

# 上海交通大学试卷

( 2021 至 2022 学年 第 2 学期 2022 年 6 月 8 日 )

班级 F21 学号 姓名

课程名称 电路理论 成绩

解析: 蒋沫晗 排版: 蒋沫晗 校对: 赵宇翔 林昊 朱小志

## 一、客观题(每题 3 分)

### 上海交通大学在线考试诚信承诺书

考试不仅是对学习成效的检查,更是对道德品质的检验。自觉维护学校的考风考纪,营造公平、公正的考试环境是全体同学的责任和义务。特别在疫情防控的特殊时期,更应强化自律意识,恪守诚信,拒绝舞弊,做一名诚实守信的新时代大学生,用诚信的考试构筑诚信的人生。

#### 我郑重承诺:

(1) 本人将履约践诺,知行统一;遵从诚信规范,恪守学术道德;自尊自爱,自省自律。

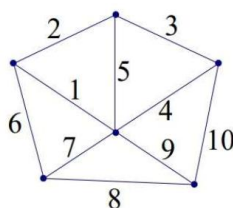
(2) 在线考试过程中,自觉遵守学校和老师宣布的考试纪律(详见《上海交通大学本科生学生手册》中的《学生考试纪律规定》,沪交教【2019】28号),不剽窃,不违纪,不作弊。

(3) 若违反相关考试规定和纪律要求,自愿接受学校的严肃处理或处分。

#### ● 知情并承诺

1. 答案:(你还有的选择么[doge])

图示连通图,下列哪个支路集合不是割集?



- A. {1, 2, 7, 9, 10}  
C. {1, 2, 6}

- B. {3, 5, 6, 8, 9}  
D. {1, 3, 5, 6}

☐ A

☐ B

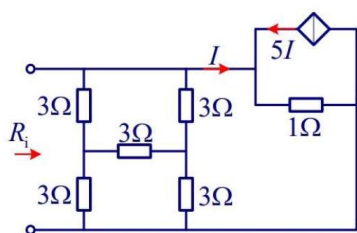
☐ C

☐ D

2. 答案: B

解析: 集合{3, 5, 6, 8, 9}, 无法构成闭合高斯面。

图示电路的等效电阻  $R_i$  为 ( )  $\Omega$ 。



- A. 1.5      B. 2      C. 2.5      D. 3

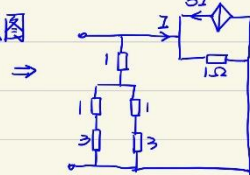
- ☐ A  
☐ B  
☐ C  
☐ D

3. 答案: B

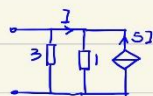
解析: 由  $T-\pi$  变换得, 如图所示;

由外加电源法, KCL 得,  $I + 5I = u$ , 端口电流为  $i = I + \frac{u}{3}$ , 求得  $R_i = \frac{u}{i} = 2\Omega$ 。

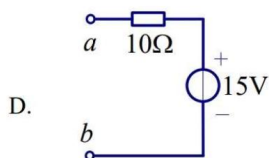
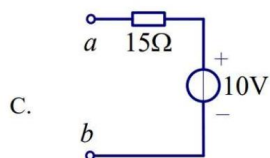
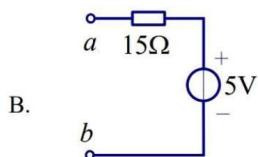
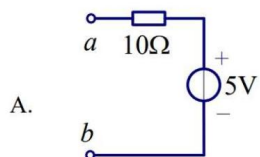
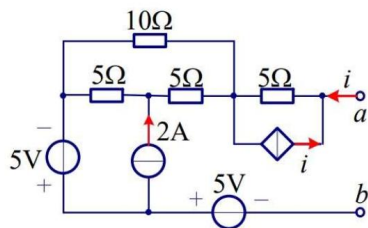
原图



↓



图示电路的戴维宁等效电路是 ( )。



4. 答案: B

解析: 先求解等效电阻  $R_{eq}$ : 由外加电源法, 将所有电源置零, 如上图所示;

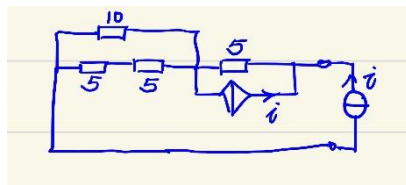
由 KCL 求解各支路电流; 由 KVL,  $u = 5i + 5 \cdot 2i = 15i$ ,  $R_{eq} = 15\Omega$ ;

再求解开路电压: 由  $T-\pi$  变换, 得电路如下图所示;

