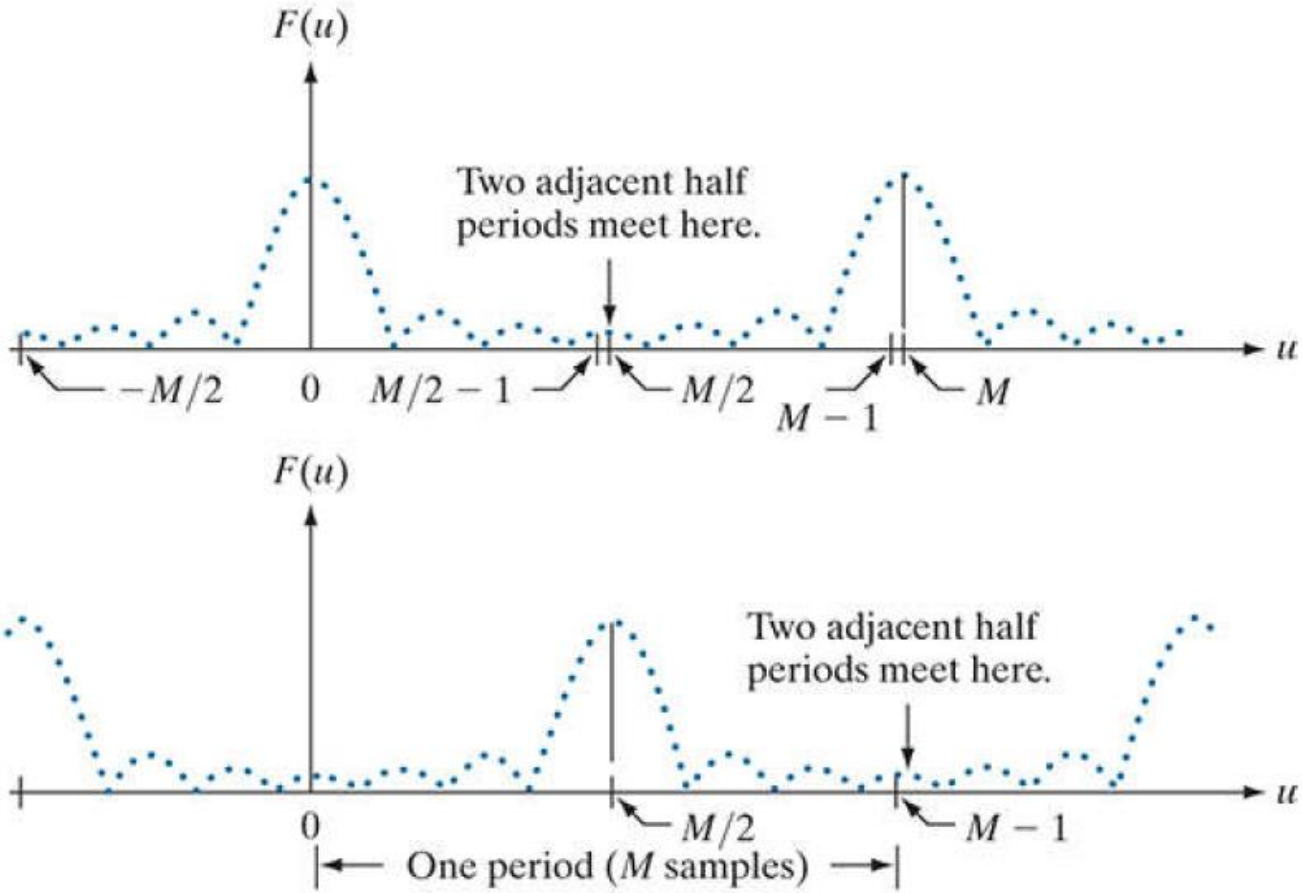
$$\mathfrak{F}^{-1}\{F(u)\} = f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u) e^{i2\pi ut} du$$

- A variável (u) é denominada variável de frequência.

