Filtragem Espacial

- Transformação nos níveis de cinza;
- Combina a intensidade de um certo número de pixels (janela) para computar o valor da nova intensidade na imagem de saída.

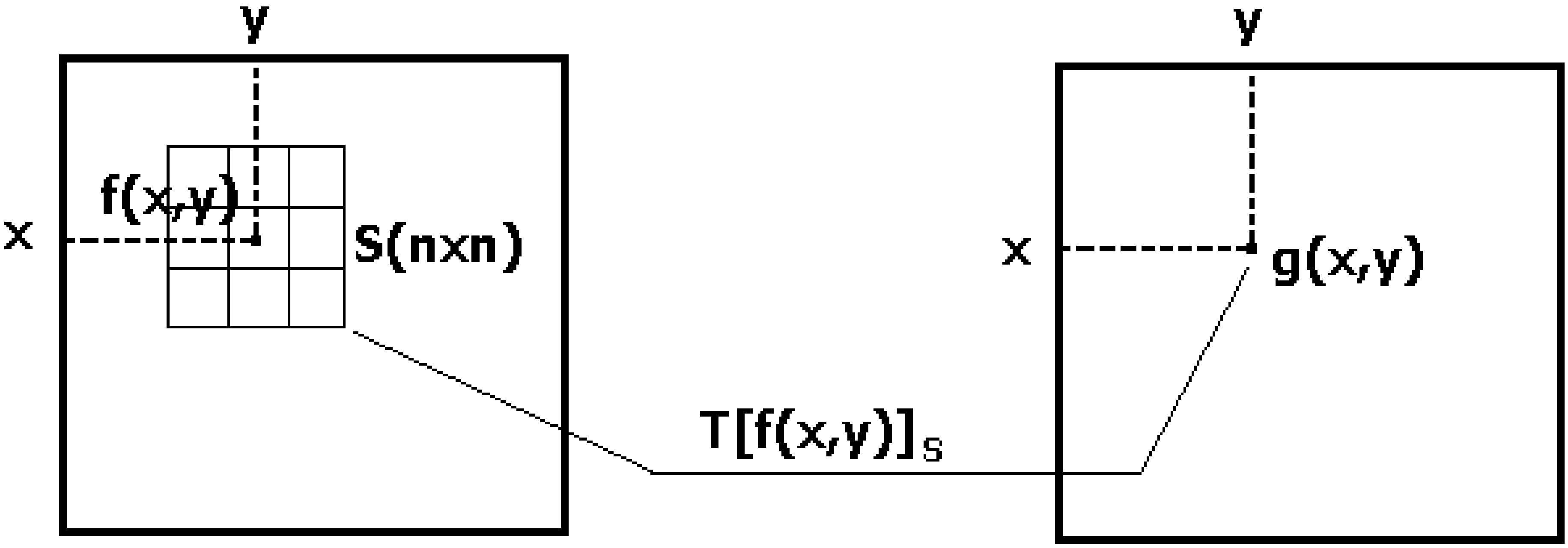


Imagem de Entrada

Imagem de Saída

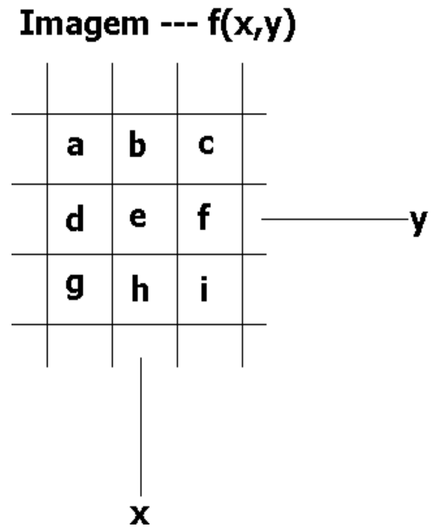
T[f(x,y)]: operação sobre todos os pixels dentro da janela S centrada em f(x,y)

Filtragem Espacial

- Convolução

$$f[x] * h[x] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f[m]h[x-m]$$

Filtragem Espacial



Template
k = 3 x 3 = 9

w_1	w_2	w_3
w_4	w_5	w_6
w_7	w_8	w_9

$a, b, c, d, e, f, g, h, i$: valores dos níveis de cinza na vizinhança de $f(x, y) = e$;
w_1 a w_9: "pesos", ou seja, valores dos níveis de cinza em cada posição do *template* ou *kernel*