录必究

UNIVERSITY

论学科营使用



版权所有 翻求必究

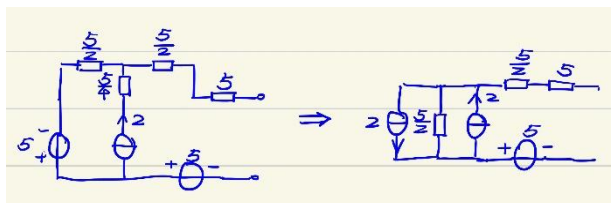
上海交通大学  
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

再由电路等效，得电路图如下图所示：

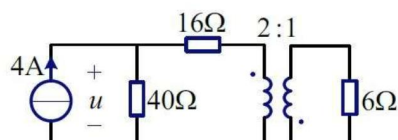
求得电路开路电压为  $u_{oc} = 5V$ ；

另解：

考虑叠加定理，(计算量会更小)



图示电路中，则电压  $u$  为 ( )。



- A. 10V      B. 20V      C. 40V      D. 80V

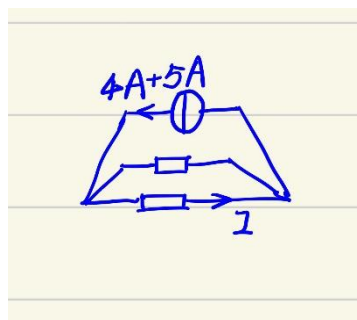
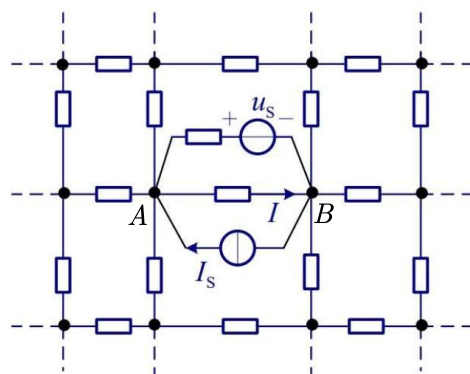
5. 答案：

解析：由阻抗等效， $R_{eq} = n^2 R_L = 24\Omega$

故由 KVL， $u = 4A \cdot (40\Omega // 24\Omega) = 80V$ 。(阻抗等效的证明见 mooc 答案\_第三章，有兴趣的同学也可以用理想变压器定义算一遍)

图示无限方格电阻电路向四周无穷远接地，其中所有电阻的阻值均为  $2\Omega$ ， $U_S = 8V$ ，

$I_S = 5A$ ，图中电流  $I$  等于 ( )。



- A. 1A      B. 1.5A      C. 2A      D. 3A

6. 答案：D

解析：本题由电路理论教学参考书 P91 页 3.10 题变式而来。先对  $u_s$  所在支路进行戴维宁-诺顿等效，电路如上图所示；

先求除  $I$  所在支路以外的等效电阻；

将电流源置零。当去除  $I$  所在支路，电阻为对称无限大平面电阻网络。设一电流  $i$  从 A 点流入，从无穷远处(或者接地处)流出，则由于对称性，AB 上电流值为  $\frac{i}{4}$ ，由 A 流

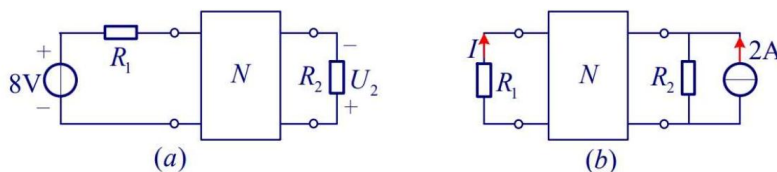
向 B; 重新设置一电流  $i$  从无穷远处流入, 从 B 点流出, 则由对称性, AB 上电流值为  $\frac{i}{4}$ , 由 A 流向 B。根据叠加定理, 两个电流叠加 I 支路上电流大小为  $\frac{i}{2}$ ; 故  $u_{AB} = \frac{i}{2}R$ , AB 两点之间等效电阻值为  $R_{AB} = \frac{u_{AB}}{i} = \frac{R}{2}$  (一端口等效电阻);

再求解等效后的电路:

等效后, 电路为电流值为 9A 的电流源与  $(R_{AB} \parallel R)$  串联, 由分电流可知  $I = \frac{9}{3} = 3A$ 。

