上 海 交 通 大 学 试 卷

（ 2021 至 2022 学年 第 2 学期 2022 年 6 月 8 日 ）

班级 F21 学号 ____________ 姓名 ______

课程名称 电路理论 成绩 ____________

解析：林昊 蒋沫晗 排版：林昊 校对：林昊 朱小志

一、客观题（每题 3 分）

上海交通大学在线考试诚信承诺书

考试不仅是对学习成效的检查，更是对道德品质的检验。自觉维护学校的考风考纪，营造公平、公正的考试环境是全体同学的共同责任和义务。特别在疫情防控的特殊时期，更应强化自律意识，恪守诚信，拒绝舞弊，做一名诚实守信的新时代大学生，用诚信的考试构筑诚信的人生。

我郑重承诺：

（1）本人将履约践诺，知行统一；遵从诚信规范，恪守学术道德；自尊自爱，自省自律。

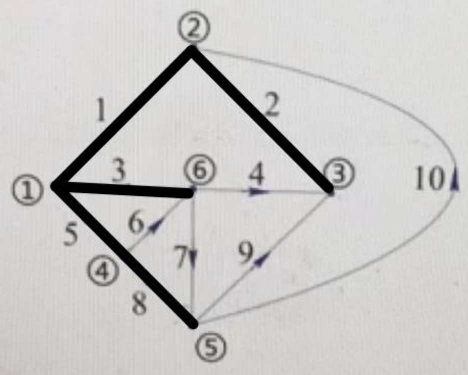
（2）在线考试过程中，自觉遵守学校和老师宣布的考试纪律（详见《上海交通大学本科生学生手册》中的《学生考试纪律规定》，沪交教【2019】28号），不剽窃，不违纪，不作弊。