O valor do pixel $g(x, y)$, na nova imagem, será dado por:

$$g(x,y) = w_1 a + w_2 b + w_3 c + w_4 d + w_5 e + w_6 f + w_7 g + w_8 h + w_9 i$$

Filtragem Passa Baixa

- Uma das aplicações da convolução espacial de uma imagem com *templates* é a **suavização** (***smoothing***) ou **filtragem passa baixa**;
- Um filtro espacial passa baixa é implementado através de uma máscara que realiza a média da vizinhança;
- Uma máscara de média é tal que seus pesos são positivos e a soma é igual a 1.

Filtragem Passa Baixa

Exemplos de alguns *templates* de filtros passa baixa:

$$\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \boxed{\frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}} \quad \frac{1}{32}\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 16 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{8}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Box Kernel

Filtro da Média

$$w(s,t) = \frac{1}{mn}$$

- Minimiza o erro quadrático na vizinhança, aproximando cada valor da média.
- Todos os pixels da vizinhança oferecem a mesma contribuição para a média.

Filtro da Média

$$w(s,t) = \frac{1}{mn}$$

3×3

$$\frac{1}{9} x \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

5×5

$$\frac{1}{25} x \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

9×9

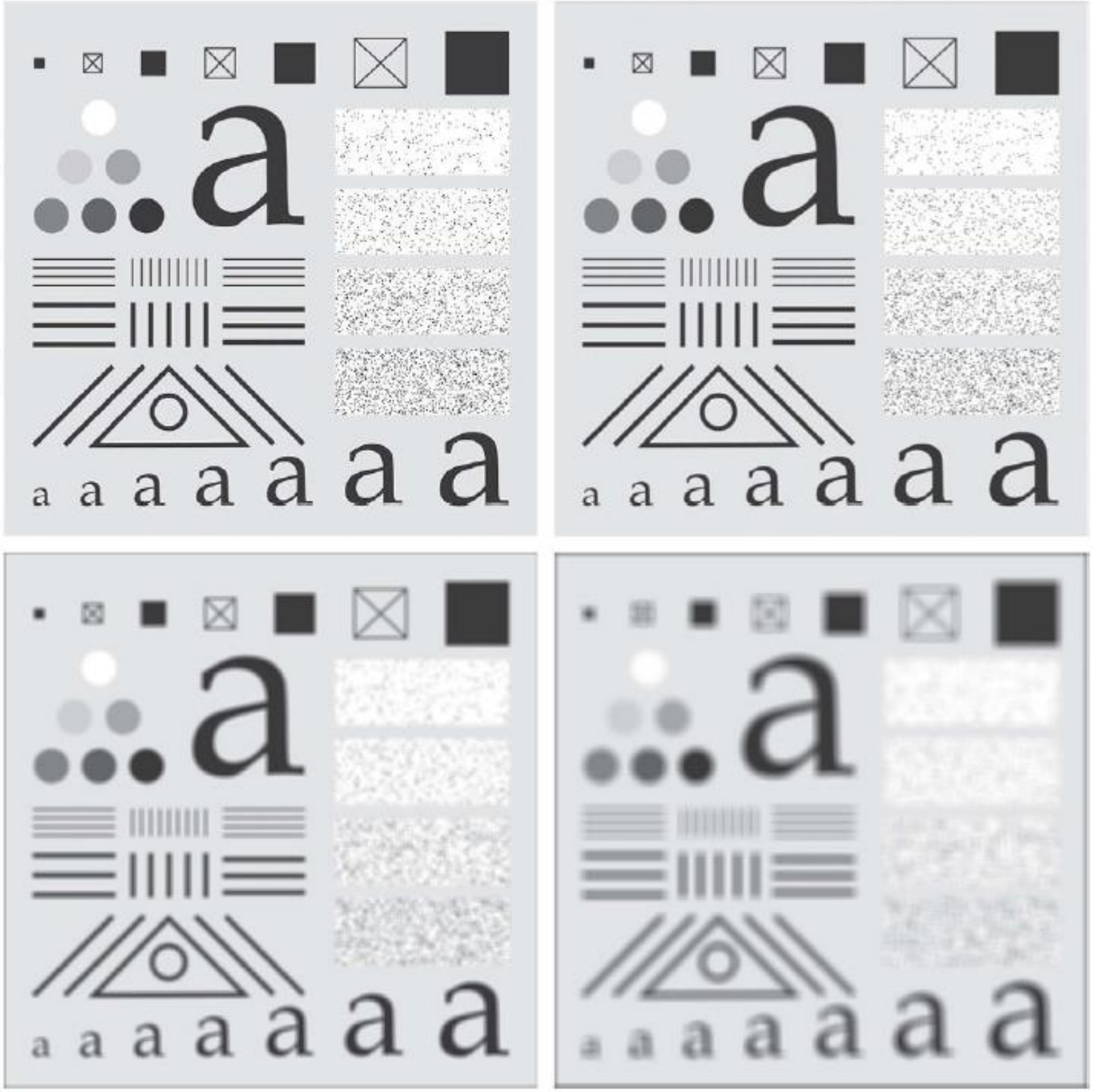
$$\frac{1}{81} x \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Filtragem Passa Baixa