备注: 无穷大平面电阻网络等效电阻的证明详细见附录。

图示电路中  $R_1$ 、 $R_2$  为线性电阻, 网络 N 仅由线性电阻构成, 已知  $U_2=4V$ , 则 I 为 ( ) A。



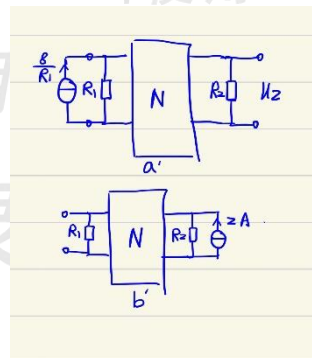
- A. 2      B. -2      C. 1      D. -1

7. 答案: C

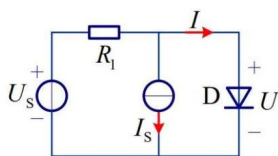
解析: 将(a),(b)两图改为右图所示电路, 使用互易定理形式

$$\text{二, } \frac{U_2}{\frac{8}{R_1}} = \frac{U_1}{2}, \text{ 得 } U_1 = \frac{U_2 R_1}{4};$$

$$\text{求得电流值为 } I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{4} A。$$



图示含理想二极管的电路中,  $R_1=10\Omega$ ,  $U_s=10V$ ,  $I_s=2A$ , 则电流 I 为 ( ) A。

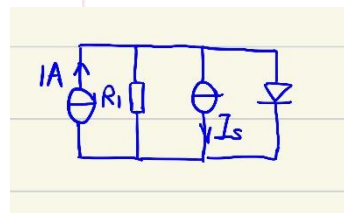


- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

8. 答案: A

解析: 由戴维宁-诺顿变换, 电路如上图所示;

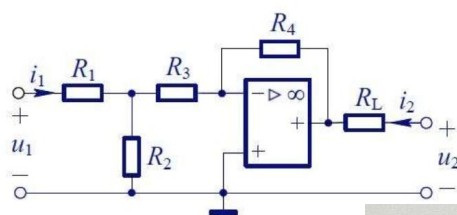
电流从理想二极管负极流入, 电流无法通过,  $I=0A$ 。



上海交通大学

SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

如图所示二端口电路，输入电阻和输出电阻分别为（ ）。



- A.  $R_1, R_L$   
 B.  $R_1 + R_2 \parallel R_3, R_L$   
 C.  $R_1 \parallel R_2, R_L \parallel R_4$   
 D.  $R_1, R_L \parallel R_4$

9. 答案: B

解析: 输入电阻即  $r_1 = \frac{u_1}{i_1}$ , 输出电阻即  $r_2 = \frac{u_2}{i_2}$ ;

求解输入电阻时, 将  $u_2$  置零。由于存在运放, 考虑使用节点法进行计算。由 KCL 和等势点, 有

$$I_2 R_2 = I_3 R_3$$

$$I_2 + I_3 = i_1$$

故  $I_2 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} i_1, I_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} i_1$ 。由 KVL,  $u_1 = R_1 i_1 + I_2 R_2 = \left( R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \right) i_1$ , 即

输入电阻为  $R_1 + R_2 \parallel R_3$ 。(到这里题已经做完了, 只是把右半边的写完)。

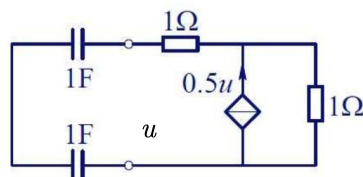
求解输出电阻时, 将  $u_1$  置零。由虚短可得节点电势,  $R_1, R_2, R_3$  上无电流; 又由虚断,

$I_4 = I_3 = 0A$ , 故  $R_L$  右侧节点电势为 0, 输出电阻为  $R_L$ 。

另法:  $R_2$  下端点和  $R_3$  右端点等势, 电路等效直接捏合在一起, 可以发现输入电阻直接

就是  $R_1 + R_2 \parallel R_3$ 。

图示电路的时间常数是（ ）s。



- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

10. 答案: B

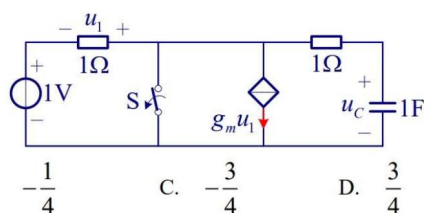
解析: 补充:  $u$  即两个电容的端口电压值 (上正下负)。

将两个电容串联, 得等效电容值为  $C_{eq} = \frac{1}{2}F$ ; 由外加电源法, 端口等效电阻值为



$R_{eq} = 4\Omega$ 。故时间常数  $\tau = R_{eq} \cdot C_{eq} = 2s$

图示电路换路前处于稳态,  $g_m = 2S$ ,  $t=0$  时开关打开, 则  $\left. \frac{du_c}{dt} \right|_{0+}$  值为 ( ) V/s。



- A.  $\frac{1}{4}$     B.  $-\frac{1}{4}$     C.  $-\frac{3}{4}$     D.  $\frac{3}{4}$