（3）若违反相关考试规定和纪律要求，自愿接受学校的严肃处理或处分。

◉ 知情并承诺

2. 答案：D

图示连通图，若选支路（1，2，3，5，8）为树支，下列哪个支路集是基本割集？

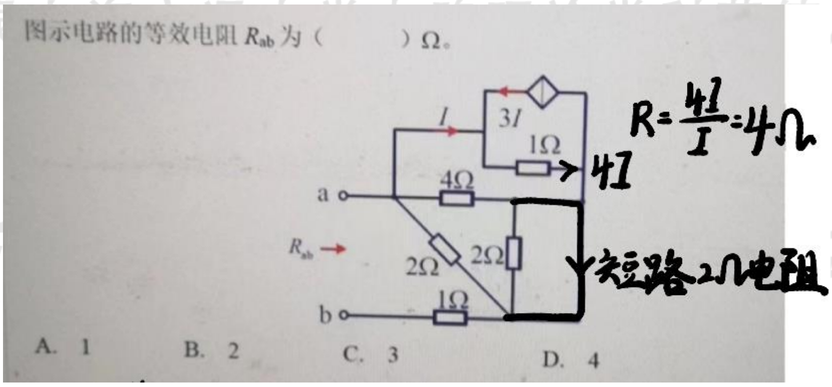


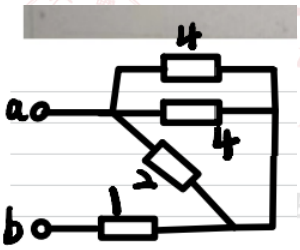
A. {1，2，10}　　B. {1，3，5}

C. {1，3，6，8}　　D. {3，4，6，7}

基本割集有且仅有一个树支，排除 A、B、C。故选 D。

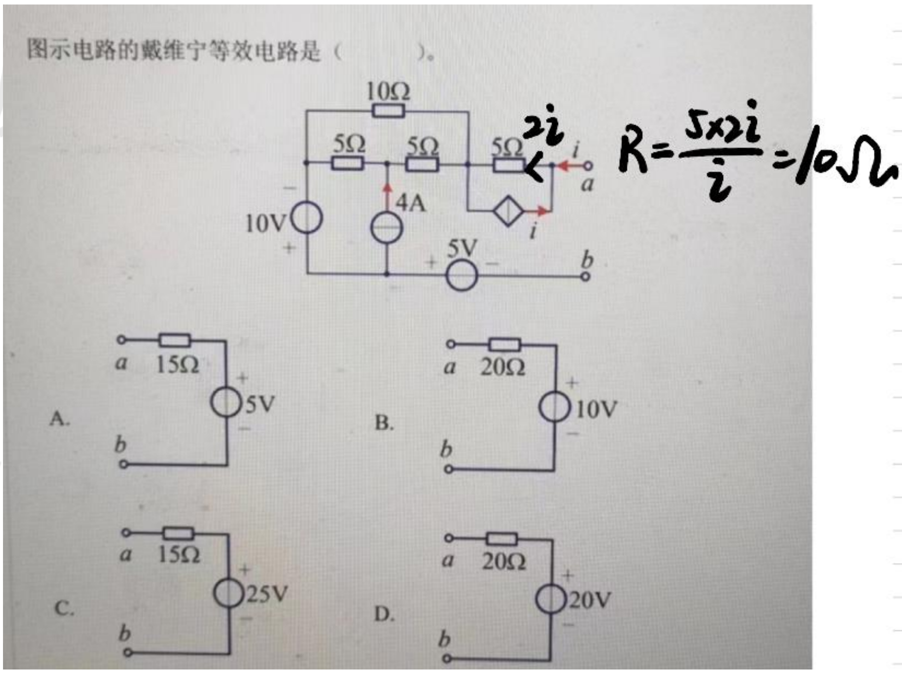
3. 答案：B





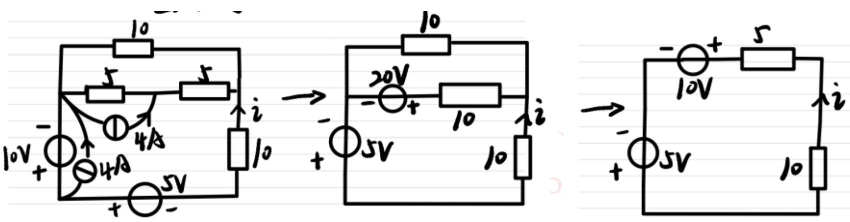
变换后得到：$R = 1 + 1\Omega = 2\Omega$ 故选B

4. 答案：A



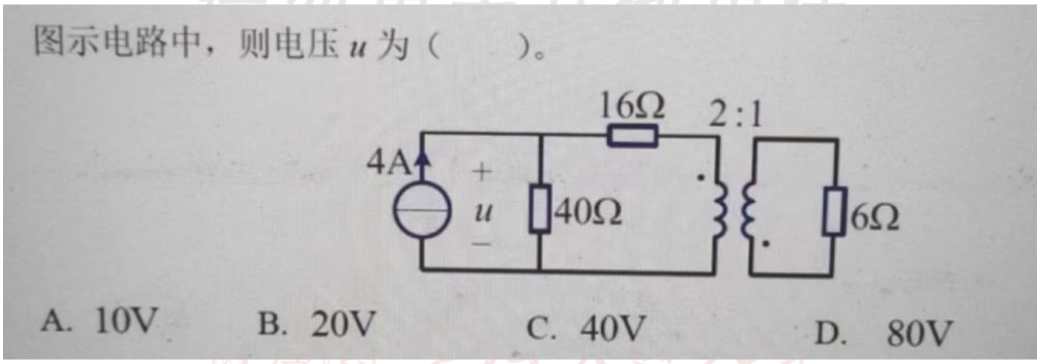
$$\mathrm{R_{eq}} = 10 + \frac{(5+5)\times 10}{5+5+10}\Omega = 15\Omega$$

a、b 短接时,电路变为:



$$i=\frac{5-10}{5+10}A=-\frac{1}{3}A, U_S=i\cdot R_{eq}=-5V$$

5. 答案：D

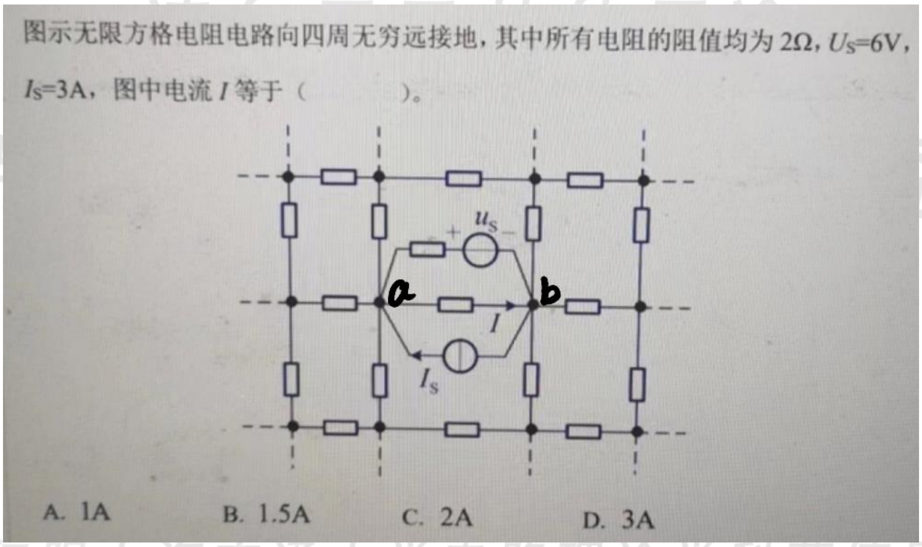

图示电路中，则电压 u 为（　　）。

A. 10V　　B. 20V　　C. 40V　　D. 80V

$$\mathrm{R_{eq}}=40//\left(16+\mathrm{n}^2\cdot 6\right)\Omega=20\Omega$$

$$\mathrm{u}=\mathrm{I_s}\cdot\mathrm{R_{eq}}=80\mathrm{V}$$

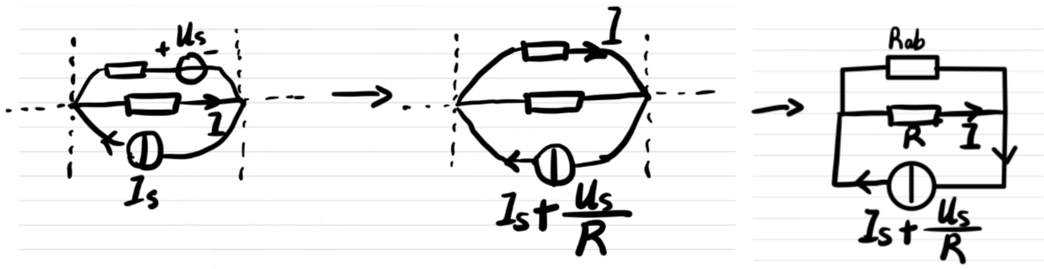
6. 答案：C


图示无限方格电阻电路向四周无穷远接地，其中所有电阻的阻值均为 2Ω，U_S=6V，I_S=3A，图中电流 I 等于（　　）。

A. 1A　　B. 1.5A　　C. 2A　　D. 3A

解析：先将电源置零。电阻为对称无限大平面电阻网络。设有电流i从 a 点流入，从无穷远处（或者接地处）流出，由于对称性，ab 上电流值为$\frac{i}{4}$，由 a 流向 b；再设置一电流i从无穷远处流入，从 b 点流出，由对称性，同理有 ab 上电流值为$\frac{i}{4}$，由 a 流向 b。根据叠加定理，两个电流叠加I支路上电流大小为$\frac{i}{2}$；故$u_{ab}=\frac{i}{2}R$，ab 两点之间等效电阻值为$R_{ab}=\frac{u_{ab}}{i}=\frac{1}{2}R$（一端口等效电阻）；

