高代学习心得

管昊

2023 年 6 月

目录

1 摘要

这篇文章，总结了一些我对于线性代数的理解，并探讨了与高等代数相关的几个专题，包括线性代数的应用范例、定理的新证明或推广以及学习高等代数的心得体会。

2 引言

因为之前多个同专业学长对线性代数重要性的强调和选课社区里的高分评价，在这个小学期，我选了李吉有老师和陈克应老师的共同授课的数学分析和高等代数选讲。虽然我是平台学生，所学的线性代数课早已在大一上学期结课，而且李老师只给我们上了两周的课，但在这短短几周里李老师帮助我一点点重新捡起忘记好久的线性代数知识，让我对线性代数有了更多，更系统的认识，以下是我的一些见解。

3 线性代数在各学科领域中的应用

线性代数是研究向量空间和线性变换的数学分支，其在各学科领域中有广泛的应用。我的专业是电子信息类，在上个学期我学习了电路理论，数字电子技术等专业课。

- 在电路理论中，有许许多多的结论比如特勒根定理，基尔霍夫定律等都是通过把电路简化成矩阵后对矩阵进行变化实现的。
- 在计算机科学领域，线性代数被应用于图形处理、机器学习和数据挖掘等领域。线性代数在计算机图形学和计算机视觉中起着至关重要的作用。图形学涉及处理图像、渲染三维场景、动画等。其中，矩阵和向量运算用于实现 2D 和 3D 图像的变换、旋转、缩放和平移，而计算机视觉是研究如何让计算机“看”和“理解”图像和视频的领域。通过线性代数，计算机可以在屏幕上绘制出逼真的三维图像，使得图像处理和计算机动画成为可能，同时图像处理、特征提取和目标识别等问题通常使用线性代数的技术，如矩阵运算和特征值分解。例如，主成分分析（PCA）可以用于图像压缩和特征提取。而在我参加的一个 prp 项目中，我们就利用了张量进行图像的降噪和压缩。

- 在经济学中，线性代数可以用来解决线性优化问题和经济模型的建立。通过这些应用范例，可以看出线性代数在不同学科领域中的重要性和实用性，也凸显了较好地掌握线性代数的重要性。
- 在物理学中，量子力学中量子态的描述和演化通常使用复数向量和矩阵进行；电磁学中在电场和磁场分析中，使用矢量和矩阵运算来描述电荷和电流的分布。

下面我用电路理论中基尔霍夫定律的证明为具体示例介绍线性代数在其他学科中的重大作用。

基尔霍夫电流定律的证明 假设电路中有 n 个节点和 m 个电流分支。

我们用以下符号表示：

- $\mathbf{I}_{\text{in}}$ 是一个 n 行 1 列的向量，表示每个节点的流入电流。
- $\mathbf{I}_{\text{out}}$ 是一个 n 行 1 列的向量，表示每个节点的流出电流。
- $\mathbf{A}$ 是一个 m 行 n 列的矩阵，表示电流分支的连接关系。

根据基尔霍夫电流定律，我们有以下矩阵方程：

$$\mathbf{A}^T\mathbf{I}_{\text{in}} = \mathbf{A}^T\mathbf{I}_{\text{out}}$$

这表示矩阵 $\mathbf{A}$ 的转置乘以向量 $\mathbf{I}_{\text{in}}$ 等于矩阵 $\mathbf{A}$ 的转置乘以向量 $\mathbf{I}_{\text{out}}$。

这个矩阵方程表明在任何一个电路节点，流入节点的电流之和等于流出节点的电流之和。

证毕。

综上所述，线性代数作为一种强大的数学工具，在各个学科领域都有着广泛的应用，帮助解决各种复杂问题。

4 学习高等代数的心得体会

在学习数学类的过程中，个人的心得体会至关重要。通过这段时间的学习，我已经认识到高等代数不仅仅是一门理论课程，更是一门实用的工具和思维方式。例如老师对于使用二次型解释了数学分析中的公式，而图标准型更是把我之前学过的离散数学和大学物理用高等代数进行了解释。我从未

想到线性代数是一门如此神奇的学科，可以把其他各种各样的学科练习在一起。

更重要的是，通过李老师的讲解，我发现高等代数的学习中关键在于理解概念和原理是如何来的，学会将不同的概念和原理统一起来，而不是仅仅记住公式和算法。通过解决一些实际问题和应用案例，我如今慢慢地能够将线性代数的知识与实际情境相结合，从而更好地理解和应用它们。事实上在上个学期我也正是通过这种方式在考试中取得了不错的成绩。