11. 答案: D

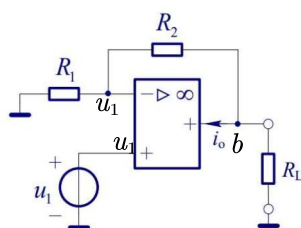
解析: 对电容, 由于没有发生突跃,  $u_c(0_+) = u_c(0_-) = 0V$ ;

在  $t=0_+$ , 由 KCL, KVL,  $2u_1 + i_c = -u_1 \Rightarrow i_c = -3u_1$ ,  $-u_1 + i_c \cdot 1\Omega = 1V$ , 故

$$u_1 = -\frac{1}{4}V, i_c = \frac{3}{4}A;$$

由  $i_c = C \frac{du_c}{dt}$ , 故  $\left. \frac{du_c}{dt} \right|_{t=0_+} = \frac{3}{4}$ 。

图示电路中, 已知  $R_1 = R_2 = 1k\Omega$ ,  $R_L = 10k\Omega$ ,  $u_1 = 5V$ , 则  $i_o$  等于 ( ) mA。



- A. 5    B. 6    C. -5    D. -6

12. 答案: D

解析: 由虚短对各节点电势进行标注, 可求得  $I_1 = \frac{u_1}{R_1}$  自右向左;

由虚断,  $I_2 = \frac{u_1}{R_1}$ ,  $\varphi_b = u_1 + I_2 \cdot R_2 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)u_1$ ;

故可求得  $I_L = \frac{\varphi_b}{R_L} = \frac{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}{R_L}u_1$ , 自上向下;

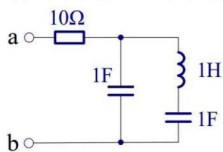
由 KCL,  $i_o = -(I_2 + I_L) = -0.006A = -6mA$ 。



上海交通大学

SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

图示电路中，已知  $u_{ab}=10\cos(t)\text{V}$ ，则端口 ab 吸收的平均功率为 ( ) W。



- A. 1      B. 2      C. 5      D. 0

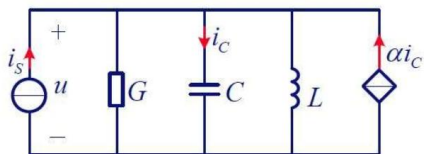
13. 答案: C

解析: 端口电压  $\dot{u} = 5\sqrt{2}\angle 0^\circ$  右边电容与电感发生串联谐振, LC 串联谐振相当于短路,

故  $\dot{i} = \frac{\sqrt{2}}{2}\angle 0^\circ$ ;

端口有功功率为  $p = ui \cos \varphi = 5\text{W}$ 。(提示: 相量法使用时注意正常  $u, i$  均是有效值而不是最大值)。

图示电路中,  $L = \frac{1}{4}\text{H}$ ,  $C = 2\text{F}$ ,  $\alpha = 0.5$ ,  $i_s = \varepsilon(t)\text{A}$ , 若  $G = 5\text{S}$ , 则电路响应为 ( )。(提示: 可采用复频域分析方法)



- A. 过阻尼      B. 临界阻尼      C. 欠阻尼      D. 无阻尼

14. 答案: A

解析: 回顾定义:

过阻尼——特征方程有两个不相等实数根; 欠阻尼——特征方程根为一对共轭复数;

临界阻尼——特征方程有两个相等实数根; 无阻尼——特征方程为一对共轭虚数;

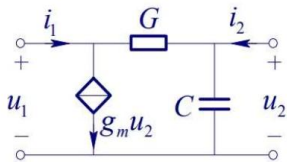
由 KCL,  $i_L = i_s - 0.5i_c - Gu_c$ ; 又由 KVL 得,

$$u_c = L \frac{di_L}{dt} = L \frac{d}{dt} \left( i_s - 0.5C \frac{du_c}{dt} - Gu_c \right)$$

特征方程为  $0.5CLr^2 + GLr + 1 = 0$ , 有两个实数根, 故为过阻尼。

(有兴趣的同学也可以试试用拉普拉斯, 但本题不推荐这个做法)

图示双口网络的  $Y(s)$  参数为 ( )。

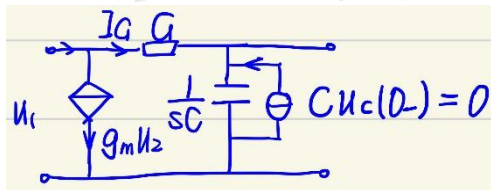


A.  $\begin{bmatrix} G & -G \\ -G & G + Cs \end{bmatrix}$

B.  $\begin{bmatrix} G & g_m - G \\ -G & G + Cs \end{bmatrix}$

C.  $\begin{bmatrix} G & -G \\ -G & G - Cs \end{bmatrix}$

D.  $\begin{bmatrix} G & -g_m - G \\ -G & G + Cs \end{bmatrix}$



15. 答案: B

解析: 将电路转化为运算电路如上图所示;