Imagem de teste: 1024 x 1024 pixels

Template: box kernel (filtro da média)

3 x 3



11 x 11

21 x 21

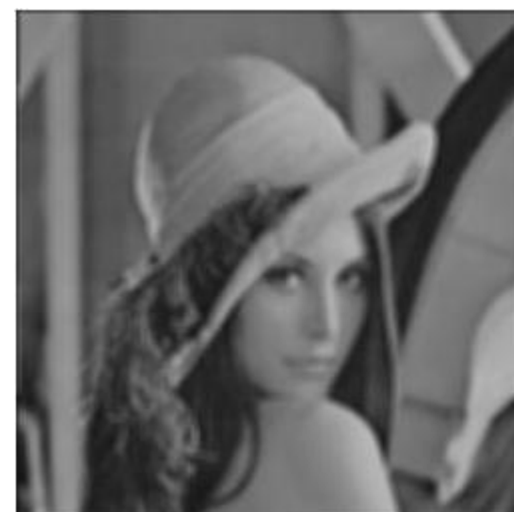
Filtro da Média

3×3

$$* \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} =$$

5×5

$$* \frac{1}{25}\begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} =$$



Filtro da Média

$7{\times}7$

$$* \ \frac{1}{49}\begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} =$$

$9{\times}9$

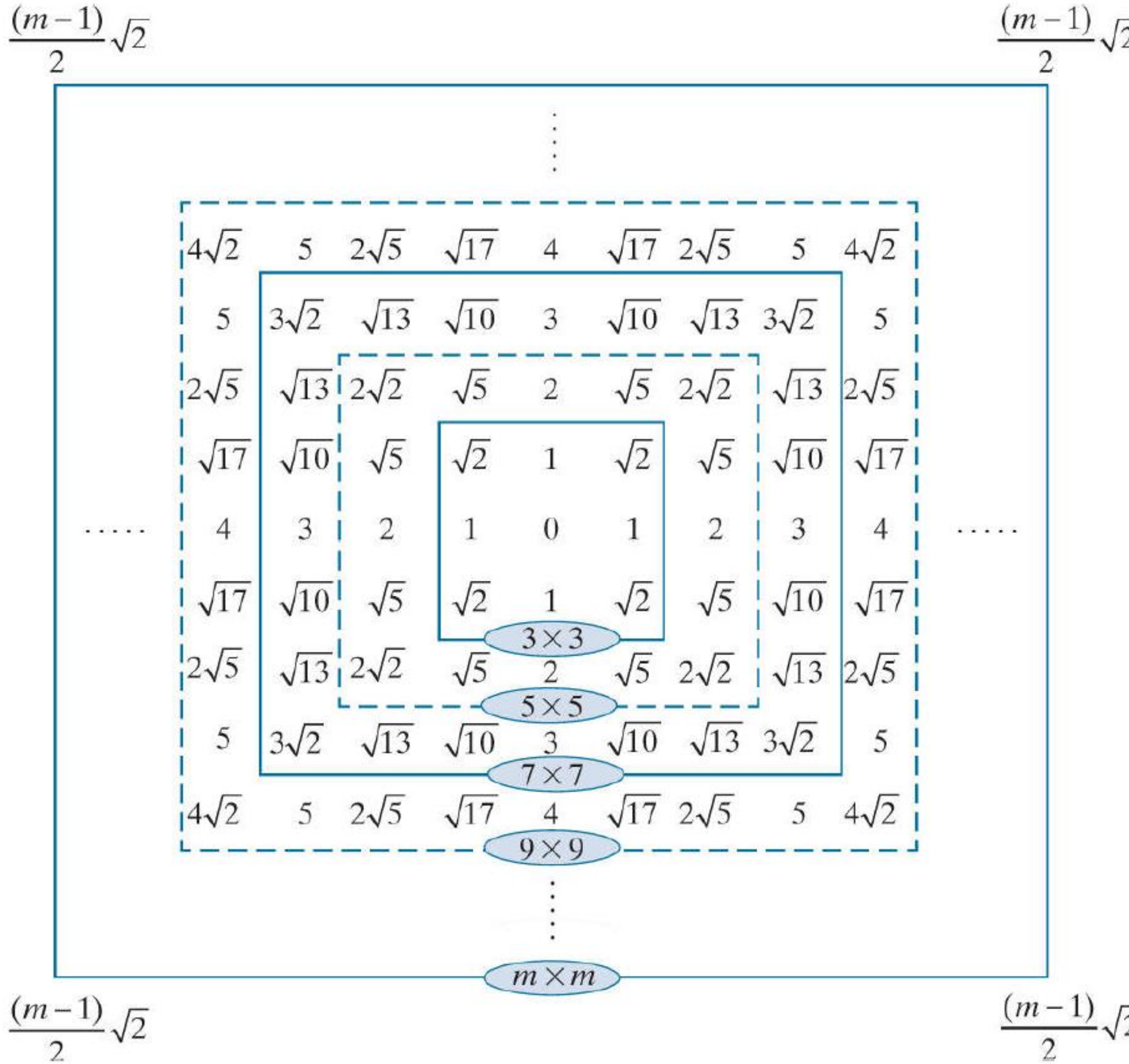
$$* \ \frac{1}{81}\begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} =$$