TF de uma função contínua simples



Periodicidade da TF



Shift

Transformada de Fourier

- Seja $f(x, y)$ uma função contínua de duas variáveis real $x \ e \ y$;
- A Transformada de Fourier de $f(x, y)$ é definida por:

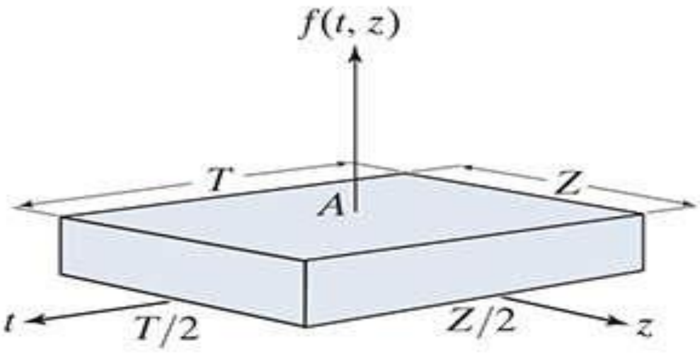
$$\mathfrak{F}\{f(x, y)\} = F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i2\pi(ux+vy)} dxdy$$

- A Transformada Inversa de Fourier de $F(u, v)$ é definida por:

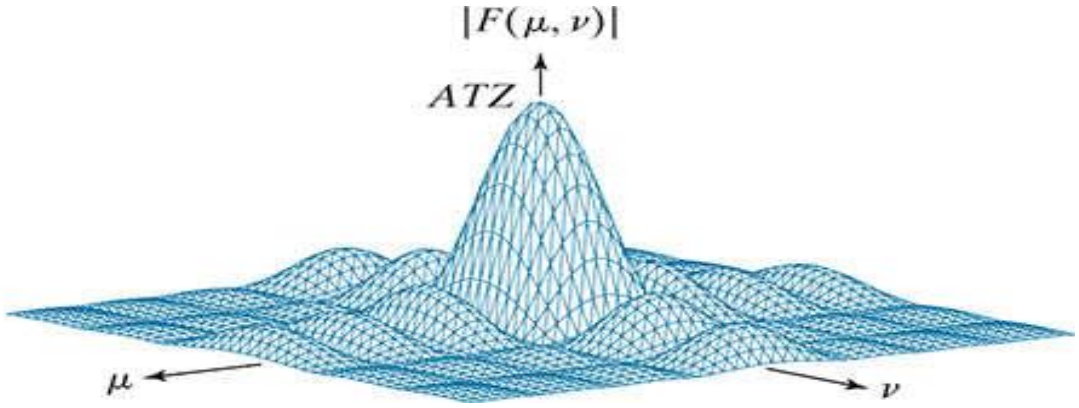
$$\mathfrak{F}^{-1}\{F(u, v)\} = f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{i2\pi(ux+vy)} dudv$$

- As variáveis ($u \ e \ v$) são denominadas variáveis de frequência.

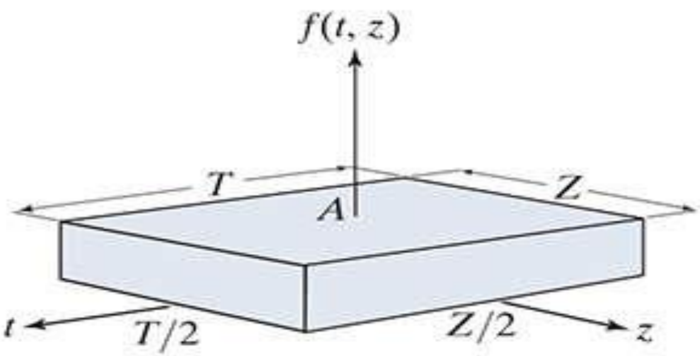
TF de uma função contínua simples (2D)