易知  $u_c(0_-) = u_2$ , 由 KCL,  $I_G = I_1 - g_m U_2$ ;

下面书写端口特性方程 (一般习惯用  $u_1 = f(i_1, i_2, u_2), u_2 = f(i_1, i_2, u_1)$  的方式列写):

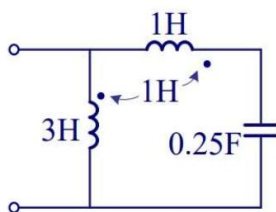
$$\begin{aligned} U_1 &= (I_1 - g_m U_2) \frac{1}{G} + U_2 \\ U_2 &= \frac{1}{sC} (I_2 + I_1 - g_m U_2) \end{aligned}$$

整理得

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G & g_m - G \\ -G & G + Cs \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$$

故  $Y(s)$  参数为 B 选项。

如图所示电路, 已知  $\omega = 1 \text{ rad/s}$ , 端口的输入阻抗为 ( )。



A.  $j\Omega$

B.  $-j5\Omega$

C.  $-j\Omega$

D.  $j5\Omega$

16. 答案: B

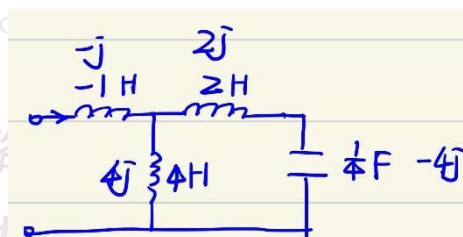
解析:

应用 T 型去耦, 注意此时公共端为异名端相接, 故  $M < 0$ , 得到如下图所示电路:

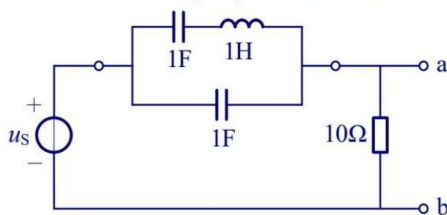
转化为符号电路后, 求解电路阻抗:

并联部分阻抗为  $-4j\Omega$ , 串联后电路的总

阻抗为  $-5j\Omega$



如图所示电路, 正弦激励电压  $u_s = 5\sin(\sqrt{2}t) \text{ V}$ , 则 a、b 端电压的振幅为 ( ) V。



A. 5

B.  $5/\sqrt{2}$

C.  $\infty$

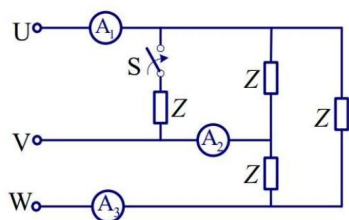
D. 0

17. 答案: D



解析：  $(1F + 1H) // 1F$  部分电路发生谐振，导纳值为 0，并联谐振相当于断路，故 ab 端电压为 0V，振幅为 0。

图示三相电路外接三相对称电源，开关 S 闭合前，三个电流表（均为理想电表）的读数均为 3A。开关 S 闭合后，读数发生变化的电流表是 ( )。



- A.  $A_1$       B.  $A_2$       C.  $A_3$   
D. 三个电流表的读数均有变化

18. 答案：A

解析：将三角联结电路转化为星形联结，如上图所示；

（提醒：所有三相电路问题均建议先化为星形联结后再算）

由三角联结线电流与相电流关系，求得电源 U 为  $\dot{U} = Z \angle 0^\circ$ （电源按正序排列）。

可得  $I_Z = \frac{U_{UV}}{Z} = \sqrt{3} A$ ，自上向下；

为求  $U_{NN'}$ ，做电路等效变换如上图所示。由节点分析法，以 N 点为参考节点，得

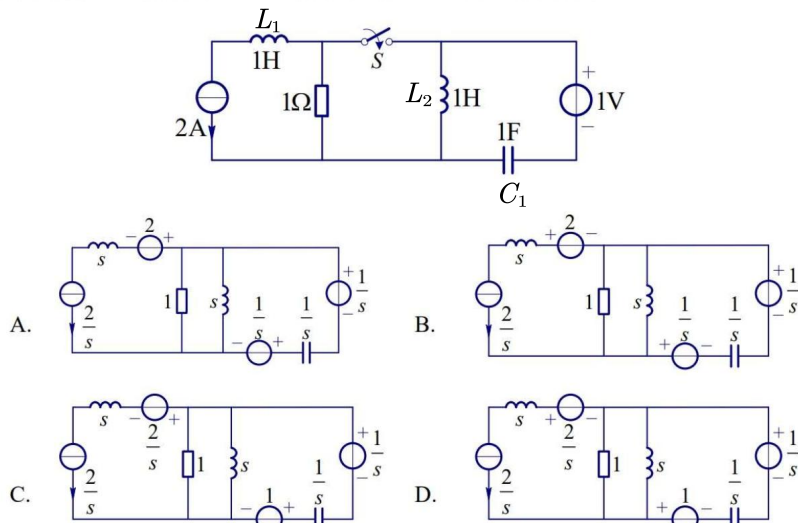
$$\frac{u_A}{\frac{Z}{5}} + \frac{u_A}{\frac{Z}{5}} + \frac{u_A - u_{N'}}{\frac{Z}{15}} = \frac{\dot{U}_U}{\frac{Z}{5}} + \frac{\dot{U}_V}{\frac{Z}{5}}$$