Filtro Gaussiano

$$w(s,t) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{s^2+t^2}{2\sigma^2}} = Ke^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}$$

- σ é o desvio padrão de uma distribuição gaussiana de média zero.
- w é chamado de kernel Gaussiano, centrado na origem e considera variâncias/desvios padrão iguais para todas as dimensões.
- K é uma constante que não afeta a forma da distribuição

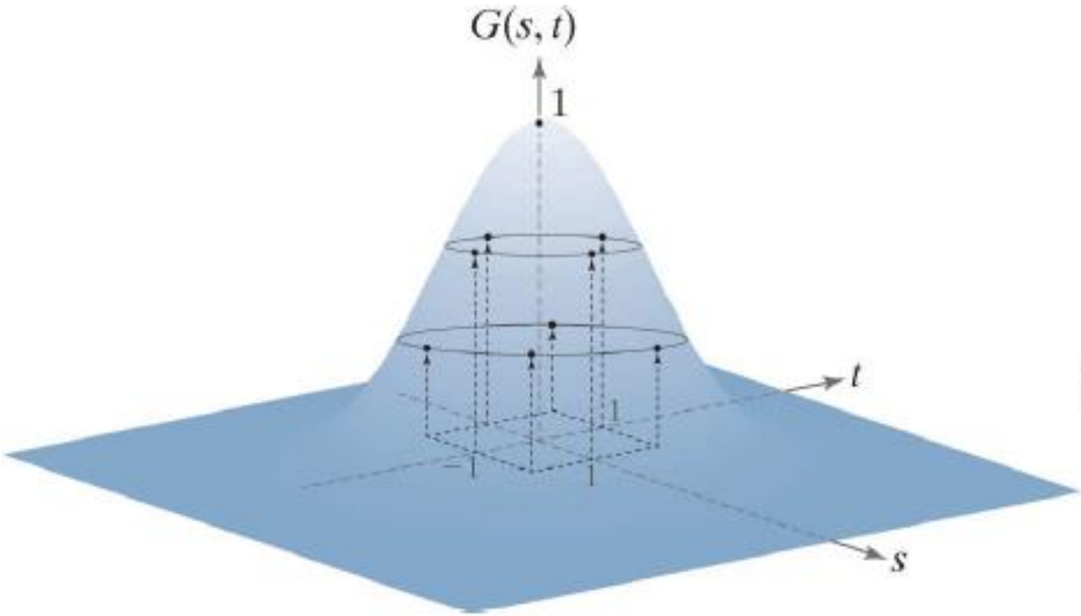
Filtro Gaussiano



Distâncias do centro (r) para vários tamanhos de kernels quadrados

Filtro Gaussiano

- Kernel Gaussiano obtido usando $K = 1$ e $\sigma = 1$;