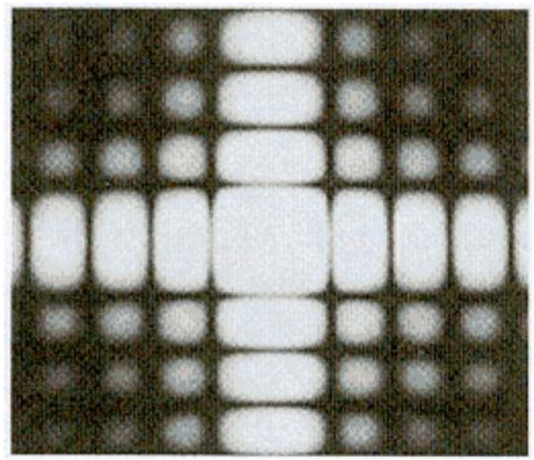
Espectro de Fourier



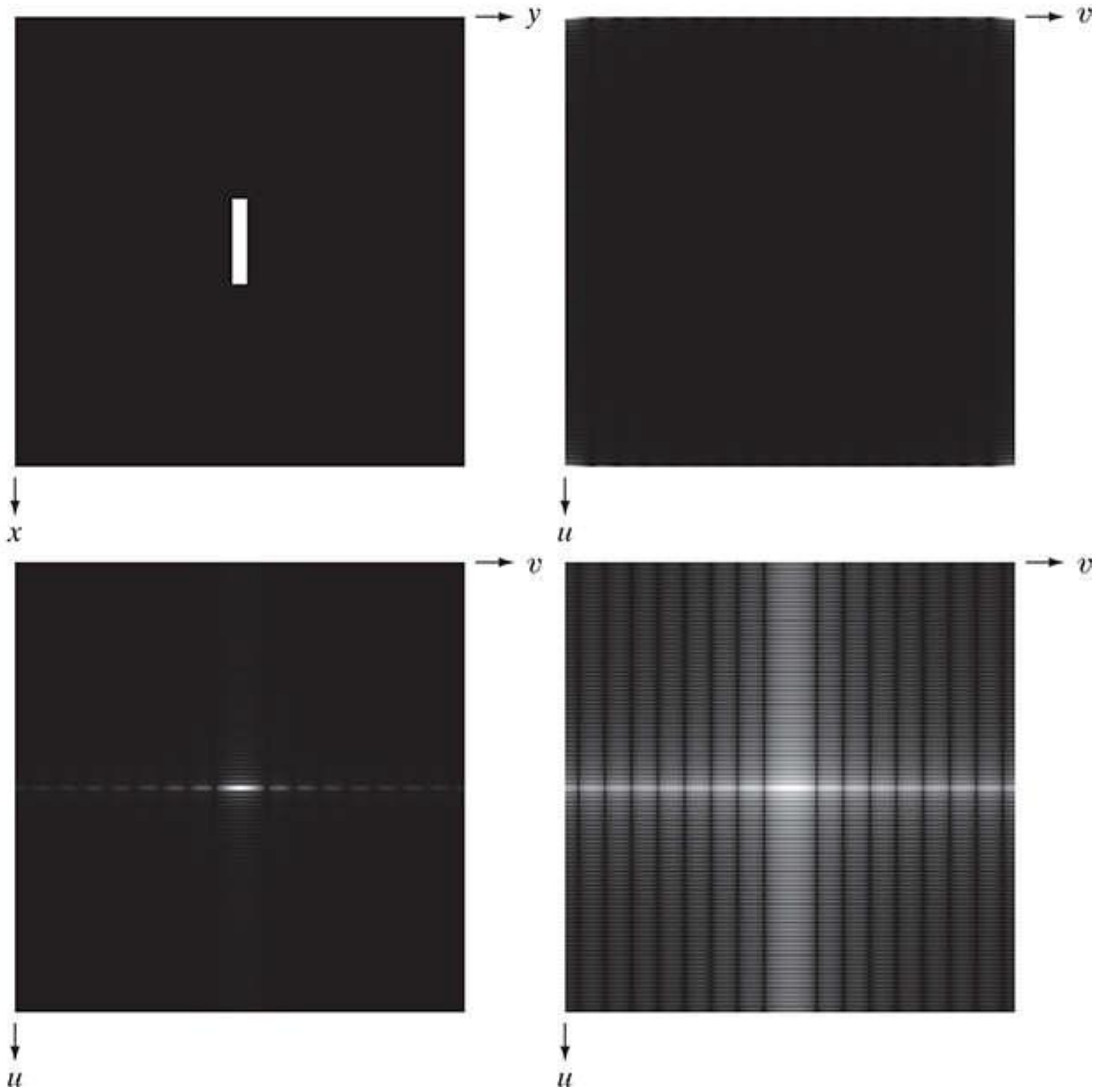
TF de uma função contínua simples (2D)



Espectro como uma
Imagem de Intensidades



Espectro de um retângulo



Espectro de um retângulo