$$\frac{u_{N'} - u_A}{\frac{Z}{15}} + \frac{u_{N'}}{\frac{Z}{3}} = \frac{\dot{U}_W}{\frac{Z}{3}}$$

解得  $u_{N'} = \frac{1}{3}(\dot{U}_U + \dot{U}_V + \dot{U}_W) = 0V$ 。

故  $I_1 = \frac{Z}{\frac{Z}{3}} + \sqrt{3} = (3 + \sqrt{3})A$ ， $I_2 = I_3 = \frac{Z}{\frac{Z}{3}} = 3A$ ，与原电流表读数相同。

图示电路原已达稳定， $t=0$ 时开关S合上，则其运算电路是（ ）。



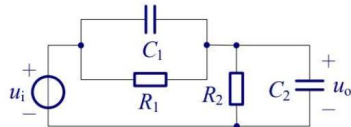
19. 答案：B

解析： $t=0_-$ 时， $i_{L_1}(0_-)=2A$ ， $i_{L_2}(0_-)=0$ ， $u_{C_1}(0_-)=1V$ ；

由于没有突跃情形（“由不等到等”，“由等到不等”），符合换路定律，故 $t=0_+$ 时的电路参数与 $t=0_-$ 时一致；依照运算电路电路元件等效转化，得B图。

注意：在元件转化的时候一定要注意补充独立电源的方向，微分形式补充的独立电源不含s且反向。

图示电路中， $R_1=R_2=1k\Omega$ ， $C_1=C_2=10nF$ ， $u_i=4\cos(t)V$ ，则 $u_o$ 等于（ ）V。



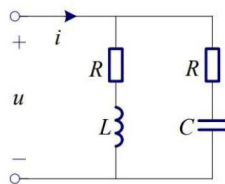
- A.  $4\cos(t)$       B.  $4\sin(t)$       C.  $2\cos(t)$       D.  $2\sin(t)$

20. 答案：C

解析：由题知， $C_1 \parallel R_1 = C_2 \parallel R_2$ ，故均分电压， $u_o=2\cos(t)V$ 。

（先看完题，等效好电路再准备下笔算，这题看完题就不会想着动笔了[doge]）

图示电路中，已知对任意频率， $u$ 、 $i$ 均同相。如果 $L=1H$ ， $C=10mF$ ，则 $R$ 等于（ ） $\Omega$ 。



- A. 1      B. 2      C. 4      D. 10

21. 答案：D

解析：由任意频率下， $u$ 、 $i$ 同相，知电路谐振；

求解电路导抗为

$$Y = \frac{1}{R + \omega j} + \frac{1}{R - \frac{100}{\omega} j} = \frac{2R + \left(\omega - \frac{100}{\omega}\right)j}{R^2 + 100 + \left(\omega - \frac{100}{\omega}\right)Rj}$$

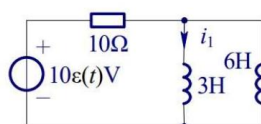
若发生谐振，则对应成比例， $\frac{2R}{R^2 + 100} = \frac{1}{R}$ （或者也可以进行有理化），

得  $R = 10\Omega$ 。

## 二、计算与分析题（共 4 题）

### 1. 计算题（10 分）

图示电路中，电感的原始状态均为零，试求  $t > 0$  时的  $i_1$ 。（用时域、复频域分析方法均可）



解：由两个电感并联，可得

$$3 \frac{di_1}{dt} = 6 \frac{di_2}{dt}$$

$$\Rightarrow di_1 = 2 di_2$$

又  $t = 0_-$  时， $i_1(0_-) = i_2(0_-) = 0$ ，故得  $i_1 = 2i_2$ ；

由 KVL，

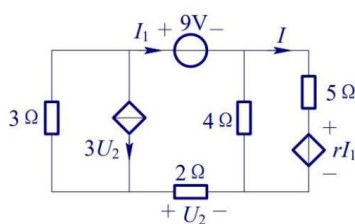
$$10(i_1 + i_2) + 3 \frac{di_1}{dt} = 10$$

$$\Rightarrow 15i_1 + 3 \frac{di_1}{dt} = 10$$

求解得  $i_1 = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}e^{-5t}$ ，故  $t > 0$  时  $i_1 = \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{3}e^{-5t}\right)\varepsilon(t)$ 。