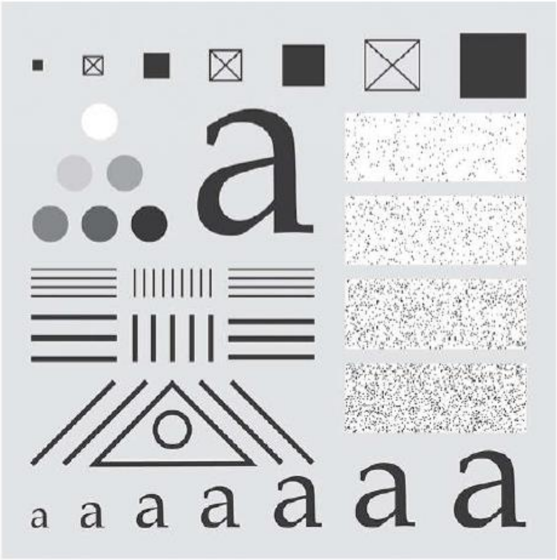


$$\frac{1}{4.8976} \times$$

0.3679	0.6065	0.3679
0.6065	1.0000	0.6065
0.3679	0.6065	0.3679

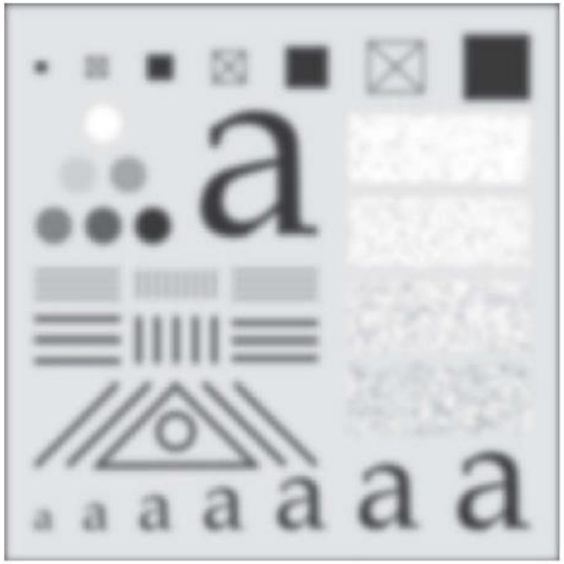
Filtro Gaussiano

- *Imagem de teste: 1024 x 1024 pixels*



Kernel Gaussiano

(21 x 21, $K = 1$ e $\sigma = 3{,}5$*)*

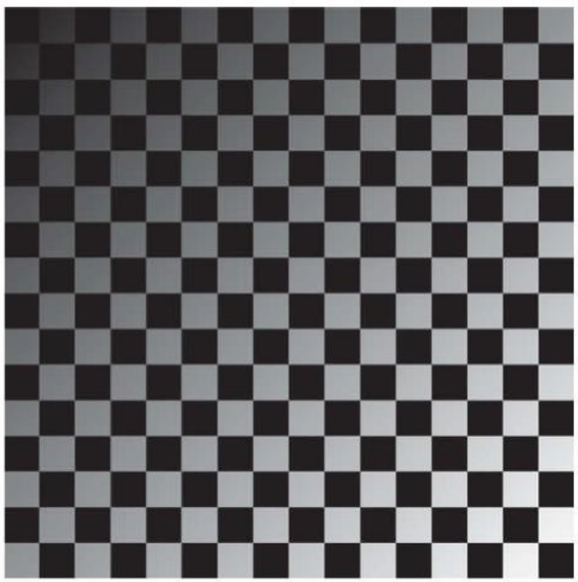


Kernel Gaussiano

(43 x 43, $K = 1$ e $\sigma = 7$*)*

Correção de sombra

- Imagem de reticulado de 2048 x 2048 com quadrados de 128 x 182 pixels;
- Filtro passa baixa gaussiano de kernel de tamanho 512 x 512 (4 x tamanho dos quadrados, $K = 1$ e $\sigma = 128$ (tamanho dos quadrados) .



Resultado da filtragem (padrão da sombra)

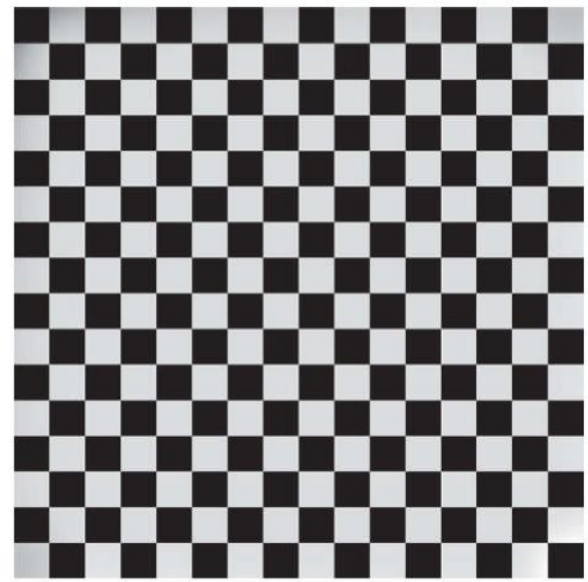


Imagem corrigida (original / filtrada)

Filtragem Passa Alta

- Uma das aplicações da convolução espacial de uma imagem com *templates* é a de **aumentar a nitidez** (***sharpening***) ou **filtragem passa alta**;
- Esta operação tenta melhorar as transições de intensidades;
- As derivadas são úteis neste caso, pois codificam as transições.

Filtragem Passa Alta

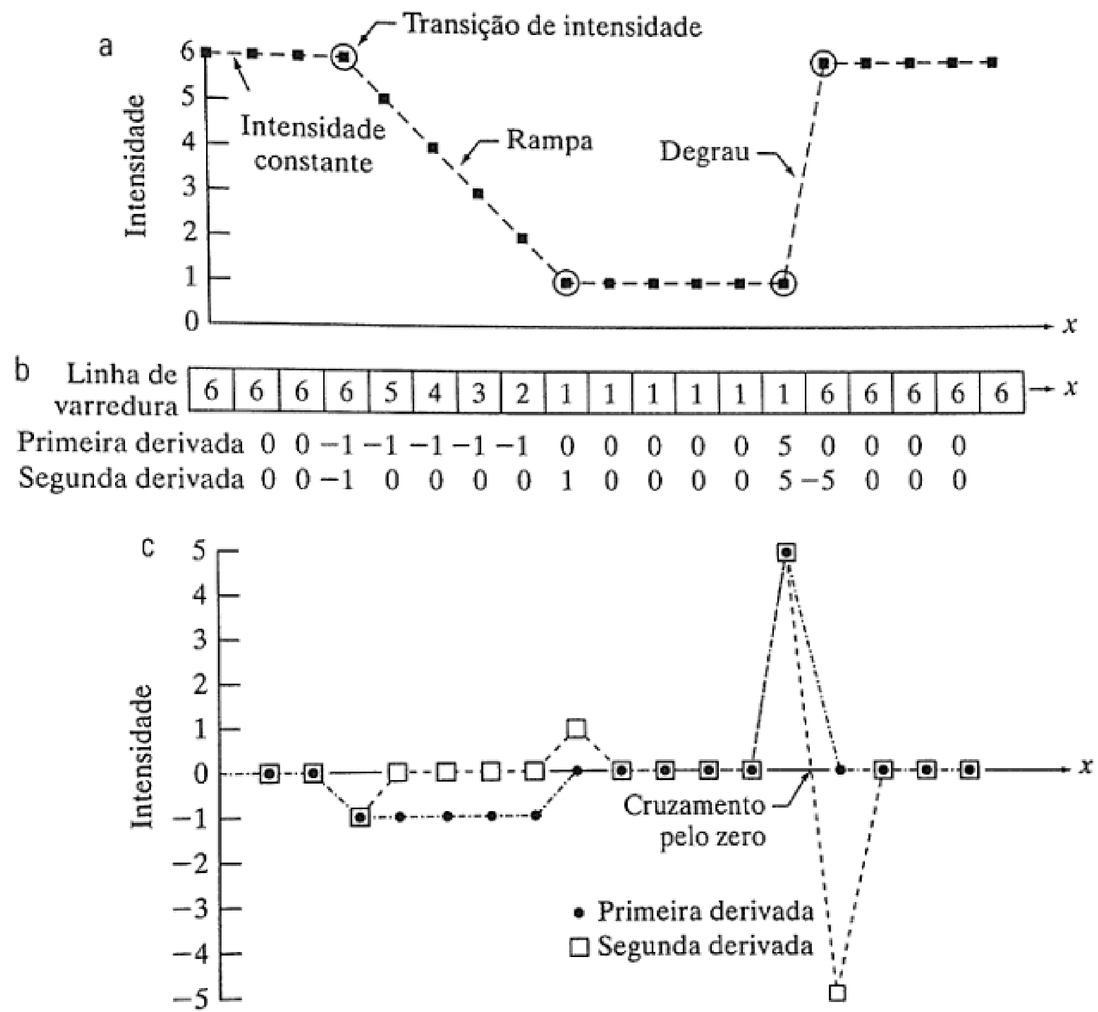
Para uma dada função f(x) a derivada parcial pode ser escrita como:

$$\frac{\partial \mathrm{f}}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

Enquanto a segunda derivada é dada por:

$$\frac{\partial^2 \mathrm{f}}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

Filtragem Passa Alta



Filtragem Passa Alta
Laplaciano

Em 2 dimensões, o mais simples kernel isotrópico é o Laplaciano

$$\nabla^2 f(x,y) = \frac{\partial^2 \mathrm{f}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathrm{f}}{\partial y^2}$$

Que pode ser reescrito como:

$$\nabla^2 f(x,y) = f(x+1,y) + f(x-1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1) - 4f(x,y)$$

Filtragem Passa Alta
Laplaciano

Exemplos de alguns *templates* de filtros passa alta:

0	1	0
1	−4	1
0	1	0

1	1	1
1	−8	1
1	1	1

0	−1	0
−1	4	−1
0	−1	0

−1	−1	−1
−1	8	−1
−1	−1	−1

Laplaciano

- Laplaciano: operador derivado que destaca transições de intensidade nítidas em uma imagem e diminui a ênfase em regiões de baixa variação de intensidades;

- Isto tenderá a produzir imagens com bordas acinzentadas e outras descontinuidades, todas sobrepostas a uma imagem escura com fundo sem características.

- As características de fundo podem ser "recuperadas", preservando o efeito de nitidez do Laplaciano, adicionando a imagem laplaciana ao original.

- É importante ter em mente qual definição do Laplaciano é usado. Se a definição utilizada tiver um coeficiente central negativo, então subtraímos a imagem Laplaciana da original ($c = -1$). Caso contrário, somamos ($c = 1$).

$$g(x, y) = f(x, y) + c[\nabla^2 f(x, y)]$$

Filtro Passa Alta
Detector de Altas Frequências

$$* \; \frac{1}{9}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} =$$

$$255 \quad -$$

$$=$$

Filtro Passa Alta
Realce de Altas Frequências

$$* \ \frac{1}{9}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} =$$

$+$

$=$

Filtro Passa Alta
Detector de Altas Frequências

$$* \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} =$$

$$255 \quad -$$

$$=$$

Filtro Passa Alta
Realce de Altas Frequências

$$* \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} =$$

$+$

$=$

Filtro Passa Alta
Realce de Altas Frequências

Como montar um kernel para máscara de realce?

$*$? $=$

Filtro Passa Alta
Realce de Altas Frequências

1) Filtro passa alta (detecta bordas e detalhes)

$$* \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} =$$

Filtro Passa Alta
Realce de Altas Frequências

2) Kernel que gera a mesma imagem após a convolução

$$* \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

Filtro Passa Alta
Realce de Altas Frequências

3) Soma as duas

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Filtro Passa Alta
Realce de Altas Frequências

Máscara de realce

$$* \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} =$$

Filtro Passa Alta
Realce de Altas Frequências

Como montar um kernel normalizado para máscara de realce?

$*$? $=$

Filtro Passa Alta
Realce de Altas Frequências

1) Filtro passa alta (detecta bordas e detalhes)

$$* \frac{1}{9}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} =$$

Filtro Passa Alta
Realce de Altas Frequências

2) Kernel que gera a mesma imagem após a convolução

$$* \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

Filtro Passa Alta
Realce de Altas Frequências

3) Soma as duas

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} + \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 17 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Filtro Passa Alta
Realce de Altas Frequências

Máscara de realce

$$* \frac{1}{9}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 17 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} =$$