然而，我也遇到了一些困惑和挑战。虽然李老师的讲解让我明白了很多高数概念的统一性，但更多的抽象概念和证明过程还是让我感到困惑，尤其是在面对张量这种现实中难以复刻的多维矩阵我比较容易糊涂。在面对这些困惑时，我积极寻求帮助，通过阅读教材、参考网络上的资料和与同学讨论来解决问题。

最后，我认为这短短两个周帮助我提升了对线性代数很多新的认知，但我对于高代的理解仍然是浅薄而且片面的，我希望在这个暑假中自学 MIT 的线性代数课程，从而加深自己对线性代数的理解。

5 个人感兴趣的主要问题和待解决的挑战

在这次课程中，李老师讲解了几种线性代数中的标准型，比如相抵标准型、合同标准型、奇异值分解后得到的标准型，Jordan 标准型和图标准型等等，除图标准型之外大部分标准型我都在之前的学习中接触过了，同时我也在之前的学习中接触过线性变换。但令我大吃一惊的是李老师竟然通过线性空间下的两组基和线性变换对这几个标准型进行了统一。通过对基与基之间的矩阵进行变化可以得到不同的标准型。老师说高代的标准型有无限种，对于基的变换的要求越高，标准型的划分就越细，就会获得更多的标准型。

出于对这个问题的好奇，我也搜索了更多资料进行学习，我学到了另外两种矩阵矩阵：

- 可逆型矩阵，也称为非奇异矩阵，是一个方阵，其行列式不为零。可逆型矩阵具有逆矩阵，使得它与逆矩阵的乘积等于单位矩阵。
- 埃米尔特型：对于复数矩阵，埃尔米特型是一种特殊的对称型，其主对角线上的元素是实数，而且矩阵的共轭转置等于它本身的逆。埃尔

米特型在量子力学和信号处理等领域中有着重要应用。例如，下面是一个 3x3 埃尔米特型矩阵的示例：

$$\begin{bmatrix} 1 & 2i & -3i \\ -2i & 5 & 4i \\ 3i & -4i & 3 \end{bmatrix}$$

在学习高等代数的过程中，我还对一些其他的问题产生了浓厚的兴趣，并希望能够深入探究和解决。例如，我对矩阵的奇异值分解和特征值分解的关系和应用感兴趣，也对线性代数中的最优化问题和约束条件的处理方法感兴趣。此外，我想了解高等代数在其他领域中的新应用，以及如何将高等代数与计算机科学和人工智能等前沿技术结合起来。

在未来的学习中，我将继续深入研究这些问题，并尝试提出创新的解决方案。我计划通过阅读专业文献、通过邮件与老师交流来扩展我的知识和见解。我相信，通过持续的学习和研究，我能够更好地理解高等代数，并将其应用于实际问题解决中。

6 结论

本文讨论了与高等代数相关的专题，包括线性代数的应用范例、定理的新证明或推广、学习心得以及个人感兴趣的问题和挑战。通过探索线性代数在不同学科领域中的应用，我们可以看到它的广泛实用性。通过进行定理的新证明或推广，我们可以深化对高等代数的理解。同时，个人的学习心得和面临的困惑也提醒着我们在学习高等代数时要注重理解和应用，同时积极寻求帮助和与他人讨论，以克服困惑和挑战。

最后，我认识到高等代数作为一门重要的数学分支，不仅具有理论上的深度和美感，还具有广泛的实用性和应用潜力。通过深入学习和探索，我希望能够将高等代数的知识和技巧应用于实际问题解决中，并为学术和科学领域的发展做出贡献。

7 参考文献

1. 线性代数应该这样学，杜现昆等译，人民邮电出版社.

2. A. Kostrikin and Y. Manin, Linear Algebra and Geometry, Gordon and Breach Science Publishers，1981.

3. 《高等代数（第二版，下册)》，丘维声著，北京大学出版社, 2006.

4. 《高等代数学》(第一章, 第七章), 张贤科著, 清华大学出版社, 1997.

5. A.N. 柯斯特利金，《代数学引论 I,II,III》，张英伯等译, 高等教育出版社,2006.

6. 《线性代数五讲》，龚升著，科学出版社，2005.