### 2. 计算题（12 分）

如图所示电路，试求使  $I=0$  的  $r$  值。

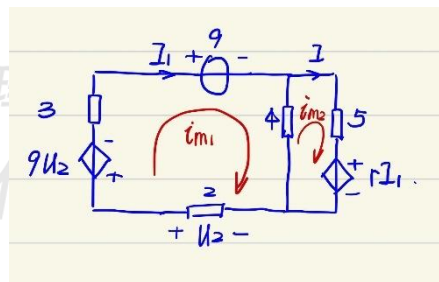


解：由于存在无伴独立电压源，又目标电路参数  $I$  不能有影响，故进行诺顿-戴维宁转

化后使用回路分析法，电路如右图所示：

列写回路方程有：

$$\begin{cases} 3i_{m1} + 4(i_{m1} - i_{m2}) + 2i_{m1} = -9 - 9U_2 \\ 4(i_{m2} - i_{m1}) + 5i_{m2} = -rI_1 \\ U_2 = -2i_{m1} \\ I = i_{m2} \\ I_1 = i_{m1} \end{cases}$$



$$\text{求得 } i_{m1} = \frac{81}{97 - 4r}, \quad i_{m2} = \frac{9}{4} - \frac{729}{388 - 16r};$$

若  $I = 0$ ，则  $i_{m2} = 0$ ，解得  $r = 4$ 。

法二：

由  $I = 0$ ， $I_{4\Omega} = I_1$ ，则  $I_{5\Omega} = 0A$ ， $U_{5\Omega} = 0V$ ，由并联电压相等，

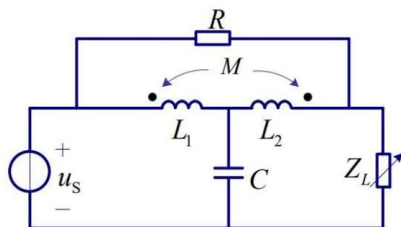
$4 \cdot I_1 = 0 + rI_1$ ，解得  $r = 4$ 。

### 3. 计算题（12分）

图示正弦稳态电路中，已知  $u_s = 10\sqrt{2}\cos 10t$  V， $L_2 = 12H$ ， $M = 10H$ ，

$C = 1000\mu F$ 。已知负载阻抗  $Z_L = (10 - j10)\Omega$  时可获得最大功率，则电阻  $R$  的值

为多少？并求此时负载阻抗  $Z_L$  获得的平均功率。（注意电路中是否存在谐振现象）



解：对互感耦合电感进行 T 型等效，如右图所示；

易知， $M, C$  所在支路发生串联谐振，该支路等效于短路；

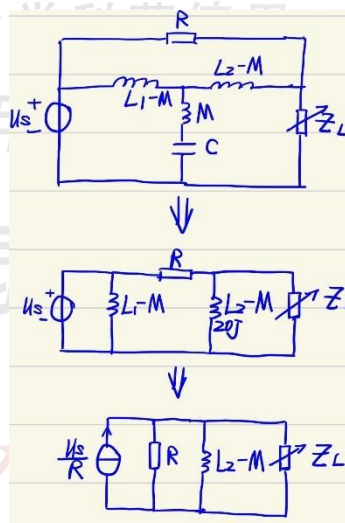
考虑最大功率，由于  $L_1 - M$  支路功率恒定，故

可以直接忽略这一支路（直接丢掉），并进行诺顿等效；根据最大功率传输定理，最大功率共轭匹配，故

$$Z_{eq} = \frac{20j \cdot R}{R + 20j} = R_L^* = 10 + 10j$$

得  $R = 20\Omega$ ；

用(2)图求解平均功率：



$$\dot{U}_{Z_L} = 10 \angle 0^\circ \cdot \frac{20j(10-10j)}{20j+10-10j} = 5 \angle 0^\circ$$

$$= 5 \angle 0^\circ$$

故

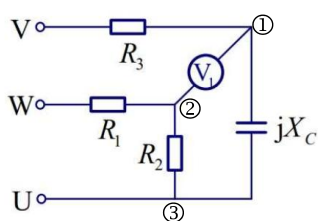
$$\dot{I}_{Z_L} = \frac{\dot{U}_{Z_L}}{Z_L}$$

$$= \frac{5\sqrt{2} \angle 0^\circ}{10-j10} = \frac{\sqrt{2}}{4} \angle 45^\circ \text{ A}$$