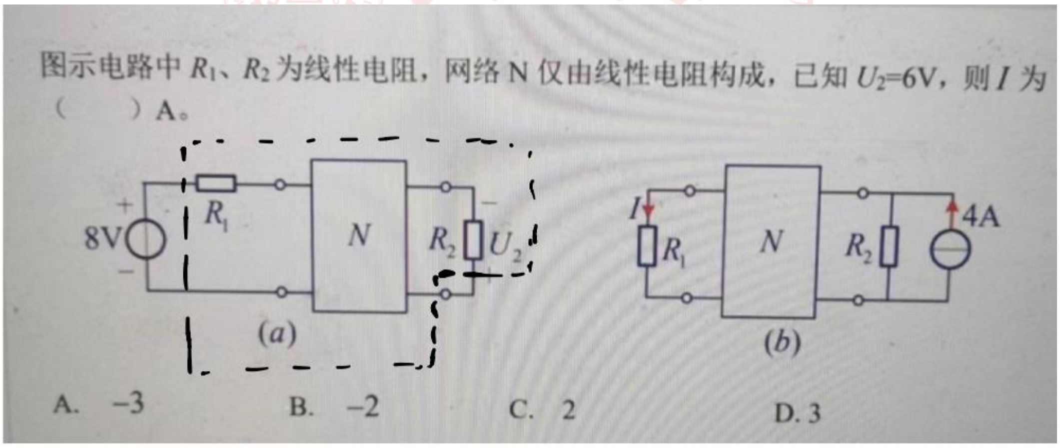
再求解等效后的电路



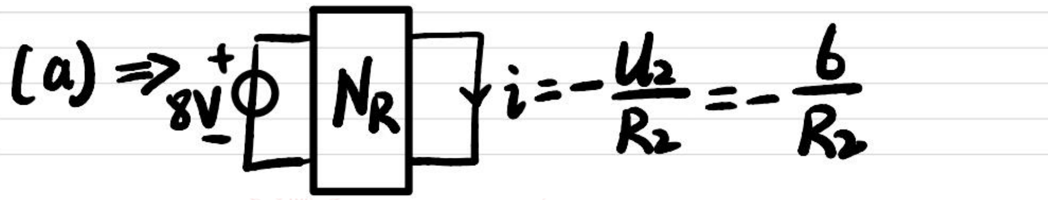
经变换后，发现平面电阻恰为R_{ab}

$$I=\frac{1}{3}\left(I_S+\frac{U_S}{R}\right)=2A$$

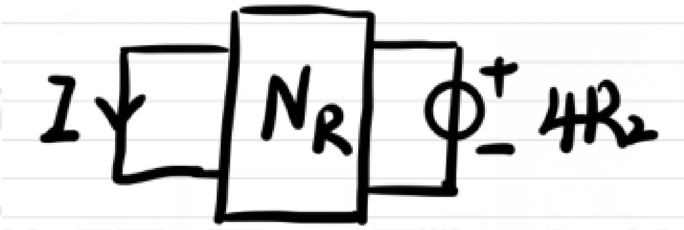
7. 答案：A


图示电路中 R_1、R_2 为线性电阻，网络 N 仅由线性电阻构成，已知 U_2=6V，则 I 为（ ）A。

A. −3　　B. −2　　C. 2　　D. 3



(b) 经一步戴维宁变换可得

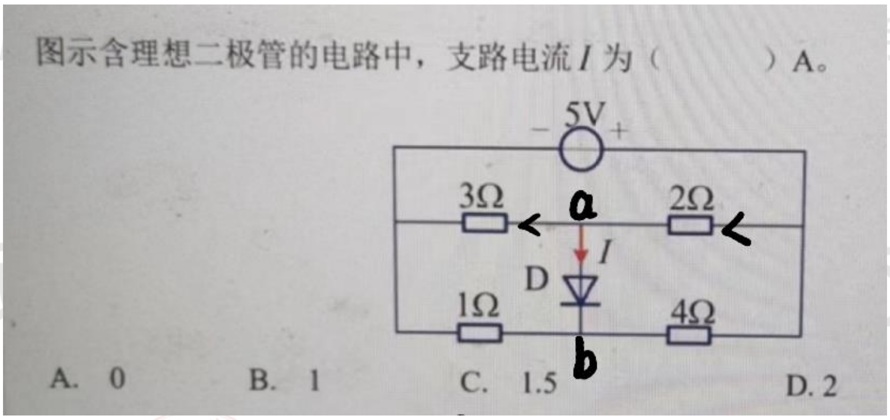


由互易定理,有

$$\frac{8}{-\frac{6}{R_2}}=\frac{4R_2}{I}$$

$$I=-\frac{24}{8}A=-3A$$

8. 答案：B



若二极管截止，$I=0A,$

$$\varphi_a=\frac{3}{3+2}U_S=3V$$

$$\varphi_b=\frac{1}{1+4}U_S=1V<\varphi_a$$

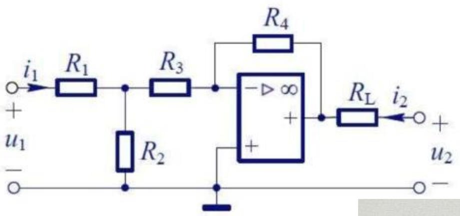
矛盾，故二极管导通

$$\varphi_a=\frac{3//1}{3//1+2//4}U_S=\frac{9}{5}V$$

$$\mathrm{I}=\frac{U_S-\varphi_a}{2}-\frac{\varphi_a}{3}=1\mathrm{A}$$

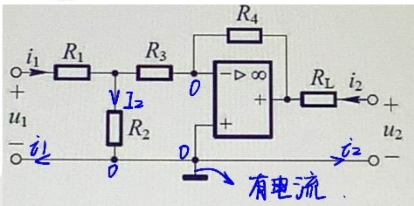
9. 答案：B

如图所示二端口电路，输入电阻和输出电阻分别为（ ）。



A. R_1，R_L　　B. $R_1+R_2 \parallel R_3$，R_L

C. $R_1 \parallel R_2$，$R_L \parallel R_4$　　D. R_1，$R_L \parallel R_4$



解析：输入电阻即$r_1=\frac{u_1}{i_1}$，输出电阻即$r_2=\frac{u_2}{i_2}$；

求解输入电阻时，将u_2置零。由于存在运放，考虑使用节点法进行计算。由 KCL 和等势点，有

$$I_2R_2=I_3R_3$$

$$I_2+I_3=i_1$$

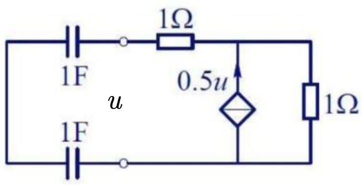
故$I_2=\frac{R_3}{R_2+R_3}i_1, I_3=\frac{R_2}{R_2+R_3}i_1$。由 KVL，$u_1=R_1i_1+I_2R_2=\left(R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\right)i_1$，即输入电阻为$R_1+R_2 /\!/ R_3$。（到这里题已经做完了，只是把右半边的写完）。

求解输出电阻时，将u_1置零。由虚短可得节点电势，R_1, R_2, R_3上无电流；又由虚断，$I_4 = I_3 = 0A$，故R_L右侧节点电势为 0，输出电阻为R_L.

另法：R_2下端点和R_3右端点等势，电路等效直接捏合在一起，可以发现输入电阻直接就是$R_1 + R_2 \parallel R_3$.

10. 答案：B

图示电路的时间常数是（　　）s。



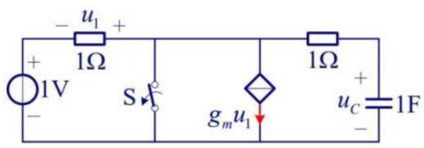
A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

解析：**补充：u即两个电容的端口电压值（上正下负）。**

将两个电容串联，得等效电容值为$C_{eq} = \dfrac{1}{2}F$；由外加电源法，端口等效电阻值为$R_{eq} = 4\Omega$。故时间常数$\tau = R_{eq} \cdot C_{eq} = 2s$

11. 答案：D

图示电路换路前处于稳态，g_m=2S，t=0 时开关打开，则$\frac{du_C}{dt}|_{0+}$值为（　）V/s。



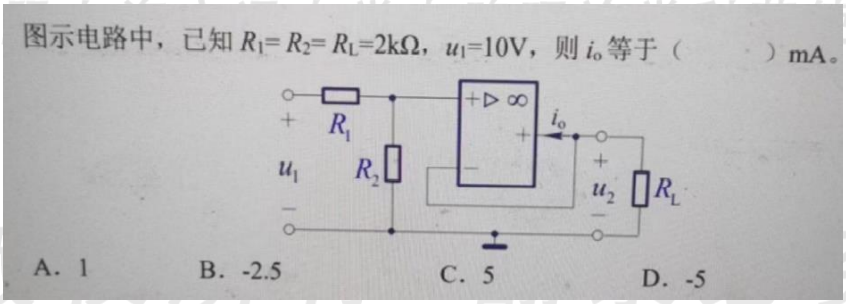
A. $\frac{1}{4}$　　B. $-\frac{1}{4}$　　C. $-\frac{3}{4}$　　D. $\frac{3}{4}$

解析：对电容，由于没有发生突跃，$u_c(0_+) = u_c(0_-) = 0V$；

在$t = 0_+$，由 KCL，KVL，$2u_1 + i_c = -u_1 \Longrightarrow i_c = -3u_1$，$-u_1 + i_c \cdot 1\Omega = 1V$，故$u_1 = -\dfrac{1}{4}V, i_c = \dfrac{3}{4}A$；

由$i_c = C\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}$，故$\left.\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0_+} = \dfrac{3}{4}$。

12. 答案：B



图示电路中，已知 $R_1=R_2=R_L=2\text{k}\Omega$，$u_1=10\text{V}$，则 i_o 等于（ ）mA。

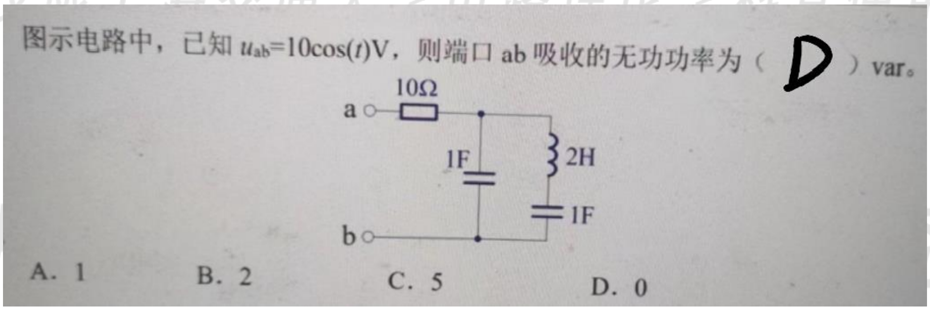
A. 1 B. -2.5 C. 5 D. -5

解析：

$$u_2 = u_- = u_+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_1 = 5V$$

$$i_0 = -\frac{u_2}{R_L} = -\frac{5}{2}\text{mA}$$

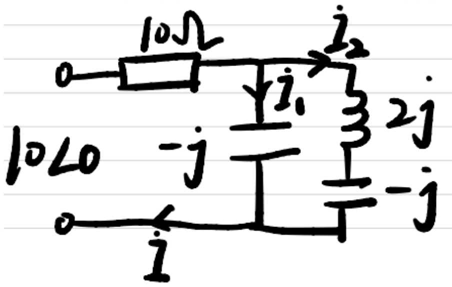
13. 答案：C



图示电路中，已知 $u_{ab}=10\cos(t)\text{V}$，则端口 ab 吸收的无功功率为（ D ）var。

A. 1 B. 2 C. 5 D. 0

解析：

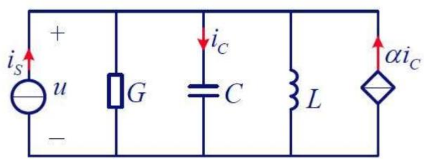


$$\dot{I}_1 \cdot (-j) = \dot{I}_2 \cdot j \Rightarrow \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0, \text{即} \dot{I} = 0A$$

$$S = \dot{U} \cdot \dot{I}^* = 0 \Rightarrow Q = 0\text{var}$$

14. 答案：A

图示电路中，$L=\frac{1}{4}\text{H}$，$C=2\text{F}$，$\alpha=0.5$，$i_s=\varepsilon(t)\ \text{A}$，若 $G=5\text{S}$，则电路响应为（ ）。（提示：可采用复频域分析方法）



A. 过阻尼 B. 临界阻尼 C. 欠阻尼 D. 无阻尼

解析：回顾定义：
过阻尼——特征方程有两个不相等实数根；欠阻尼——特征方程根为一对共轭复数；
临界阻尼——特征方程有两个相等实数根；无阻尼——特征方程为一对共轭虚数；

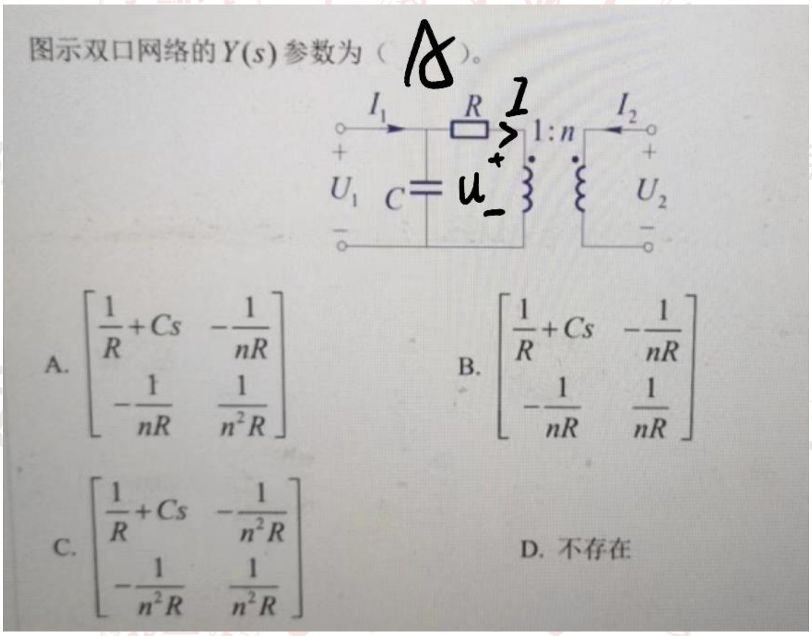
由 KCL，$i_L = i_s - 0.5i_c - Gu_c$；又由 KVL 得，

$$u_c = L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(i_s - 0.5C\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} - Gu_c\right)$$

特征方程为$0.5CLr^2 + GLr + 1 = 0$，有两个实数根，故为过阻尼。

（有兴趣的同学也可以试试用拉普拉斯，但本题不推荐这个做法）

15. 答案：A


图示双口网络的 $Y(s)$ 参数为（ A ）。

A. $\begin{bmatrix} \frac{1}{R}+Cs & -\frac{1}{nR} \\ -\frac{1}{nR} & \frac{1}{n^2R} \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} \frac{1}{R}+Cs & -\frac{1}{nR} \\ -\frac{1}{nR} & \frac{1}{nR} \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} \frac{1}{R}+Cs & -\frac{1}{n^2R} \\ -\frac{1}{n^2R} & \frac{1}{n^2R} \end{bmatrix}$

D. 不存在

$$\begin{cases} I = -n\cdot I_2 \\ U = \frac{1}{n}U_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_1 = IR + U = -nI_2R + \frac{1}{n}U_2 \\ I_1 = I + U_1\cdot Cs = -nI_2 + U_1Cs \end{cases}$$

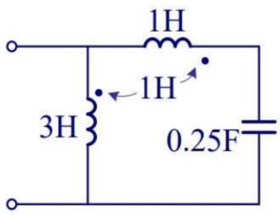
$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 = -\frac{1}{R}\left[\frac{1}{n}U_2 - U_1\right] + U_1Cs \\ I_2 = \frac{1}{nR}\left[\frac{1}{n}U_2 - U_1\right] \end{cases}$$

$$\Rightarrow Y(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{R}+Cs & -\frac{1}{nR} \\ -\frac{1}{nR} & \frac{1}{n^2R} \end{bmatrix} \quad 选A$$

故$Y(s)$参数为 A 选项。

16. 答案：B

如图所示电路，已知 ω=1rad/s，端口的输入阻抗为（　　　）。

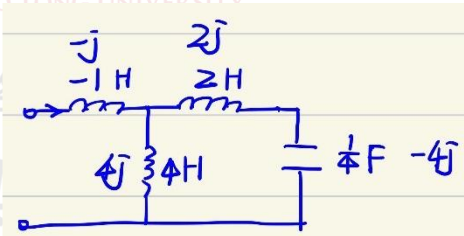


A. jΩ　　　B. −j5Ω　　　C. −jΩ　　　D. j5Ω

解析：

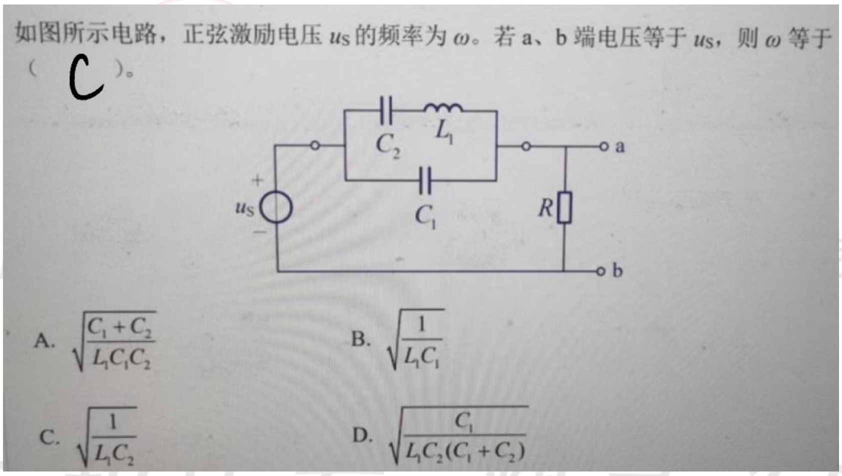
应用 T 型去耦，注意此时公共端为异名端相接，故 $M<0$，得到如下图所示电路；

转化为符号电路后，求解电路阻抗：



并联部分阻抗为－4jΩ，串联后电路的总阻抗为－5jΩ

17. 答案：D


如图所示电路，正弦激励电压 u_S 的频率为 ω。若 a、b 端电压等于 u_S，则 ω 等于（ C ）。

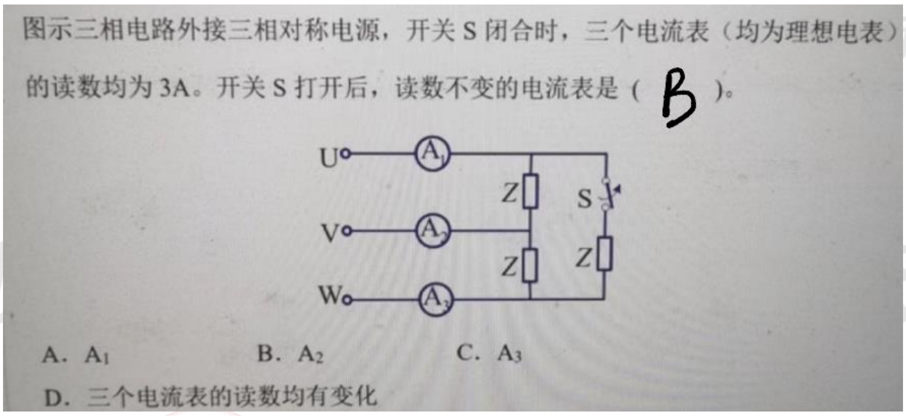
A. $\sqrt{\frac{C_1+C_2}{L_1C_1C_2}}$　　B. $\sqrt{\frac{1}{L_1C_1}}$

C. $\sqrt{\frac{1}{L_1C_2}}$　　D. $\sqrt{\frac{C_1}{L_1C_2(C_1+C_2)}}$

解析：$U_{ab}=U_S$，说明发生了串联谐振，则有

$$j\omega L_1+\frac{1}{j\omega C_2}=0\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{1}{L_1C_2}}$$

18. 答案：B



图示三相电路外接三相对称电源，开关 S 闭合时，三个电流表（均为理想电表）的读数均为 3A。开关 S 打开后，读数不变的电流表是（ B ）。

A. A_1　　B. A_2　　C. A_3

D. 三个电流表的读数均有变化

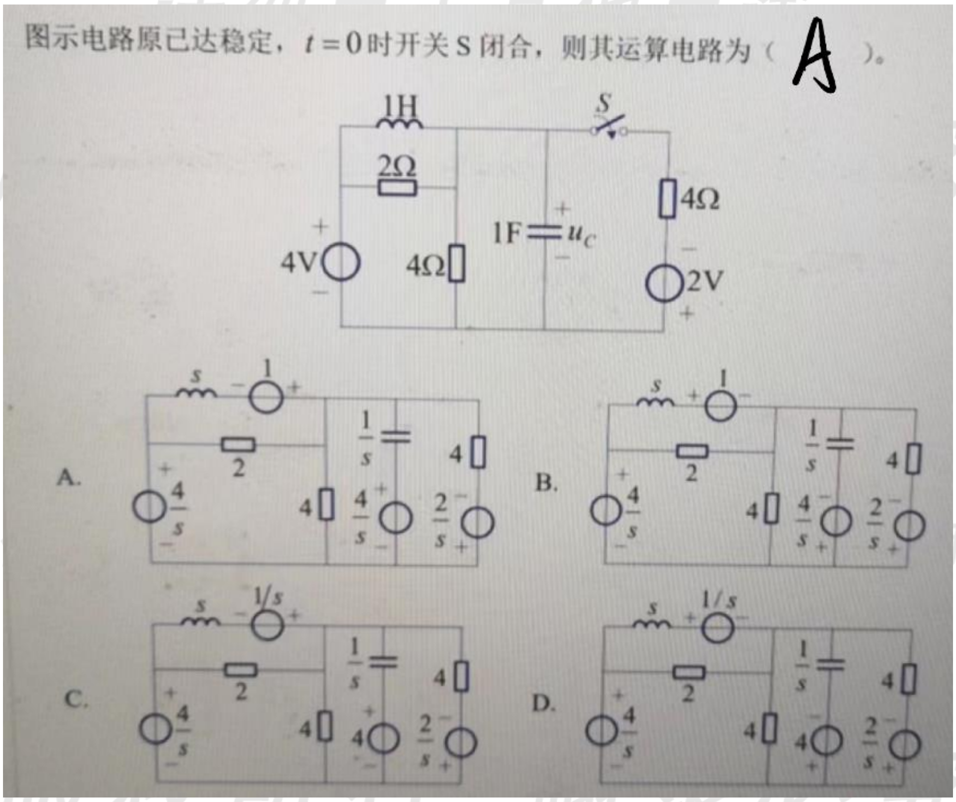
解析：

由 KCL，有

$$I_2 = \frac{U_{UV}}{Z} + \frac{U_{WV}}{Z}$$

S 闭合后，U_{UV}、U_{WV}、Z均不变化，故A_2示数不变。

19. 答案：A



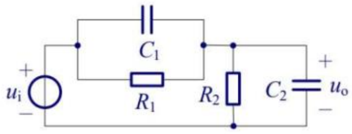
图示电路原已达稳定，$t=0$时开关 S 闭合，则其运算电路为（ A ）。

解析：$t = 0^-$时，　$i_L(0^-) = \frac{4}{4}A = 1A$，　$u_C(0^-) = 4V$

电感经拉普拉斯变换后，伴生电压在电流方向上从负到正，大小上为原来 L 倍；

电容经拉普拉斯变换后，伴生电压方向与初态相同，大小上为原来的$\frac{1}{s}$。

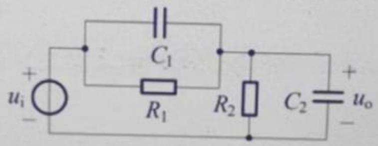
图示电路中，$R_1=R_2=1\text{k}\Omega$，$C_1=C_2=10\text{nF}$，$u_i=4\cos(t)\text{V}$，则 u_o 等于（　　）V。



A. $4\cos(t)$　　B. $4\sin(t)$　　C. $2\cos(t)$　　D. $2\sin(t)$

20. 答案：D

图示电路中，$R_1=R_2=1\text{k}\Omega$，$C_1=C_2=100\text{nF}$，$u_i=4\sin(t)\text{V}$，则 u_o 等于（　　）V。

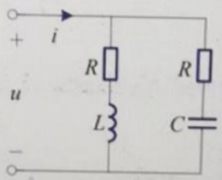


A. $4\cos(t)$　　B. $4\sin(t)$　　C. $2\cos(t)$　　D. $2\sin(t)$

解析：由题知，$C_1 /\!/ R_1 = C_2 /\!/ R_2$，故均分电压，$u_0 = 2\sin(t)\text{V}$

21. 答案：D

图示电路中，已知对任意频率，u、i 均同相。如果 $L=10\text{mH}$，$R=1\Omega$，则 C 等于（ D ）F。



A. 10　　B. 1　　C. 0.1　　D. 0.01

解析：由任意频率下，u,i 同相，知电路谐振；

求解电路导抗为

$$Y=\frac{1}{R+j\omega L}+\frac{1}{R+\frac{1}{j\omega C}}=\frac{2R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)}{R^2+\frac{L}{C}+j\text{R}\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)}$$

若要发生谐振，则实部虚部对应成比例（或者也可以进行有理化）

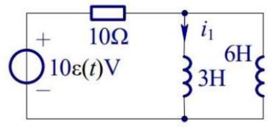
$$\frac{2R}{R^2+\frac{L}{C}}=\frac{1}{R}$$

$$\therefore \text{C}=\frac{\text{L}}{\text{R}^2}=0.01F$$

二、计算与分析题（共 4 题）

1. 计算题（10 分）

图示电路中，电感的原始状态均为零，试求 t>0 时的 i_1。（用时域、复频域分析方法均可）



解：由两个电感并联，可得

$$3\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}=6\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$
$$\Longrightarrow \mathrm{d}i_1=2\,\mathrm{d}i_2$$

又 $t=0_-$ 时，$i_1(0_-)=i_2(0_-)=0$，故得 $i_1=2i_2$；

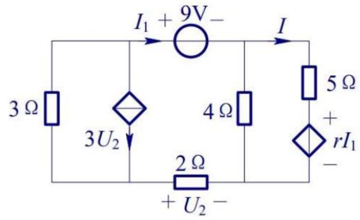
由 KVL，

$$10(i_1+i_2)+3\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}=10$$
$$\Longrightarrow 15i_1+3\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}=10$$

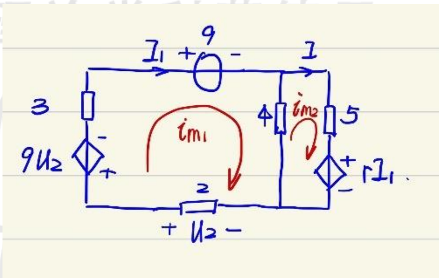
求解得 $i_1=\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\mathrm{e}^{-5t}$，故 $t>0$ 时 $i_1=\left(\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\mathrm{e}^{-5t}\right)\varepsilon(t)$。

2. 计算题（12 分）

如图所示电路，试求使 I=0 的 r 值。



解：由于存在无伴独立电压源，又目标电路参数 I



化后使用回路分析法，电路如右图所示；
列写回路方程有：

$$\begin{cases}3i_{m1}+4(i_{m1}-i_{m2})+2i_{m1}=-9-9U_2\\4(i_{m2}-i_{m1})+5i_{m2}=-rI_1\\U_2=-2i_{m1}\\I=i_{m2}\\I_1=i_{m1}\end{cases}$$

求得 $i_{m1}=\frac{81}{97-4r}$，$i_{m2}=\frac{9}{4}-\frac{729}{388-16r}$；

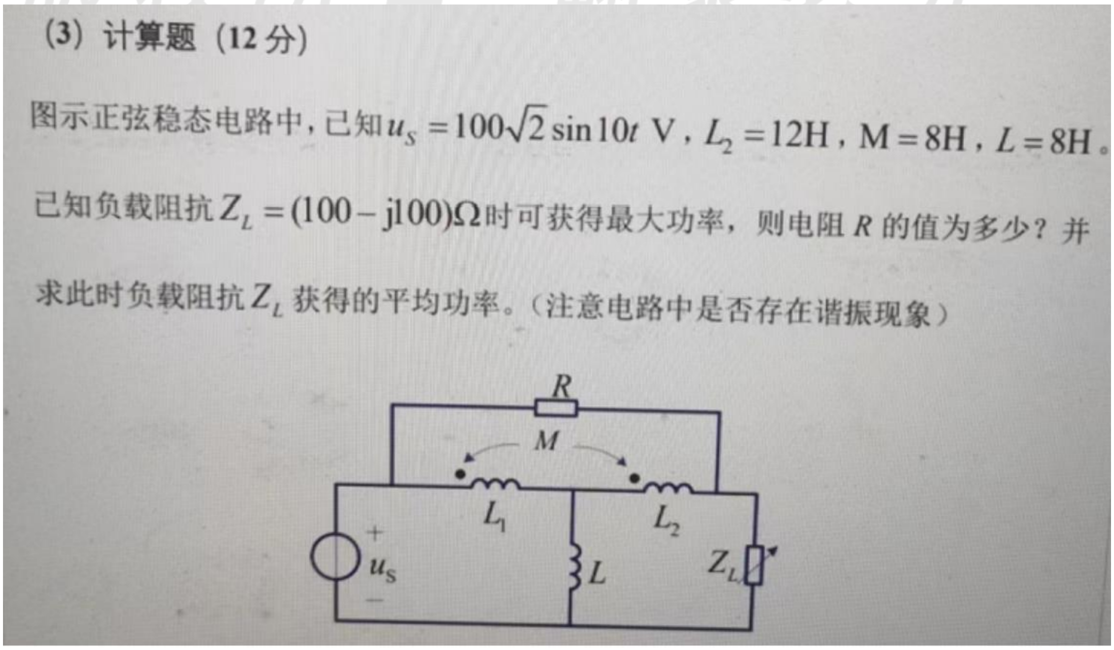
若 $I=0$，则 $i_{m2}=0$，解得 $r=4$。

法二：

由$I=0$，$I_{4\Omega}=I_1$，则$I_{5\Omega}=0A$，$U_{5\Omega}=0V$，由并联电压相等，

$4\cdot I_1=0+rI_1$，解得$r=4$。

3. 计算题（12 分）

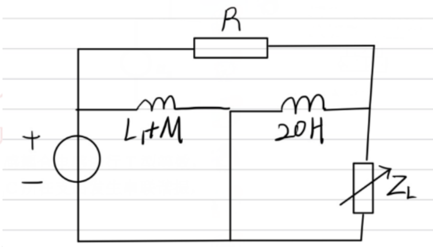


(3) 计算题 (12 分)

图示正弦稳态电路中，已知$u_S=100\sqrt{2}\sin 10t$ V，$L_2=12$H，M = 8H，$L=8$H。

已知负载阻抗$Z_L=(100-\mathrm{j}100)\Omega$时可获得最大功率，则电阻 R 的值为多少？并求此时负载阻抗 Z_L 获得的平均功率。（注意电路中是否存在谐振现象）

解：对互感耦合电感进行 T 型等效，如右图所示：
L_1+M与电源直接形成回路，其所在支路对Z_L的功率不产生影响，故可以直接忽略这一支路（即将L_1+M视作开路），之后进行诺顿等效；
根据最大功率传输定理，最大功率共轭匹配，故



$$Z_{eq}=\frac{R\cdot 200j}{R+200j}=Z_L^*=100+100j\Omega$$

得 $R=200\Omega$

对右图而言，忽略L_1+M，转换为符号电路 $U_S=100\angle 0\,V$ (取有效值)

$$Z=R+\frac{200j\cdot}{200j+Z_L}=300+100j\Omega$$

$$U_{Z_L}=U_S\cdot\frac{Z-R}{Z}=60-20j\,V$$

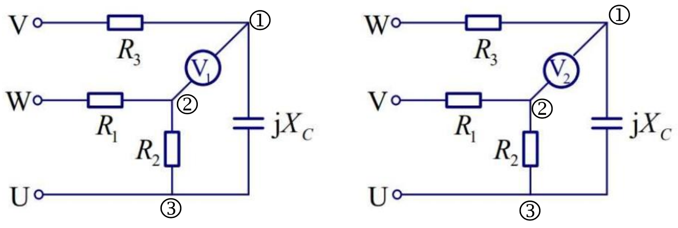
$$I_{Z_L}=\frac{U_{Z_L}}{Z_L}=\frac{2}{5}+\frac{1}{5}j\,A$$

$$S=U_{Z_L}\cdot I_{Z_L}^*=20-20jW$$

即$P=20W$

4. 分析题（6 分）

图示电路中，UVW 外接三相对称正序电源，试判断图(a)、(b)中哪个电压表的读数更大？试给予说明。



(a)　　　　　　　　(b)

解：不妨设$\dot{U}_V = u\angle 0°,\dot{U}_W = u\angle -120°,\dot{U}_U = u\angle 120°$；

对(a)图，由分压，可得

$$\dot{u}_1 = \dot{U}_U + \left(\dot{U}_V - \dot{U}_U\right)\frac{\mathrm{j}X_C}{R_3 + \mathrm{j}X_C}$$

$$\dot{u}_2 = \dot{U}_U + \left(\dot{U}_W - \dot{U}_U\right)\frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

同理，

$$\dot{u}_1{}' = \dot{U}_U + \left(\dot{U}_W - \dot{U}_U\right)\frac{\mathrm{j}X_C}{R_3 + \mathrm{j}X_C}$$

$$\dot{u}_2{}' = \dot{U}_U + \left(\dot{U}_V - \dot{U}_U\right)\frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

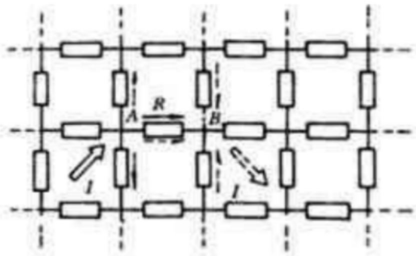
绘制相量图，可得$|\dot{u}_1 - \dot{u}_2| = |\dot{u}_1{}' - \dot{u}_2{}'|$，两次电压表读数一致。

（可以先判断：取特殊情况，令$R_3 = R_2 = 0$，则两个电压表所测电压分别为

$\sqrt{3}\,u\angle -30°$和$\sqrt{3}\,u\angle -90°$，示数相同）

三、附录

图为一个网格为正方形的平面无穷网络，网络的每一个节点都有四个电阻与上下左右四个节点分别相联，每个电阻大小均为 R，由此，按左右、上下一直延伸到无穷远处．A 和 B 为网络中任意两个相邻节点，试求 A、B 间的等效电阻 R_{AB} ．如图 8，设有一电流 I 从 A 点流入，从无穷远处流出．由于网络无穷大，故网络对于 A 点是对称的，电流 I 将在联接 A 点的四个电阻上平均分配．这时，电阻 R（指 A、B 两节点间的电阻）上的电流为 $\frac{I}{4}$，方向由 A 指向 B．



同理，再设一电流 I 从无穷远处流处，从节点 B 流出．由于网络无穷大，B 也是网络的对称点，因此在电阻 R 上分得的电流也为 $\frac{I}{4}$，方向也是由 A 指向 B．

将上述两种情况叠加，其结果将等效为一个从节点 A 流入网络，又从节点 B 流出网络的稳恒电流 I，在无穷远处既不流入也不流出．每个支路上的电流也是上述两种情况下各支路电流的叠加．因此，R 电阻上的电流为 $\frac{I}{2}$．所以 A、B 两节点间的电势差为：

$$U_{AB} = \frac{I}{2}R = \frac{IR}{2}(\mathrm{V})$$

于是，A、B 两节点间的等效电阻为：$R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I} = \frac{IR}{2} / I = \frac{R}{2}(\Omega)$

本题是一个无穷网络问题，而且是一个向上、下、左、右都无限延伸的网络，如果没有巧妙的思考和分析，恐怕一时很难理出头绪来．我们在求解过程中，抓住了无穷网络中任何一个节点都可以看作是网络的对称点这个最重要的特征（无限与有限的本质区别），得到了由任一节点流入或流出的电流将在汇于节点的四个电阻上平均分配的重要结论．这是解决问题的突破口．在求 A、B 两节点间的电阻时，我们还运用了虚电流法和叠加原理，把无穷远处也看作一个“节点”，用叠加方法使无穷远处流入流出的电流抵消，这些都体现了一定的解题技巧．实践证明，三维情况下无穷网络的等效电阻可采用类似的方法解决，更可喜的是不久前，波兰的中学生 Krzysztof Giaro 在他的一篇创造性论文中，采用二维平面的博里叶