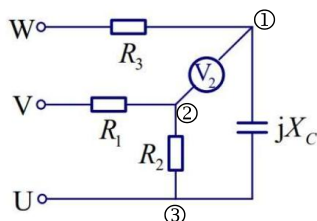
负载阻抗的有功功率为  $p = ui \cos(\varphi_u - \varphi_i) = 1.25 \text{ W}$

#### 4. 分析题 (6 分)

图示电路中，UVW 外接三相对称正序电源，试判断图(a)、(b)中哪个电压表的读数更大？试给予说明。



(a)



(b)

解：不妨设  $\dot{U}_V = u \angle 0^\circ, \dot{U}_W = u \angle -120^\circ, \dot{U}_U = u \angle 120^\circ$ ;

对(a)图，由分压，可得

$$\dot{u}_1 = \dot{U}_U + (\dot{U}_V - \dot{U}_U) \frac{jX_c}{R_3 + jX_c}$$

$$\dot{u}_2 = \dot{U}_U + (\dot{U}_W - \dot{U}_U) \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

同理，

$$\dot{u}_1' = \dot{U}_U + (\dot{U}_W - \dot{U}_U) \frac{jX_c}{R_3 + jX_c}$$

$$\dot{u}_2' = \dot{U}_U + (\dot{U}_V - \dot{U}_U) \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

绘制相量图，可得  $|\dot{u}_1 - \dot{u}_2| = |\dot{u}_1' - \dot{u}_2'|$ ，两次电压表读数一致。

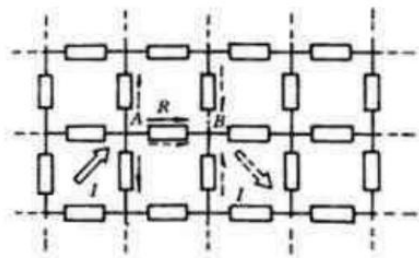
(可以先判断：取特殊情况，令  $R_3 = R_2 = 0$ ，则两个电压表所测电压分别为

$\sqrt{3}u \angle -30^\circ$  和  $\sqrt{3}u \angle -90^\circ$ ，示数相同)



### 三、附录

图为一个网格为正方形的平面无穷网络，网络的每一个节点都有四个电阻与上下左右四个节点分别相联，每个电阻大小均为  $R$ ，由此，按左右、上下一直延伸到无穷远处。  $A$  和  $B$  为网络中任意两个相邻节点，试求  $A$ 、 $B$  间的等效电阻  $R_{AB}$ 。如图 8，设有一电流  $I$  从  $A$  点流入，从无穷远处流出。由于网络无穷大，故网络对于  $A$  点是对称的，电流  $I$  将在联接  $A$  点的四个电阻上平均分配。这时，电阻  $R$ （指  $A$ 、 $B$  两节点间的电阻）上的电流为  $\frac{I}{4}$ ，方向由  $A$  指向  $B$ 。



同理，再设一电流  $I$  从无穷远处流处，从节点  $B$  流出。由于网络无穷大， $B$  也是网络的对称点，因此在电阻  $R$  上分得的电流也为  $\frac{I}{4}$ ，方向也是由  $A$  指向  $B$ 。

将上述两种情况叠加，其结果将等效为一个从节点  $A$  流入网络，又从节点  $B$  流出网络的稳恒电流  $I$ ，在无穷远处既不流入也不流出。每个支路上的电流也是上述两种情况下各支路电流的叠加。因此， $R$  电阻上的电流为  $\frac{I}{2}$ 。所以  $A$ 、 $B$  两节点间的电势差为：

$$U_{AB} = \frac{I}{2} R = \frac{IR}{2} (\text{V})$$

于是， $A$ 、 $B$  两节点间的等效电阻为： $R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I} = \frac{IR}{2} / I = \frac{R}{2} (\Omega)$

本题是一个无穷网络问题，而且是一个向上、下、左、右都无限延伸的网络，如果没有巧妙的思考和分析，恐怕一时很难理出头绪来。我们在求解过程中，抓住了无穷网络中任何一个节点都可以看作是网络的对称点这个最重要的特征（无限与有限的本质区别），得到了由任一节点流入或流出的电流将在汇于节点的四个电阻上平均分配的重要结论。这是解决问题的突破口。在求  $A$ 、 $B$  两节点间的电阻时，我们还运用了虚电流法和叠加原理，把无穷远处也看作一个“节点”，用叠加方法使无穷远处流入流出的电流抵消，这些都体现了一定的解题技巧。实践证明，三维情况下无穷网络的等效电阻可采用类似的方法解决，更可喜的是不久前，波兰的中学生 Krzysztof Giaro 在他的一篇创造性论文中，采用二维平面的博里叶

版权所有 翻录必究



上海交通大学

SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY