LAPORAN TUGAS BESAR 1 IF2123 ALJABAR LINEAR GEOMETRI

Kelompok TBA (Tugas Besar Algeo)







Disusun oleh:

Nadia Mareta Putri Leiden 13520007

Hansel Valentino Tanoto 13520046

Adelline Kania Setiyawan 13520084

SEKOLAH TEKNIK ELEKTRO DAN INFORMATIKA INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

2021

DAFTAR ISI

DAFTAR ISI	2
BAB 1 DESKRIPSI MASALAH	3
BAB 2 TEORI SINGKAT	4
BAB 3 IMPLEMENTASI PROGRAM	
BAB 4 EKSPERIMEN	
BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN	
DAFTAR REFERENSI	66

BAB 1 DESKRIPSI MASALAH

Sistem persamaan linier (SPL) banyak ditemukan di dalam bidang sains dan rekayasa. Anda sudah mempelajari berbagai metode untuk menyelesaikan SPL, termasuk menghitung determinan matriks. Sembarang SPL dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan ($x = A^{-1}b$), dan kaidah *Cramer* (khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak (tidak berhingga), atau hanya satu (unik/tunggal).

Di dalam Tugas Besar 1 ini, anda diminta membuat satu atau lebih *library* aljabar linier dalam Bahasa Java. *Library* tersebut berisi fungsi-fungsi seperti eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, menentukan balikan matriks, menghitung determinan, kaidah *Cramer* (kaidah *Cramer* khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Selanjutnya, gunakan *library* tersebut di dalam program Java untuk menyelesaikan berbagai persoalan yang dimodelkan dalam bentuk SPL, menyelesaikan persoalan interpolasi, dan persoalan regresi. Penjelasan tentang interpolasi dan regresi adalah seperti di bawah ini.

Beberapa tulisan cara membuat *library* di Java:

- 1. https://www.programcreek.com/2011/07/build-a-java-library-for-yourself/
- 2. https://developer.ibm.com/tutorials/j-java*library*/
- 3. https://stackoverflow.com/questions/3612567/how-to-create-my-own-java-libraryapi

BAB 2 TEORI SINGKAT

I. Gauss dan Gauss-Jordan

Eliminasi Gauss merupakan sebuah metode untuk menyelesaikan persamaan melalui matriks. Eliminasi Gauss menggunakan prinsip matriks eselon, yang memiliki bentuk sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Metode ini bertumpu pada satu prinsip, yakni bilangan bukan nol harus dimulai dengan angka 1, lalu boleh diikuti oleh angka lainnya dalam satu baris selain angka 1.

Sedangkan metode Eliminasi Gauss-Jordan adalah metode eliminasi yang merupakan kelanjutan dari Eliminasi Gauss. Apabila prinsip Eliminasi Gauss disebut dengan matriks eselon, Eliminasi Gauss-Jordan disebut dengan matriks eselon tereduksi yang memiliki bentuk sebagai berikut:

$$(A|b) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 5 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Angka 1 harus diapit angka nol, sehingga nanti hasil persamaannya langsung berupa variabel persamaan yang ingin dicari oleh pengguna.

II. Determinan

Determinan adalah nilai yang dapat dihitung dari elemen-elemen suatu matriks persegi yaitu matriks yang memiliki jumlah baris dan kolom yang sama (matriks $n \times n$). Notasi untuk determinan dapat dituliskan sebagai $\det(A)$ atau |A|. Misalnya, untuk matriks berukuran 2×2 , determinannya dapat dihitung dengan cara:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Sedangkan untuk matriks 3×3 , determinannya dapat dihitung dengan cara:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$$

Terdapat sifat khusus saat menghitung nilai determinan dari matriks segitiga atas maupun matriks segitiga bawah. Matriks segitiga atas ($upper\ triangular$) adalah matriks yang semua elemen di bawah diagonal utamanya adalah nol, sedangkan matriks segitiga bawah ($lower\ triangular$) adalah matriks yang semua elemen di atas diagonal utamanya adalah nol. Determinan dari matriks segitiga dapat diperoleh hanya dengan mengalikan semua elemen pada diagonal utamanya. Jadi untuk suatu matriks segitiga A berukuran $n \times n$,

$$\det(A) = a_{11}a_{22}a_{33} \dots a_{nn}$$

Salah satu metode untuk menghitung determinan adalah metode reduksi baris yaitu dengan menerapkan OBE (Operasi Baris Elementer) sampai didapatkan bentuk matriks segitiga, lalu nilai determinannya dapat dihitung menggunakan rumus determinan untuk matriks segitiga. Beberapa sifat determinan ketika diterapkan OBE adalah sebagai berikut:

- 1. Mengalikan suatu baris pada matriks A dengan konstanta k, maka determinannya menjadi k. det(A)
- 2. Menukarkan dua buah baris pada matriks A, maka determinannya menjadi $-\det(A)$
- 3. Menambahkan sebuah baris dengan kelipatan baris yang lain, maka determinannya tetap det(A)

Jadi, secara umum, menghitung determinan dengan metode reduksi baris dapat diperoleh dengan cara:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \xrightarrow{OBE} \begin{bmatrix} a'_{11} & a'_{12} & \cdots & a'_{1n} \\ 0 & a'_{22} & \cdots & a'_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & a'_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = (-1)^p \, a'_{11} a'_{22} \dots a'_{nn} \,,$$

dengan p menyatakan banyaknya operasi pertukaran baris selama penerapan OBE.

Selain metode reduksi baris, ada metode lain untuk menghitung determinan yaitu metode ekspansi kofaktor. Untuk matriks A berukuran $n \times n$, dapat didefinisikan:

1. M_{ij} (Minor entri a_{ij}) adalah determinan submatriks yang elemen-elemennya tidak berada pada baris i dan kolom j, dan

2.
$$C_{ij}$$
 (Kofaktor entri a_{ij}) = $(-1)^{i+j}M_{ij}$

Jadi determinan matriks A berukuran $n \times n$ dapat dihitung dengan metode ekspansi kofaktor menggunakan salah satu rumus berikut ini:

$$\det(A) = a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + \dots + a_{1n}C_{1n}$$

$$\det(A) = a_{21}C_{21} + a_{22}C_{22} + \dots + a_{2n}C_{2n}$$

$$\vdots$$

$$\det(A) = a_{11}C_{11} + a_{21}C_{21} + \dots + a_{n1}C_{n1}$$

$$\det(A) = a_{12}C_{12} + a_{22}C_{22} + \dots + a_{n2}C_{n2}$$

$$\vdots$$

$$\det(A) = a_{11}C_{11} + a_{21}C_{21} + \dots + a_{n2}C_{n2}$$

$$\vdots$$

$$\det(A) = a_{11}C_{11} + a_{21}C_{21} + \dots + a_{n2}C_{n2}$$

$$\vdots$$

$$\det(A) = a_{11}C_{11} + a_{21}C_{21} + \dots + a_{n2}C_{n2}$$

III. Matriks Kofaktor dan Adjoin

Matriks kofaktor (C) dari suatu matriks A adalah matriks persegi yang ukurannya sesuai dengan ukuran matriks A dan setiap elemennya (C_{ij}) merupakan kofaktor dari entri a_{ij} pada matriks A. Elemen C_{ij} dapat dihitung menggunakan rumus seperti yang tertera pada subbab II Bab 2. Jadi matriks kofaktor dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

Adjoin dari matriks A adalah transpose dari matriks kofaktor untuk matriks A. Matriks adjoin berguna untuk mencari invers (matriks balikan) yang penjelasan lebih lanjutnya akan dijelaskan pada subbab berikutnya (subbab 3). Notasi dari adjoin suatu matriks A dapat dituliskan sebagai Adj(A).

IV. Matriks Balikan

Sebuah matriks bisa diinverskan apabila memiliki A^{-1} sehingga memiliki ukuran yang sama dengan A. Sehingga bisa dikatakan, apapun yang terjadi pada A, maka pada A^{-1} akan berlaku sebaliknya. Hasil perkalian dari keduanya adalah berupa matriks identitas (I) sebagai berikut:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Ada 2 cara dalam mencari matriks balikan yaitu dengan matriks kofaktor dan dengan metode reduksi baris. Pada metode matriks kofaktor, matriks balikan dapat dihitung menggunakan rumus:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot adj(A),$$

dimana adjoin didapatkan dengan melakukan transpose terhadap matriks kofaktor. Sedangkan untuk metode reduksi baris, matriks balikan diperoleh dengan cara membuat matriks augmented berukuran $n \times 2n$ yang tersusun atas matriks A dan matriks identitas I lalu diterapkan OBE hingga bagian kiri matriks augmented (matriks A) berbentuk matriks identitas dan matriks balikannnya adalah matriks pada sisi kanan matriks augmented,

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \stackrel{OBE}{\longleftrightarrow} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & a'_{11} & a'_{12} & \cdots & a'_{1n} \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & a'_{21} & a'_{22} & \cdots & a'_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & a'_{n1} & a'_{n2} & \cdots & a'_{nn} \end{bmatrix}$$

V. Kaidah Cramer

Kaidah Cramer adalah rumus atau metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan system persamaan linear dengan jumlah variabel sama dengan jumlah persamannya sehingga kaidah Cramer hanya berlaku pada sistem persamaan linear yang memiliki solusi tunggal / unik. Untuk mendapatkan solusi dari suatu SPL dengan n buah persanaan dan n buah variabel, metode ini membutuhkan nilai determinan dari matriks koefisien dan determinan dari n buah buah matriks lain yang masing-masing diperoleh dengan mengganti salah satu kolom matriks koefisien dengan matriks konstanta (ruas kanan pada SPL). Jika Ax = b merupakan SPL yang terdiri dari n persamaan dengan n buah variabel, maka solusi dari SPL tersebut adalah:

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}, x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}, \dots, x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)}$$

dengan,

$$A_{1} = \begin{vmatrix} b_{1} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ b_{2} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}, A_{2} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_{1} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & b_{2} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & b_{n} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}, \dots, A_{n} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & b_{1} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & b_{2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & b_{n} \end{vmatrix}$$

VI. Interpolasi Polinom

Interpolasi polinom adalah salah satu metode untuk memprediksi nilai dari sebuah titik $p_n(x)$ dengan memperkirakan nilai y tersebut pada sembarang titik pada selang $[x_o, ..., x_n]$. Bentuk polinom interpolasi derajat n yang menginterpolasikan titik-titik $(x_o, y_o), (x_1, y_1), ..., (x_n, y_n)$ adalah $p_{n(x)} = a_o + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$. Dengan menyulihkan semua nilai (x_i, y_i) untuk i = 1, 2, ..., n, akan didapatkan n buah sistem persamaan lanjar

$$a_{0} + a_{1}x_{0} + a_{2}x_{0}^{2} + \dots + a_{n}x_{0}^{n} = y_{0}$$

$$a_{0} + a_{1}x_{1} + a_{2}x_{1}^{2} + \dots + a_{n}x_{1}^{n} = y_{1}$$

$$\dots$$

$$a_{0} + a_{1}x_{n} + a_{2}x_{n}^{2} + \dots + a_{n}x_{n}^{n} = y_{n}$$

Solusi sistem persamaan lanjar ini, yaitu nilai a_0 , a_1 , ..., a_n , diperoleh dengan menggunakan metode eliminasi Gauss. Sebagai contoh, misalkan diberikan tiga buah titik yaitu (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513). Tentukan polinom interpolasi kuadratik lalu estimasi nilai fungsi pada x = 9.2. Polinom kuadratik berbentuk $p_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$. Dengan menyulihkan ketiga buah titik data ke dalam polinom tersebut, diperoleh sisten persamaan lanjar yang terbentuk adalah

$$a_0 + 8.0a_1 + 64.00a_2 = 2.0794$$

 $a_0 + 9.0a_1 + 81.00a_2 = 2.1972$
 $a_0 + 9.5a_1 + 90.25a_2 = 2.2513$

Penyelesaian sistem persamaan dengan metode eliminasi Gauss menghasilkan $a_0 = 0.6762$, $a_1 = 0.2266$, dan $a_2 = -0.0064$. Polinom interpolasi yang melalui ketiga buah titik tersebut adalah $p_2(x) = 0.6762 + 0.2266x - 0.0064x^2$. Dengan menggunakan

polinom ini, maka nilai fungsi pada x = 9.2 dapat ditaksir sebagai berikut: $p_2(9.2) = 0.6762 + 0.2266(9.2) - 0.0064(9.2)^2 = 2.2192$.

VII. Regresi Linier Berganda

Regresi Linear merupakan salah satu metode untuk memprediksi nilai selain menggunakan Interpolasi Polinom. Meskipun sudah ada rumus jadi untuk menghitung regresi linear sederhana, terdapat rumus umum dari regresi linear yang bisa digunakan untuk regresi linear berganda, yaitu.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \epsilon_i$$

Untuk mendapatkan nilai dari setiap β_i dapat digunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression* sebagai berikut:

$$nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{2i} + \dots + b_k \sum_{i=1}^n x_{ki} = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$b_0 \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{2i} + \dots + b_k \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{ki} = \sum_{i=1}^n x_{1i} y_i$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$b_0 \sum_{i=1}^n x_{ki} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{ki} x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{ki} x_{2i} + \dots + b_k \sum_{i=1}^n x_{ki}^2 = \sum_{i=1}^n x_{ki} y_i$$

Sistem persamaan linier tersebut diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi Gauss.

BAB 3 IMPLEMENTASI PROGRAM

I. Main Class

Main Class adalah class program utama dari tugas besar 1 ini. Pada Main Class, hanya terdapat satu prosedur yaitu main. Pada prosedur ini, pertama-tama pengguna akan diberikan informasi ringkas tentang apa yang bisa dilakukan program ini kemudian akan ditampilkan menu yang bisa pengguna pilih sesuai kebutuhan. Terdapat enam menu, yaitu Sistem Persamaan Linier, Determinan, Matriks Balikasn, Interpolasi Polinom, dan Regresi Linier Berganda. Setelah memilih menu, implementasi algoritma untuk masing-masing menu akan dijelaskan lebih lanjut pada class lainnya.

Setiap kali pengguna selesai melakukan perhitungan pada suatu menu tertentu, pengguna akan diberikan opsi untuk kembali melanjutkan perhitungan dengan program atau keluar. Apabila pengguna ingin melanjutkan perhitungan, pengguna akan kembali ke halaman menu dan bisa kembali memilih menu yang diinginkan. Sedangkan, apabila pengguna ingin keluar, pengguna akan langsung keluar dari program.

II. Gauss_gauss_jordan Class

Fungsi yang digunakan sebagai fungsi utama operator adalah sebagai berikut secara terurut: elimination_before(), gauss(), dan gauss_jordan(). Prosedur utama yang digunakan pada kelas ini adalah gauss_jordan_main() yang akan dipanggil pada *Main Class*. Sedangkan, fungsi yang lainnya adalah fungsi yang dibuat untuk mendukung ketiga fungsi di atas dan digunakan untuk memenuhi kondisi-kondisi tertentu.

Seluruh fungsi di bawah ini disimpan di dalam satu *class* yaitu gauss_gauss_jordan.*class* dan *file* gauss_gauss_jordan.java.

a. public static void swap(float m[][], int i, int j, int neffrow, int neffcols)

```
procedure swap(input/output m: array of array of real, input i: integer, input
j: integer, input neffrow: integer, input neffcols: integer)
{ I.S. terdapat matriks yang sedang dilakukan pengecekan baris
   F.S. terjadi penukaran baris }
KAMUS LOKAL
```

```
temp: real
        k: integer
    ALGORITMA
        i traversal [0..neffcols-1]
            temp \leftarrow m[j][k]
            m[j][k] \leftarrow m[i][k]
            m[i][k] \leftarrow temp
b. public static void check_gauss(float m[][], int neffrow, int neffcols,
   int swap counter[])
    procedure check gauss(input/output m: array of array of real, input neffrow:
    integer, input neffcols: integer, input/output swap_counter: array of integer)
    { I.S. matriks belum rapi dan terstruktur untuk dilakukan eliminasi gauss
     F.S. matriks sudah terurut dan siap untuk diubah ke bentuk matriks
           eselon }
    KAMUS LOKAL
        h, i, j, n: integer
    ALGORITMA
        h traversal [0..neffrow-1]
            i traversal [1..neffrow-1]
                j traversal [0..neffcols-1]
                    \underline{if} (m[i][j] \neq 0 and m[i-1][j] = 0) then
                        n \leftarrow i - 1
                        swap(m, i, n , neffrow, neffcols)
                        swap_counter[0] ← swap_counter[0] + 1
                        break
c. public static void gauss(float m[][], int neffrow, int neffcols)
    procedure gauss(input/output m: array of array of real, input neffrow:
    integer, input neffcols: integer, input/output swap_counter: array of integer)
    { I.S. sudah dieliminasi, terurut, dan membentuk matriks segitiga bawah
      F.S. akan terbentuk matriks eselon }
    KAMUS LOKAL
```

i, j, k: <u>integer</u>

```
divider: real
    ALGORITMA
        i traversal [0..neffrow-1]
            j traversal [0..neffcols-1]
                 \underline{if} (m[i][j] \neq 0) \underline{then}
                     divider \leftarrow m[i][j]
                     k traversal [j..neffcols]
                          m[i][k] \leftarrow m[i][k] \ div \ divider
                     break
d. public static void gauss_jordan(float m[][], int neffrow, int neffcols)
    procedure gauss_jordan (input/output m: array of array of real, input neffrow:
    integer, input neffcols: integer)
    { I.S. Sudah di lakukan eliminasi gauss
      F.S. Terbentuk matriks eselon baris tereduksi }
    KAMUS LOKAL
        index_row, i, j, k, z: integer
        arr: <u>array</u> of <u>integer</u>
        count: <u>integer</u>
        divider, idx: real
    ALGORITMA
        index_row ← -999
        count ← 0
        i traversal [0..neffcols-1]
            arr[i] ← -9999
        i traversal [0..neffrow-2]
            j traversal [0..neffcols-1]
                 index_row ← search_row(m, j, neffrow, i)
                 if (index \neq -999) then
                     if (check_availability(arr, index_row, j)) then
                          arr[j] ← index_row
                          divider ← m[i][j] / m[index_row][j]
                          k traversal [0..neffcols-1]
                              idx \leftarrow m[index\_row][k]
```

 $m[i][k] \leftarrow m[i][k] - divider*idx$

```
else
                         count ← index row
                         while (check_availability (arr, index_row, j) = false and
    count < neffrow) do
                              index_row ← search_row(m, j, neffrow, index_row)
                              count ← count + 1
            z traversal [0..neffcols-1]
                 arr[z] \leftarrow -9999
e. public static boolean check availability(int a[], int val, int j)
    function check_availability (a: array of integer, val: integer, j: integer) →
    boolean
    { Mengecek apakah baris ini sudah digunakan untuk mengeliminasi atau belum
    oleh elemen yang lainnya, menghindari hasil yang negatif }
    KAMUS LOKAL
        flag: boolean
        k: integer
    ALGORITMA
        flag ← true
        k traversal [0..j-1]
            if (a[k] = val) then
                 flag ← false
                 break
        → flag
f. public static int search_row(float m[][], int j, int neffrow, int i)
    <u>function</u> search_row(m: <u>array</u> <u>of</u> <u>array</u> <u>of</u> <u>real</u>, j: <u>integer</u>, neffrow: <u>integer</u>,
    i: integer) \rightarrow integer
    { Mencari row untuk mengeliminasi baris yang dituju }
    KAMUS LOKAL
        index: integer
        k: <u>integer</u>
    ALGORITMA
        index ← -999
```

```
k traversal [i+1..neffrow-1]
             \underline{if} (m[k][j] = 1) then
                 index \leftarrow k
                 break
        → index
g. public static void elimination_before(float m[][], int neffrow, int
   neffcols, int swap_counter[])
  procedure elimination_before (input/output m: array of array of real, input
  neffrow: integer, input neffcols: integer, input swap_counter: array of
  integer)
  {I.S. matriks sudah di swap terlebih dahulu
  F.S. terbentuk matriks dengan karakteristik segitiga bawah}
  KAMUS LOKAL
       idx1, idx2: real
       i, j, k: <u>integer</u>
       count: <u>integer</u>
       M: array [0...neffcols-1] of array [0...neffrows-1] of real
  ALGORITMA
       check_gauss(m, neffrow, neffcols, swap_counter)
       if (neffrow > neffcols) then
           i traversal [1..neffrow-1]
                \underline{if} (i \geq neffcols) \underline{then}
                    count ← neffcols
                <u>else</u>
                    count ← i
                j <u>traversal</u> [0..i-1]
                    \underline{if} (m[j][j] = 0) then
                         if (is_singular(m, j, i, neffcols)) then
                             { do nothing }
                         <u>else</u>
                             check_gauss(m, neffrow, neffcols, swap_counter)
                             i ← 1
                             break
                    <u>else</u>
```

```
idx1 \leftarrow m[i][j]
                         idx2 \leftarrow m[j][j]
                         k traversal [0..neffcols-1]
                              m[i][k] \leftarrow m[i][k] - (idx1*m[j][k]) `div` 2
                         m[i][i] \leftarrow 0
       else
            i traversal [1..neffrow-1]
                j traversal [0..i-1]
                     \underline{if} (m[j][j] = 0) \underline{then}
                         if (is_singular(m, j, i, neffcols)) then
                              {do nothing}
                         else
                             check_gauss(m, neffrow, neffcols, swap_counter)
                             i ← 1
                             break
                     <u>else</u>
                         idx1 \leftarrow m[i][j]
                         idx2 \leftarrow m[j][j]
                         k traversal [0..neffcols-1]
                              m[i][k] \leftarrow m[i][k] - (idx1*m[j][k]) `div` 2
                         m[i][j] \leftarrow 0
h. public static boolean is_singular(float m[][], int j, int i, int
   neffcols)
  function is_singular(m: array of array of real, j: integer, i: integer,
  neffcols: <u>integer</u>) → <u>boolean</u>
  {ini adalah fungsi yang digunakan di dalam proses eliminasi untuk melihat
  apakah kedua baris sama2 matriks yang seluruh elemennya nol, menentukan apakah
  perlu di swap atau tidak}
  KAMUS LOKAL
       flag: boolean
       k: integer
```

ALGORITMA

```
flag ← true
       k traversal [0..neffcols-1]
            \underline{if} (m[i][k] \neq m[j][k]) \underline{then}
                \underline{if} (m[i][k] = 0 && m[j][k] \neq 0) \underline{then}
                    flag ← true
                    break
           else if (m[i][k] \neq 0 \&\& m[j][k] = 0) then
                flag ← false
                break
       \rightarrow flag
i. public static boolean swap_singular(float m[][], int neffrow, int
   neffcols, int [] swap_counter)
procedure swap_confirm (input/output m: array of array of real, input neffrow:
integer, input neffcols: integer, input swap_counter: array [0] of integer)
{I.S. Sudah melewati fase eliminasi segitiga bawah untuk dianalisis apakah ada
yang harus di eliminasi kembali
F.S. Fungsi berhasil dieliminasi}
KAMUS LOKAL
idx, idx2, i, k: integer
divider: float
ALGORITMA
i...traversal [0...neffrow-2]
       k...traversal [0...neffcols-1]
              \underline{if} (m[i][k] != 0) \underline{then}
                      \underline{if} (m[i+1][k] != 0) then
                              idx2 < - k
                              idx <- i
```

III. Determinan Class

Determinan Class adalah kelas yang berisi fungsi-fungsi dan prosedur untuk menghitung nilai determinan suatu matriks dengan 2 metode yaitu metode reduksi baris dan metode ekspansi kofaktor. Pada kelas ini, terdapat 7 method yang bersifat public. Method-method tersebut adalah:

a. public static void determinan()

else

Method ini berbentuk prosedur dan bersifat public sehingga bisa digunakan pada kelaskelas lainnya, terutama pada $Main\ Class$. Method ini merupakan method utama dari kelas ini yang akan dipanggil di $Main\ Class$ pada bagian menu determinan. Method ini akan membaca masukan matriks dari pengguna berupa $input\ keyboard$ atau $file\ dengan$ memanggil method public static float[][] readInput(boolean isSquare) dari $ReadDisplayArray\ Class$ dengan parameter input-nya bernilai true karena nilai determinan hanya terdefinisi apabila matriksnya berbentuk persegi $(n \times n)$. Setelah itu akan dilakukan validasi juga untuk masukan dari $file\ apakah\ berbentuk\ matriks\ persegi\ atau\ tidak$. Kemudian, akan ditampilkan submenu berupa pilihan metode yang ingin digunakan untuk menghitung determinan yaitu metode reduksi baris dan metode ekspansi kofaktor. Apabila submenu yang dipilih adalah metode reduksi baris, maka akan dipanggil $method\ public\ static\ float\ detKofaktor(float[][]\ matriks)$, sedangkan apabila submenu yang dipilih adalah metode ekspansi kofaktor, maka akan dipanggil $method\ public\ static\ float\ detKofaktor(float[][]\ matriks)$. Pada akhir $method\ ini$, program akan memberi opsi jenis $output\ apa\ yang\ diinginkan\ (keyboard\ atau\ file)$.

```
procedure determinan()
   KAMUS LOKAL
       matriks: array of array of real
       resultString: string
       row: integer
       choiceMenu: integer
       chooseInput: integer
   ALGORITMA
       matriks ← ReadDisplayArray.readInput(true)
       resultString ← ""
       row traversal [0..matriks.length-1]
           resultString ← resultString + Arrays.toString(matriks[row]) + "\n"
       if (matriks.length ≠ matriks[0].length) then
           resultString ← resultString + "Matriks di atas tidak memiliki
determinan karena bukan matriks persegi"
           output(resultString)
       else
           output("\nSUB-MENU DETERMINAN")
           output("1. Metode Reduksi Baris\n2. Metode Ekspansi Kofaktor\n")
           choiceMenu ← Utils.chooseOptionValidation(1, 2)
           if (choiceMenu = 1) then
               resultString ← resultString + "\nHasil determinan untuk matriks di
atas dengan metode reduksi baris adalah " + Determinan.detReduksiBaris(matriks)
           else {(choiceMenu = 2)}
               resultString ← resultString + "\nHasil determinan dari matriks di
atas dengan metode ekspansi kofaktor adalah " + Determinan.detKofaktor(matriks)
           output("Jenis output apa yang ingin diberikan: ")
           output("1. Keyboard\n2. File\n")
           chooseInput ← Utils.chooseOptionValidation(1, 2)
           if (chooseInput = 2) then
```

```
Random randomNum ← new Random()

FileWriter DetFile ← new FileWriter("../test/Determinan" +
randomNum.nextInt(100) + ".txt")

DetFile.write(resultString)

DetFile.close()

else {(chooseInput = 2)}

output(resultString)
```

b. public static float[][] minor(float[][] matriks, int i, int j)

Method ini berbentuk fungsi dan bersifat public sehingga dapat digunakan pada kelaskelas yang lain. Method ini berfungsi untuk menghasilkan minor (M_{ij}) dari suatu matriks yaitu dengan cara menghilangkan / menghapus baris i dan kolom j pada matriks yang diinput melalui iterasi (traversal) pada setiap elemen matriks. Parameter dari fungsi ini berupa matriks yang ingin dicari minornya serta $integer\ i$ dan j yang berasosiasi dengan M_{ij} . Method ini akan mengembalikan nilai bertipe float[][].

```
function minor(matriks: array of array of real, i: integer, j: integer) →
array of array of real

KAMUS LOKAL

size: integer

result: array of array of real

a, b, c, d: integer

ALGORITMA

size ← matriks.length - 1

result ← array[0..size-1] of array[0..size-1] of real

c ← 0

a traversal [0..matriks.length-1]

if (a = i) then {Skip baris i}

continue

d ← 0

b traversal [0..matriks.length-1]
```

```
\frac{\text{if } (b = j) \text{ then}}{\text{continue}}
\text{result}[c][d] \leftarrow \text{matriks}[a][b]
d \leftarrow d + 1
c \leftarrow c + 1
\Rightarrow \text{result}
```

c. public static float nilaiKofaktor(float[][] matriks, int i, int j)

Method ini berbentuk fungsi juga dan bersifat public sehingga dapat diakses atau digunakan pada kelas-kelas lainnya. Parameter fungsi ini berupa matriks yang ingin dicari nilai kofaktornya, serta $integer\ i$ dan j yang berasosiasi dengan M_{ij} . Fungsi ini berfungsi untuk menghitung nilai kofaktor M_{ij} dengan memanggil method public static float detKofaktor(float[][] matriks) yang parameter matriksnya diisi dengan memanggil method public static float[][] minor(float[][] matriks, int i, int j). Method ini akan mengembalikan sebuah nilai bertipe float.

```
function nilaiKofaktor(matriks: array of array of real, i: integer, j:
integer) → real

KAMUS LOKAL

ALGORITMA

→ detKofaktor(minor(matriks, i, j)) * Math.pow(-1, i + j)
```

d. public static float[][] matriksKofaktor(float[][] matriks)

Method ini juga berbentuk fungsi dan bersifat public sehingga dapat digunakan pada kelas-kelas lainnya. Method ini berfungsi untuk menghasilkan matriks kofaktor yaitu matriks yang elemennya adalah kofaktor-kofaktor dari entri matriks yang di-input. Method ini akan memanggil method public static float nilaiKofaktor(float[][] matriks, int i, int j) untuk mengisi elemen-elemen dari matriks kofaktor. Method ini akan mengembalikan nilai bertipe float[][].

 $\underline{\text{function}} \text{ matriksKofaktor(matriks: } \underline{\text{array of array of real}}) \rightarrow \underline{\text{array of array of array of real}}$

```
KAMUS LOKAL
```

```
size: integer
result: array of array of real

ALGORITMA

size ← matriks.length
result ← array[0..size-1] of array[0..size-1] of real
a traversal [0..size-1]
b traversal [0..size-1]
result[a][b] ← nilaiKofaktor(matriks, a, b)

→ result
```

e. public static float[][] adjoin(float[][] matriks)

Method ini juga berbentuk fungsi dan bersifat public sehingga dapat digunakan pada kelas-kelas lainnya, terutama Invers Class. Method ini berfungsi untuk menghasilkan matriks adjoin yaitu matriks transpose dari matriks kofaktor. Method ini akan memanggil method public static float[][] matriksKofaktor(float[][] matriks) yang digunakan sebagai parameter input fungsi ini. Method ini akan mengembalikan nilai bertipe float[][].

```
<u>function</u> adjoin(matriks: <u>array of array of real</u>) \rightarrow <u>array of array of real</u>
```

KAMUS LOKAL

size: <u>integer</u>

```
result: array of array of real

kofaktor: array of array of real

ALGORITMA

size ← matriks.length

result ← array[0..size-1] of array[0..size-1] of real

kofaktor ← matriksKofaktor(matriks)

a traversal [0..size-1]

b traversal [0..size-1]
```

```
result[a][b] ← kofaktor[b][a]

→ result
```

f. public static float detKofaktor(float[][] matriks)

Method ini juga berbentuk fungsi dan bersifat public sehingga dapat digunakan pada kelas-kelas lainnya, terutama Invers Class dan Cramer Class. Method ini digunakan untuk menghitung determinan matriks dengan metode ekspansi kofaktor. Fungsi ini bekerja secara rekursif dengan terus menerus menghitung determinan dari minornya hingga matriks tidak memiliki minor lagi. Jadi dalam penerapnnya, fungsi ini akan memanggil method public static float[][] minor(float[][] matriks, int i, int j). Fungsi ini akan mengembalikan sebuah nilai bertipe data float.

```
<u>function</u> detKofaktor(matriks: <u>array of array of real</u>) \rightarrow <u>real</u>
   KAMUS LOKAL
        size: integer
        result: integer
        j: integer
   ALGORITMA
        size ← matriks[0].length
        result ← 0
        if (size = 1) then
            \rightarrow matriks[0][0]
        else if (size = 2) then
            \rightarrow (matriks[0][0] * matriks[1][1]) - (matriks[1][0] * matriks[0][1])
        <u>else</u>
            j ← 0
            i traversal [0..size-1]
                 result ← result + matriks[i][j] * detKofaktor(minor(matriks, i,
j)) * Math.pow(-1, i + j)
            → result
```

g. public static float detReduksiBaris(float[][] matriks)

Method ini juga berbentuk fungsi dan bersifat public sehingga dapat digunakan pada kelas-kelas lainnya, terutama Invers Class dan Cramer Class. Method ini digunakan untuk menghitung determinan matriks dengan metode reduksi baris. Jadi dalam penerapnnya, fungsi ini akan memanggil method public static void elimination_before(float m[][], int neffrow, int neffcols, int swap_counter[]) untuk melakukan OBE. Fungsi ini akan mengembalikan sebuah nilai bertipe float.

```
function detReduksiBaris(matriks: array of array of real) → real
KAMUS LOKAL
   size: integer
    swap: array of integer
   det: real
ALGORITMA
    swap ← array[1] of integer
   size ← matriks.length
   if (size = 1) then
        → matriks[0][0]
   else
       det ← 1
       gauss gauss jordan.elimination before(matriks, size, size, swap)
        i ← 0
       i traversal [0..size-1]
            det ← det * matriks[i][i]
        → det * Math.pow(-1, swap[0])
```

IV. Invers Class

Penjelasan:

1. Terdapat 1 prosedur utama yaitu InversMain() yang akan digunakan pada *Main Class*. Fungsi utama pada kelas ini adalah invers_mat_reduc(), invers_mat_kofaktor(),

dan SPLInvers() yang parameternya berupa array dua dimensi, fungsi yang lainnya adalah fungsi pendukung yakni multiply_matrix()

2. Disimpan dalam *class* sendiri invers.*class* dan *file* invers.java

Beberapa fungsi yang terdapat pada kelas ini adalah sebagai berikut:

a. public static float[][] invers_mat_kofaktor(float a[][])

```
function invers_mat_kofaktor (a: array of array of real) → array of array of
    real
    { Fungsi utama untuk melakukan invers }
    KAMUS LOKAL
        determinan: real
        size: <u>integer</u>
        adjoint: array of array of real
        array: array [0..size-1] of array [0..size-1] of real
    ALGORITMA
        size ← a.length
        determinan ← Determinan.detKofaktor(a)
        array ← multiply_matrix(adjoint, 1/determinan)
        → array
b. public static float[][] multiply_matrix_kofaktor(float a[][], float
   var)
    <u>function</u> multiply_matrix_kofaktor (a: array of array of real, var: real) <math>\rightarrow
    array of array of real
    { Mengalikan matrix dengan suatu konstanta }
    KAMUS LOKAL
        size: integer
        array: array [0..size-1] of array [0..size-1] of real
        i, j: <u>integer</u>
    ALGORITMA
        size ← a.length
        i traversal [0..size-1]
            j traversal [0..size-1]
                array[i][j] \leftarrow a[i][j] * var
        → array
```

```
c. public static float[][] multiply_matrix_reduc(float a[][], float var)
    function multiply_matrix_reduc (a: array of array of real, var: real) → array
   of array of real
    { Mengalikan matrix dengan suatu konstanta untuk reduksi }
    KAMUS LOKAL
        size: integer
        array: array [0..size-1] of array [0..size-1] of real
        i, j: <u>integer</u>
    ALGORITMA
        size ← a.length
        i traversal [0..size-1]
            j traversal [0..size-1]
                array[i][j] \leftarrow a[i][j] * var
        → array
d. public static float[][] multiply_matrix_reduc(float a[][], float var)
    function invers_mat_reduc (a: array of array of real) → array of array of
    <u>real</u>
    { Fungsi utama untuk melakukan invers menggunakan reduksi}
    KAMUS LOKAL
        determinan: real
        size: integer
        adjoint: array of array of real
        array: array [0..size-1] of array [0..size-1] of real
    ALGORITMA
        size ← a.length
        determinan ← Determinan.detKofaktor(a)
        array ← multiply_matrix(adjoint, 1/determinan)
        → array
```

V. Cramer Class

Cramer Class adalah kelas yang berisi fungsi untuk menyelesaikan SPL (Sistem Persamaan Linier) dengan n persamaan dan n variabel menggunakan Kaidah Cramer. Pada kelas ini,

terdapat 3 *method* yang terdiri dari 2 *method public* dan 1 *method private*. Kedua *method* tersebut adalah:

a. public static String CramerMain(float[][] matriks, int rows, int cols, String resultString)

Method ini berbentuk fungsi dan bersifat public sehingga dapat dipanggil oleh kelas lain, terutama Main Class. Method ini merupakan method utama pada kelas ini yang akan dipanggil pada Main Class. Nilai (value) yang dikembalikan fungsi ini bertipe string.

b. private static float[][] insertConst(float[][] matriks, int j, float[]
 constant)

Method ini berbentuk fungsi dan bersifat private sehingga tidak akan bisa diakses atau dipanggil oleh kelas lain. Method ini berfungsi untuk membentuk matriks yang salah satu kolomnya sudah diganti dengan matriks konstanta $(n \times 1)$ yaitu matriks yang elemennya adalah konstanta / bagian ruas kanan pada SPL. Nilai (value) yang dikembalikan fungsi ini bertipe float[][].

```
function insertConst(matriks: array of array of real, j: integer, constant:
array of real) → array of array of real
KAMUS LOKAL
```

```
rows, cols: integer
result: array of array of real

ALGORITMA

rows \( \) matriks.length

cols \( \) matriks[0].length

result \( \) array[0..rows-1] of array[0..cols-1] of real

l traversal [0..rows-1]

k traversal [0..cols-1]

result[l][k] \( \) matriks[l][k]

i traversal [0..rows-1]

result[i][j] \( \) constant[i]
```

→ result

c. public static float[] cramerSol(float[][] mAugmented)

Method ini berbentuk fungsi dan bersifat public sehingga dapat diakses atau dipanggil pada kelas-kelas yang lain karena method ini merupakan method utama dari kelas ini. Method ini berfungsi untuk menghitung solusi dari suatu SPL. Method ini akan memanggil method public static float detKofaktor(float[][] matriks) dan method private static float[][] insertConst(float[][] matriks, int j, float[] constant) untuk menghitung nilai determinan sesuai dengan rumus yang sudah dipaparkan pada subbab V Bab 2. Nilai yang dikembalikan fungsi ini memiliki tipe data float[] yang menampung solusi dari semua variabel pada SPL.

```
<u>function</u> cramerSol(mAugmented: <u>array of array of real</u>) \rightarrow <u>array of real</u>
KAMUS LOKAL
    rows, cols: integer
    mKoef: array of array of real
    temp: <u>array of array of real</u>
    detKoef: real
    constant: <u>array</u> of <u>real</u>
    solution: <u>array</u> of <u>real</u>
ALGORITMA
    rows ← mAugmented.length
    cols ← mAugmented[0].length
    mKoef \leftarrow array[0..rows-1] of array[0..cols-2] of real
    i traversal [0..rows-1]
         j traversal [0..cols-2]
             mKoef[i][j] \leftarrow mAugmented[i][j]
    detKoef ← Determinan.detKofaktor(mKoef)
    constant ← array[0..rows-1] of real
    i traversal [0..rows-1]
         constant[i] ← mAugmented[i][cols-1]
    solution ← array[0..rows-1] of real
    j traversal [0..cols-1]
```

VI. ReadDisplayArray Class

Fungsi utama dari *ReadDisplayArray Class* adalah untuk menangani pembacaan *input* dari pengguna berupa *input keyboard* atau *file*, baik dalam bentuk matriks maupun titik untuk polinom dan regresi, serta menangani *output* yang akan diberikan, *output keyboard* atau *file*, sesuai dengan keinginan pengguna. Terdapat 12 *method* pada *class* ini, namun hanya 6 *method* yang bersifat *public*. *Method-method public* tersebut adalah:

a. public static float[][] readInput(boolean isSquare)

Method berbentuk fungsi ini bersifat *public* dan dapat digunakan di kelas-kelas lainnya untuk membaca input dari pengguna, terkhusus untuk pembacaan matriks. *Method* ini memiliki parameter bertipe *boolean*, yaitu isSquare. Parameter ini untuk menentukan apakah input matriks yang nanti akan dibaca merupakan matriks persegi atau bukan.

Method ini, membaca input berupa input keyboard dan file. Apabila inputnya file, maka akan dipanggil method khusus yang membaca file dan mengembalikan sebuah matriks, yaitu method private static float[][] readFiletoMatrix(). Apabila input (berupa input keyboard) matriks berupa matriks persegi, maka method yang akan dipanggil oleh method ini adalah method private static float[][] readSquareMatrix() pada poin g, sedangkan, jika matriks bukan persegi, method ini akan memanggil method private static float[][] readMatrix(). Method ini, pada akhirnya, akan mengembalikan sebuah matriks bertipe float[][].

```
function readInput(isSquare: boolean) → array of array of real

KAMUS LOKAL
    chooseInput: integer
    matrix: array of array of real

ALGORITMA
    output("Jenis input apa yang ingin diberikan:")
    output("1. Keyboard\n2.File\n")
    chooseInput ← Utils.chooseOptionValidation(1,2)
```

```
if chooseInput = 2 then
    matrix ← readFiletoMatrix()

else
    if isSquare then
        matrix ← readSquareMatrix()
    else
        matrix ← readMatrix()
```

b. public static float[][] readInputPoint()

Method ini juga berbentuk fungsi dan bersifat public sehingga dapat digunakan pada kelas-kelas lainnya untuk membaca input dari pengguna. Method fungsi ini dikhususkan untuk membaca n buah poin/titik. Method ini tidak memiliki parameter apapun.

Method ini dapat membaca input berupa input keyboard dan file. Apabila inputnya file, maka akan dipanggil method khusus yang membaca file dan mengembalikan sebuah matriks yang berisi poin/titik, yaitu method private static float[][] readFiletoMatrix(). Apabila input berupa keyboard, akan dipanggil method private static float[][] readPointMatrix(). Method ini, pada akhirnya, akan mengembalikan sebuah matriks bertipe float[][].

```
function readInputPoint() → array of array of real

KAMUS LOKAL
    chooseInput: integer
    matrix: array of array of real

ALGORITMA
    output("Jenis input apa yang ingin diberikan:")
    output("1. Keyboard\n2.File\n")
    chooseInput ← Utils.chooseOptionValidation(1,2)
    if chooseInput = 2 then
        matrix ← readFiletoMatrix()
    else
        matrix ← readPointMatrix()
    → matrix
```

c. private static float[][] readRegressionPoints()

Method fungsi ini dikhususkan untuk membaca n buah poin/titik sebanyak k data. Method ini tidak memiliki parameter apapun. Method ini hanya dapat membaca input dari keyboard. Method ini, pada akhirnya, akan mengembalikan sebuah matriks bertipe float[][].

d. public static float[][] readRointMatrix()

Method fungsi ini dikhususkan untuk membaca *n* buah poin/titik. *Method* ini tidak memiliki parameter apapun. *Method* ini hanya dapat membaca *input* dari *keyboard*. *Method* ini, pada akhirnya, akan mengembalikan sebuah matriks bertipe float[][].

```
function readPointMatrix() → array of array of real

KAMUS LOKAL

n, k, i, j: integer

matrix: array of array of real

ALGORITMA

output("Masukkan jumlah titix x (n)\n n = ")
 input(n)
 output("Masukkan input dengan format x y")
 i traversal [0..n+1]
 j traversal [0..2]
```

```
output("")
  input(matrix[i][j])

→ matrix
```

e. public static void displayOutput(float[][] matrix)

Method displayOutput berfungsi untuk menampilkan output kepada pengguna, baik melalui text pada layar command maupun file. Apabila output yang ditampilkan berupa matriks, maka akan dipanggil method private static void displayMatrix(float[][] matrix), sedangkan, apabila ingin menyimpannya dalam sebuah file, akan dipanggil method private static void createFileFromMatrix(float[][] matrix). Method yang berfungsi untuk membaca nilai-nilai float pada sebuah file txt kemudian mengubahnya menjadi format matriks float.

```
procedure displayOutput(input matrix: array of array of real)

KAMUS LOKAL
    chooseOutput: integer

ALGORITMA
    output("Jenis input apa yang ingin diberikan:")
    output("1. Keyboard\n2.File\n")
    chooseOutput ← Utils.chooseOptionValidation(1,2)
    if chooseOutput = 1 then
        displayMatrix(matrix)
    else
        createFileFromMatrix(matrix)
        output("File matriks sudah berhasil tersimpan")
```

f. public static void displayOutputSPL(float[][] matrix)

Method displayOutputSPL berfungsi untuk menampilkan output berupa persamaan SPL beserta taksiran nilainya kepada pengguna, baik melalui text pada layar command maupun file.

```
procedure displayOutputSPL(input resultString: string)
KAMUS LOKAL
```

```
chooseOutput: integer
SPLFile: File

ALGORITMA

   output("Jenis input apa yang ingin diberikan:")
   output("1. Keyboard\n2.File\n")
   chooseOutput ← Utils.chooseOptionValidation(1,2)
   if chooseOutput = 1 then
       output(resultString)
   else
       SPLFile.write(resultString)
       SPLFile.close()
```

VII. Regresi Linier Class

Regresi Linier *Class* berfungsi untuk menyelesaikan permasalahan interpolasi polinom dan regresi linier. Terdapat dua *method* public pada *class* ini, yaitu:

a. public static void interpolasiPolinom()

Method ini berfungsi untuk menentukan nilai taksiran x_k dengan menggunakan interpolasi polinom. Langkah-langkah algortimanya adalah sebagai berikut:

- 1. Membaca input berupa *n* poin/titik dari *input keyboard* ataupun *file* dan menyimpan *input* dalam matriks
- Matriks akan diubah dari bentuk poin/titik menjadi bentuk persamaan SPL sesuai dengan aturan polinom kemudian menyimpan matriks baru tersebut pada variabel matriks_final
- 3. Menyelesaikan persamaan SPL interpolasi polinom dengan metode Gauss Jordan yang terdapat pada *Gauss_gauss_jordan Class*
- 4. Menaksir nilai x_k dengan mensubstitusikan pada persamaan interpolasi polinom yang terbentuk
- 5. Menampilkan persamaan interpolasi polinom dan taksiran nilai x_k , baik lewat *output* pada layar atau dalam bentuk *file*.

procedure interpolasiPolinom()

KAMUS LOKAL

```
matriks, matrix_final, tempMatrix: array of array of real
    swap_counter: array[1] of integer
    x, result: real
    rows, cols, i, j, p, k, m, n: <u>integer</u>
ALGORITMA
    output("Jenis input apa yang ingin diberikan: \n1. Keyboard\n2.File\n")
    chooseInput ← Utils.chooseOptionValidation(1,2)
    if chooseInput = 1 then
        matriks ← ReadDisplayArray.readPointMatrix()
        output("Nilai x yang akan ditaksir = ")
        input(x)
    <u>else</u>
        tempMatrix ← ReadDisplayArray.readFiletoMatrix()
        m ← 0
        i traversal [0..tempMatrix.length-1]
            n ← 0
            j traversal [0..tempMatrix[0].length]
                matriks[i][j] <- tempMatrix[m][n]</pre>
                n \leftarrow n + 1
            m \leftarrow m + 1
        x ← tempMatrix[tempMatrix.length - 1][0]
    rows ← matriks.length
    cols \leftarrow rows + 1
    k ← 0
    i traversal [0..rows]
        p ← 0
```

```
j traversal [0..cols]
        if j = rows then
            matrix_final[i][j] ← matriks[k][1]
        <u>else</u>
            matrix_final[i][j] ← Utils.power(matriks[k][0], p)
        p \leftarrow p + 1
    k \leftarrow k + 1
swap_counter ← [1]
rows ← matrix_final.length
cols ← matrik_final[0].length
gauss_gauss_jordan.elimination_before(matriks_final, rows, cols, swap_count
er)
gauss_gauss_jordan.gauss(matriks_final, rows, cols)
gauss_gauss_jordan.gauss_jordan(matriks_final, rows, cols)
SPL ← SPLInterpolasiRegresi(matrix final, true)
result ← 0
i traversal [0..rows]
    result ← result + (matrix_final[i][cols-1] * Utils.power(x, i))
resultString ← SPL + "\nHasil taksiran nilai untuk x = " + x + " adalah "
+ result
ReadDisplayArray.displayOutputSPL(resultString)
```

b. public static void regresiLinier()

Method ini berfungsi untuk menentukan nilai taksiran $x_{k1}, x_{k2}, ..., x_{ki}$ dengan menggunakan metode regresi linier. Langkah-langkah algortimanya adalah sebagai berikut:

- 1. Membaca *input* berbentuk *n* titik *x* dan nilai *y* sebanyak *k* data baik dalam bentuk input *keyboard* maupun *file* dan menyimpan *input* dalam matriks
- 2. Matriks akan diubah dari bentuk *n* titik *x* dan nilai *y* sebanyak *k* data menjadi bentuk persamaan SPL sesuai dengan aturan regresi linier kemudian menyimpan matriks baru tersebut pada variabel matriks_final
- 3. Menyelesaikan persamaan SPL regresi linier dengan metode Gauss Jordan yang terdapat pada *Gauss_gauss_jordan Class*
- 4. Menaksir nilai $x_{k1}, x_{k2}, ..., x_{ki}$ dengan mensubstitusikan pada persamaan regresi linier yang terbentuk
- 5. Menampilkan persamaan regresi linier dan taksiran nilai $x_{k1}, x_{k2}, ..., x_{ki}$, baik lewat *output* pada layar atau dalam bentuk *file*.

```
procedure regresilinier()
KAMUS LOKAL
    main_matriks, main_matrix, matrix2, matrix_final: <a href="main_matrix">array of array of real</a>
    n, k, i, j, row_matrix2, col_matrix2, b: integer
    xs, array_sum_xy, array_sum: array of real
    swap: <u>array</u> of <u>integer</u>
    SPL: string
    result: real
ALGORITMA
    output("Jenis input apa yang ingin diberikan: \n1. Keyboard\n2.File\n")
    chooseInput ← Utils.chooseOptionValidation(1,2)
    \underline{if} chooseInput = 1 \underline{then}
        main_matriks ← ReadDisplayArray.readRegressionPoints()
        n ← main_matriks[0].length - 1
        k ← main_matrix.length
    else
```

main_matriks ← ReadDisplayArray.readFiletoMatrix()

```
n ← main_matriks[0].length - 1
    k ← main_matrix.length - 1
i traversal [0..k+1]
    j traversal [0..n+2]
        main_matrix[i][j] ← main_matriks[i][j]
if chooseInput = 1 then
    output("Nilai x yang akan ditaksir (masukkan sebanyak k data)")
    input(xs)
else
    i traversal [0..n+1]
        xs[i] ← main_matriks[main_matriks.length - 1][i]
array_sum_xy \leftarrow [n+1]
j traversal [0..n+2)
    array_sum_xy[j] \leftarrow 0
    i traversal [0..k+1]
        array_sum_xy ← array_sum_xy + main_matrix[i][j]
row_matrix2 \leftarrow k
col_matrix2 \leftarrow n * (n + 1)
matrix2 ← [row_matrix2][col_matrix2]
i traversal [0..row_matrix2+1]
    j traversal [0..col_matrix2+1]
        if j < n then
            matrix2[i][j] ← main_matrix[i][n] * main_matrix[i][j]
```

```
<u>else</u>
            matrix2[i][j] ← main_matrix[i][(j/n)-1] * main_matrix[i][j%n]
array_sum ← [col_matrix2]
j traversal [0..col_matrix2+1]
    array_sum[j] ← 0
    i traversal [0..row_matrix2+1]
        array_sum[j] ← array_sum[j] + matrix2[i][j]
matrix_final \leftarrow [n+1][n+2]
matrix_final[0][0] \leftarrow k
matrix_final[0][n+1] \leftarrow array_sum_xy[n]
j traversal [1..n+2]
    matrix_final[0][j] ← array_sum_xy[j-1]
i traversal [1..n+2]
    matrix_final[i][0] ← array_sum_xy[i-1]
    matrix_final[i][n+1] ← array_sum[i-1]
b ← n
i traversal [1..n+2]
    j traversal [1..n+2]
        matrix_final[i][j] ← array_sum[b]
        b \leftarrow b + 1
gauss_gauss_jordan.elimination_before(matriks_final, rows, cols, swap_count
er)
gauss_gauss_jordan.gauss(matriks_final, rows, cols)
gauss_gauss_jordan.gauss_jordan(matriks_final, rows, cols)
```

SPL = SPLInterpolasiRegresi(matrix_final, false)

```
result \( \theta \)
i \( \text{traversal} \) [0..rows]

result \( \text{result} + (\text{matrix_final[i][n+1]} * \text{xs[i-1]}) \)
resultString \( \text{SPL} + \text{"\nNilai taksiran untuk x " + xs + " adalah " + result} \)
ReadDisplayArray.displayOutputSPL(resultString)
```

VIII. Utils Class

Utils *Class* berisi *method-method* yang membantu dalam penyelesaian masalah pada program secara umum. Terdapat dua *method* public pada *class* ini yang dapat digunakan pada semua *class* di program ini, yaitu:

- a. public static int chooseOptionValidation(int numStart, int numEnd)

 Method yang berfungsi untuk memvalidasi input opsi dari pengguna agar selalu berada
 pada range [numStart...numEnd] sesuai dengan parameter yang diberikan.
- b. public static void displayMenu()Method untuk menampilkan menu pada Main class.
- c. public static boolean goToMenu()
 Method untuk menanyakan pengguna apakah masih ingin berada pada program (kembali ke menu) atau sudah selesai dan ingin keluar dari program. Method ini digunakan pada Main class.
- d. public static float power(float x, int p)
 Fungsi untuk mempangkatkan bilangan float x sebanyak p.

BAB 4 EKSPERIMEN

A. Tampilan Awal dan Akhir

B. Sistem Persamaan Liniear

Eksperimen 1 - Eliminasi Gauss (Keyboard) Matrix 11 x 11

```
Masukkan jumlah baris (m) dan kolom (n) matrix
m = 11
n = 11

8 7 2 3 4 5 6 8 7 1 2
9 7 6 5 3 2 1 3 3 2 1
9 0 2 1 4 2 3 4 5 2 1
6 5 3 2 1 4 5 6 2 3 4
2 3 4 1 2 3 5 6 8 7 2
9 8 7 6 2 1 3 4 5 2 1
3 4 2 1 2 5 4 3 2 1 2
7 6 5 4 3 2 1 4 5 2 3
4 3 2 2 1 2 3 4 5 6 4
1 3 4 5 8 9 2 9 3 5 6
8 7 6 2 1 5 4 3 2 1 2
```

Eksperimen 2 - Eliminasi Gauss-Jordan (Keyboard) Matrix 11 x 11

```
Matrix setelah Eliminasi Gauss-Jordan:
Jenis output apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
[8.0, 7.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 8.0, 7.0, 1.0, 2.0]
[9.0, 7.0, 6.0, 5.0, 3.0, 2.0, 1.0, 3.0, 3.0, 2.0, 1.0]
[9.0, 0.0, 2.0, 1.0, 4.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 2.0, 1.0]
[6.0, 5.0, 3.0, 2.0, 1.0, 4.0, 5.0, 6.0, 2.0, 3.0, 4.0]
[2.0, 3.0, 4.0, 1.0, 2.0, 3.0, 5.0, 6.0, 8.0, 7.0, 2.0]
[9.0, 8.0, 7.0, 6.0, 2.0, 1.0, 3.0, 4.0, 5.0, 2.0, 1.0]
[3.0, 4.0, 2.0, 1.0, 2.0, 5.0, 4.0, 3.0, 2.0, 1.0, 2.0]
[7.0, 6.0, 5.0, 4.0, 3.0, 2.0, 1.0, 4.0, 5.0, 2.0, 3.0]
[4.0, 3.0, 2.0, 2.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 4.0]
[1.0, 3.0, 4.0, 5.0, 8.0, 9.0, 2.0, 9.0, 3.0, 5.0, 6.0]
[8.0, 7.0, 6.0, 2.0, 1.0, 5.0, 4.0, 3.0, 2.0, 1.0, 2.0]
Solusi SPL:
SPL tidak memiliki solusi
```

Eksperimen 3 - SPL dengan kaidah Cramer Matrix 6 x 6

```
Masukkan jumlah baris (m) dan kolom (n) matrix

m = 6

n = 6

8 7 6 2 3 1

8 9 6 7 2 1

9 1 6 3 4 2

5 6 3 2 1 1

4 3 2 2 1 0

7 8 5 6 4 3

[8.0, 7.0, 6.0, 2.0, 3.0, 1.0]
[8.0, 9.0, 6.0, 7.0, 2.0, 1.0]
[9.0, 1.0, 6.0, 3.0, 4.0, 2.0]
[5.0, 6.0, 3.0, 2.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 3.0, 2.0, 2.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 3.0, 2.0, 2.0, 1.0, 0.0]
[7.0, 8.0, 5.0, 6.0, 4.0, 3.0]
Solusi Spl:
Solusi tidak dapat dihitung dengan metode ini karena jumlah persamaan != jumlah variabel atau determinannya bernilai 0
```

Eksperimen 4 – SPL dengan metode matriks balikan

```
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
************* SISTEM PERSAMAAN LINIER ************
Jenis input apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
Masukkan jumlah baris (m) dan kolom (n) matrix
m = 4
n = 5
1 2 9 7 6
2 -1 5 3 1
2 9 6 5 3
-2 -3 5 1 8
SUB-MENU SPL

    Metode Eliminasi Gauss
    Metode Eliminasi Gauss-Jordan

3. Metode Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 3
Jenis output apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
[1.0, 2.0, 9.0, 7.0, 6.0]
[2.0, -1.0, 5.0, 3.0, 1.0]
[2.0, 9.0, 6.0, 5.0, 3.0]
[-2.0, -3.0, 5.0, 1.0, 8.0]
Solusi SPL:
x0=-1.625 x1=0.1704545 x2=1.1363637 x3=-0.42045462
Apakah masih ingin melanjutkan perhitungan (Y/N)?
```

C. Determinan

Eksperimen 1 – Input dan Output Keyboard – Metode Reduksi Baris

```
****************** DETERMINAN *************
Jenis input apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
Masukkan jumlah baris dan kolom (n) matrix
n = 4
1 2 3 4
2 8 6 4
3 7 1 8
3 7 5 6
SUB-MENU DETERMINAN
1. Metode Reduksi Baris
2. Metode Ekspansi Kofaktor
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
Jenis output apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
[1.0, 2.0, 3.0, 4.0]
[2.0, 8.0, 6.0, 4.0]
[3.0, 7.0, 1.0, 8.0]
[3.0, 7.0, 5.0, 6.0]
Hasil determinan untuk matriks di atas dengan metode reduksi baris adalah 112.0
Apakah masih ingin melanjutkan perhitungan (Y/N)?
```

Eksperimen 2 – Input File dan Output Keyboard – Metode Ekspansi Kofaktor

```
Jenis input apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 2
Path File (Contoh: C:/Users/Asus/Documents/matrix.txt)
../test/determinan.txt
SUB-MENU DETERMINAN
1. Metode Reduksi Baris
2. Metode Ekspansi Kofaktor
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 2
Jenis output apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
[1.0, 2.0, 3.0, 4.0]
[2.0, 8.0, 6.0, 4.0]
[3.0, 7.0, 1.0, 8.0]
[3.0, 7.0, 5.0, 6.0]
Hasil determinan dari matriks di atas dengan metode ekspansi kofaktor adalah 112.0
Apakah masih ingin melanjutkan perhitungan (Y/N)?
```

Input file: determinan.txt

Eksperimen 3 – Input Keyboard dan Output File – Metode Reduksi Baris

```
*************** DETERMINAN ***********
Jenis input apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
Masukkan jumlah baris dan kolom (n) matrix
n = 4
1 1 -1 -1
2 5 -7 -5
2 -1 1 3
5 2 -4 2
SUB-MENU DETERMINAN
1. Metode Reduksi Baris
2. Metode Ekspansi Kofaktor
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
Jenis output apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 2
```

Output file: Determinan75.txt

Eksperimen 4 – Input bukan matriks persegi

Input file: determinan.txt

D. Matriks Balikan

Eksperimen 1 – Input dan Output Keyboard – Metode Kofaktor

```
[1.0, 2.0, 3.0]

[4.0, 9.0, 2.0]

[0.0, 7.0, 6.0]

Matriks Balikan:

[0.5263158, 0.118421055, -0.3026316]

[-0.31578946, 0.078947365, 0.13157895]

[0.36842105, -0.09210526, 0.013157895]

Apakah masih ingin melanjutkan perhitungan (Y/N)?
```

Eksperimen 2 – Input Keyboard dan Output File – Metode Reduksi Baris

```
****************** MATRIKS BALIKAN ************
Jenis input apa yang ingin diberikan:

    Keyboard
    File

Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
Masukkan jumlah baris dan kolom (n) matrix
n = 4
1 2 4 1
7 5 3 1
2 9 6 4
-2 0 3 7
SUB-MENU MATRIKS BALIKAN
1. Metode Kofaktor
2. Metode Reduksi Baris
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 2
Jenis output apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 2
Apakah masih ingin melanjutkan perhitungan (Y/N)?
```

Output file: Invers93.txt

Eksperimen 3 - Determinan = 0

E. Interpolasi Polinom

Eksperimen 1

```
Jenis input apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
Masukkan jumlah titik (n)
Masukkan input dengan format x y
1 2
2 12
3 36
4 80
5 150
Nilai x yang akan ditaksir = 3.28
Jenis output apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 2
```

Output file yang diberikan:

Eksperimen 2

```
Path File (Contoh: C:/Users/Asus/Documents/matrix.txt)

D:/IF Semester 3/Aljabar Linier dan Geometri/Algeo01-20007/test/interpolasipolinomtes.txt
Jenis output apa yang ingin diberikan:

1. Keyboard

2. File

Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1

23.6 - 40.6x + 22.600002x^2 - 3.6000001x^3

Hasil taksiran nilai untuk x = 4.0 adalah -7.5999603

Apakah masih ingin melanjutkan perhitungan (Y/N)?
```

File data yang diberikan:

F. Regresi Linier Berganda

Eksperimen 1

File data yang diberikan (sumber: https://www.youtube.com/watch?v=4oSfPMec0BY):

```
E regresiliniertes.txt M X

test > E regresiliniertes.txt

1 10 7 23

2 2 3 7

3 4 2 15

4 6 4 17

5 8 6 23

6 7 5 22

7 4 3 10

8 6 3 14

9 7 4 20

10 6 3 19

11 4 5
```

Eksperimen 2

File data yang diberikan (sumber: https://www.youtube.com/watch?v=aQexxrQBS00):

```
E regresiliniertes2.txt M X

test > E regresiliniertes2.txt

3     7     100     34

4     12     122     39

5     9     129     40

6     10     128     42

7     7     98     38

8     8     103     42

9     11     130     40

10     8     95     36

11     10     115     41

12     8     105     38

13     7     125.78
```

Eksperimen 3

```
************ REGRESI LINIER ************
Jenis input apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
Masukkan jumlah titik x (n)
Masukkan jumlah data (k)
Masukkan input dengan format x1 x2 .. xn y sebanyak k data
7 6 8
6 5 6
14 16 15
10 12 20
7 9 11
8 9 10
Nilai x yang akan ditaksir (masukkan x sejumlah n) = 5 14
Jenis output apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 2
```

Sumber data: https://www.youtube.com/watch?v=mtm4WMkK27I

Output *file* yang diberikan:

G. Studi Kasus

1. Temukan solusi SPL Ax = b, berikut:

a.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$Matriks Augmented = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 & -2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & -4 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

Solusi:

```
Jenis input apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 2
Path File (Contoh: C:/Users/Asus/Documents/matrix.txt)
../test/studikasus1a.txt
SUB-MENU SPL
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 2
Matrix setelah Eliminasi Gauss-Jordan:
Jenis output apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
[1.0, 0.0, 0.0, 0.66666666, 1.6666669]

[0.0, 1.0, 0.0, -2.6666665, 0.33333325]

[0.0, 0.0, 1.0, -1.0, 0.0]

[0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.0]

Jenis output apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
[1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0]

[2.0, 5.0, -7.0, -5.0, -2.0]

[2.0, -1.0, 1.0, 3.0, 4.0]

[5.0, 2.0, -4.0, 2.0, 6.0]

Solusi SPL:
SPL tidak memiliki solusi
Apakah masih ingin melanjutkan perhitungan (Y/N)?
```

b.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$Matriks Augmented = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & -3 & 0 & 6 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 & 5 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Solusi:

```
***************** SISTEM PERSAMAAN LINIER *************
 Jenis input apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 2
Path File (Contoh: C:/Users/Asus/Documents/matrix.txt)
../test/studikasus1b.txt
SUB-MENU SPL

    Metode Eliminasi Gauss
    Metode Eliminasi Gauss-Jordan

3. Metode Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 2
Matrix setelah Eliminasi Gauss-Jordan:
Jenis output apa yang ingin diberikan:

    Keyboard
    File

Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
[1.0, 0.0, 0.0, 0.0, -0.5, 1.5]

[0.0, 1.0, 0.0, 0.0, -1.5, -1.5]

[0.0, 0.0, 0.0, 1.0, -1.0, -1.0]

[0.0, 0.0, 0.0, 0.0, -0.25, 0.75]

Jenis output apa yang ingin diberikan:

    Keyboard
    File

Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
[1.0, -1.0, 0.0, 0.0, 1.0, 3.0]

[2.0, 1.0, 0.0, -3.0, 0.0, 6.0]

[2.0, -1.0, 0.0, 1.0, -1.0, 5.0]

[-1.0, 2.0, 0.0, -2.0, -1.0, -1.0]

Solusi SPL:
x0 = 1.5
x1 = -1.5
x^{2} = a

x^{3} = -1.0
Apakah masih ingin melanjutkan perhitungan (Y/N)?
```

c.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$Matriks Augmented = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Solusi:

```
Jenis input apa yang ingin diberikan:
 1. Keyboard
 2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 2
Path File (Contoh: C:/Users/Asus/Documents/matrix.txt)
 ../test/studikasus1c.txt
 SUB-MENU SPL
 1. Metode Eliminasi Gauss

    Metode Eliminasi Gauss-Jordan
    Metode Matriks Balikan

 4. Kaidah Cramer
 Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 2
Matrix setelah Eliminasi Gauss-Jordan:
 Jenis output apa yang ingin diberikan:

    Keyboard
    File

Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
[0.0, 1.0, 0.0, 0.0, -1.0, 2.0, 0.0]
[0.0, 0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 1.0, -2.0]
[0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.0, -1.0, 1.0]
Jenis output apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
[0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 2.0]
[0.0, 0.0, 0.0, 1.0, 1.0, 0.0, -1.0]
[0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.0, 1.0]
Solusi SPL:
x0 = a
x1 = 1.0 + (-1.0c)
x2 = b
x3 = -2.0 + (-1.0c)
x4 = 1.0 + (1.0c)
x5 = c
Apakah masih ingin melanjutkan perhitungan (Y/N)?
```

d. H adalah matriks Hilbert. Cobakan untuk n = 6 dan n = 10.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n-1} \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1\\0\\0\\\vdots\\0 \end{bmatrix}$$

• Untuk n = 6,

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1\\0\\0\\0\\0\\0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Matriks Augmented} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & 1\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & 0\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & 0\\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & 0\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & 0\\ \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & 0 \end{bmatrix}$$

Solusi:

```
******* SISTEM PERSAMAAN LINIER *******
Jenis input apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 2
Path File (Contoh: C:/Users/Asus/Documents/matrix.txt)
../test/studikasus1d1.txt
SUB-MENU SPL
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 2
Matrix setelah Eliminasi Gauss-Jordan:
Jenis output apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
[1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 31.83985]
[0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, -468.32205]
[0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 2140.103]
[0.0, 0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0, -4216.6035]
[0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 3761.731]
[0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.0, -1249.3833]
Jenis output apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
[1.0, 0.5, 0.33333, 0.25, 0.2, 0.16667, 1.0]
[0.5, 0.33333, 0.25, 0.2, 0.16667, 0.14286, 0.0]
[0.33333, 0.25, 0.2, 0.16667, 0.14286, 0.125, 0.0]
[0.25, 0.2, 0.16667, 0.14286, 0.125, 0.11111, 0.0]
[0.2, 0.16667, 0.14286, 0.125, 0.11111, 0.1, 0.0]
[0.16667, 0.14286, 0.125, 0.11111, 0.1, 0.09091, 0.0]
Solusi SPL:
x0 = 31.83985
x1 = -468.32205
x2 = 2140.103
x3 = -4216.6035
x4 = 3761.731
x5 = -1249.3833
Apakah masih ingin melanjutkan perhitungan (Y/N)?
```

Untuk n = 10,

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & \frac{1}{13} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & \frac{1}{13} & \frac{1}{14} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & \frac{1}{13} & \frac{1}{14} & \frac{1}{15} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & \frac{1}{13} & \frac{1}{14} & \frac{1}{15} & \frac{1}{16} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & \frac{1}{13} & \frac{1}{14} & \frac{1}{15} & \frac{1}{16} & \frac{1}{17} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & \frac{1}{13} & \frac{1}{14} & \frac{1}{15} & \frac{1}{16} & \frac{1}{17} & \frac{1}{18} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{18} & \frac{1}{19} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{18} & \frac{1}{19} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & \frac{1}{13} & \frac{1}{14} & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & \frac{1}{13} & \frac{1}{14} & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & \frac{1}{13} & \frac{1}{14} & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & \frac{1}{13}$$

12

Solusi:

```
************** SISTEM PERSAMAAN LINIER **********
Jenis input apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 2
Path File (Contoh: C:/Users/Asus/Documents/matrix.txt) ../test/studikasus1d2.txt
SUB-MENU SPL

    Metode Eliminasi Gauss
    Metode Eliminasi Gauss-Jordan

3. Metode Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 2
Matrix setelah Eliminasi Gauss-Jordan:
Jenis output apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
```

9

 $\frac{1}{17}$

```
Jenis output apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
[1.0, 0.5, 0.33333, 0.25, 0.2, 0.16667, 0.14286, 0.125, 0.11111, 0.1, 1.0]
[0.5, 0.33333, 0.25, 0.2, 0.16667, 0.14286, 0.125, 0.11111, 0.1, 0.09091, 0.0]
[0.33333, 0.25, 0.2, 0.16667, 0.14286, 0.125, 0.11111, 0.1, 0.09091, 0.08333, 0.0]
[0.25, 0.2, 0.16667, 0.14286, 0.125, 0.11111, 0.1, 0.09091, 0.08333, 0.07692, 0.0]
[0.2, 0.16667, 0.14286, 0.125, 0.11111, 0.1, 0.09091, 0.08333, 0.07692, 0.07143, 0.0]
[0.16667, 0.14286, 0.125, 0.11111, 0.1, 0.09091, 0.08333, 0.07692, 0.07143, 0.06667, 0.0]
[0.14286, 0.125, 0.11111, 0.1, 0.09091, 0.08333, 0.07692, 0.07143, 0.06667, 0.0625, 0.0625, 0.0]
[0.11111, 0.1, 0.09091, 0.08333, 0.07692, 0.07143, 0.06667, 0.0625, 0.05882, 0.0]
[0.11111, 0.1, 0.09091, 0.08333, 0.07692, 0.07143, 0.06667, 0.0625, 0.05882, 0.05556, 0.0]
[0.1, 0.09091, 0.08333, 0.07692, 0.07143, 0.06667, 0.0625, 0.05586, 0.05263, 0.0]
Solusi SPL:
Solusi SPL:
x0 = 35.658066
x1 = -524.9935
x2 = 2062.781
x3 = -2608.2913
 x4 = 286.54498
x5 = 546.06976
x6 = 369.77875
x7 = -47.03357
 x8 = 949.333
x9 = -1084.2583
Apakah masih ingin melanjutkan perhitungan (Y/N)?
```

2. SPL berbentuk matriks *augmented*

a.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

Solusi:

b.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & 6 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Solusi:

3. SPL berbentuk

a.
$$8x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0$$

$$2x_1 + 9x_2 - x_3 - 2x_4 = 1$$

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 2$$

$$x_1 + 6x_3 + 4x_4 = 3$$
Matriks Augmented =
$$\begin{bmatrix} 8 & 1 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 9 & -1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 6 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

Solusi:

```
******* LINIER ****** SISTEM PERSAMAAN LINIER ********
Jenis input apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 2
Path File (Contoh: C:/Users/Asus/Documents/matrix.txt)
../test/studikasus3a.txt
SUB-MENU SPL
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 4
Jenis output apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
```

b.
$$x_7 + x_8 + x_9 = 13.00$$

$$x_4 + x_5 + x_6 = 15.00$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 8.00$$

$$0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_6 + x_8) + 0.61396x_9 = 14.79$$

$$0.91421(x_3 + x_5 + x_7) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) = 14.31$$

$$0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_2 + x_4) + 0.61396x_1 = 14.79$$

$$x_3 + x_6 + x_9 = 18.00$$

$$x_2 + x_5 + x_8 = 12.00$$

$$x_1 + x_4 + x_7 = 6.00$$

$$0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_2 + x_6) + 0.61396x_3 = 10.5$$

$$0.91421(x_1 + x_5 + x_9) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) = 16.13$$

$$0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_4 + x_8) + 0.61396x_7 = 7.04$$

Matriks Augmented =

Γ 0	0	0	0	0	0	1	1	1	13.00ղ
0	0	0	1	1	1	0	0	0	15.00
1	1	1	0	0	0	0	0	0	8.00
0	0	0.04289	0	0.04289	0.75	0.04289	0.75	0.61396	14.79
0	0.25	0.91421	0.25	0.91421	0.25	0.91421	0.25	0	14.31
0.61396	0.75	0.04289	0.75	0.04289	0	0.04289	0	0	14.79
0	0	1	0	0	1	0	0	1	18.00
0	1	0	0	1	0	0	1	0	12.00
1	0	0	1	0	0	1	0	0	6.00
0.04289	0.75	0.61396	0	0.04289	0.75	0	0	0.04289	10.5
0.91421	0.25	0	0.25	0.91421	0.25	0	0.25	0.91421	16.13
L _{0.04289}	0	0	0.75	0.04289	0	0.61396	0.75	0.04289	7.04 J

Solusi:

```
Jenis input apa yang ingin diberikan:

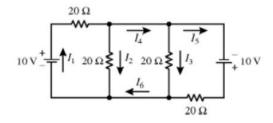
    Keyboard

2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 2
Path File (Contoh: C:/Users/Asus/Documents/matrix.txt)
../test/studikasus3b.txt
SUB-MENU SPL
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 2
Matrix setelah Eliminasi Gauss-Jordan:
Jenis output apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.0, 0.0,
                     0.0, 0.0,
0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0,
               0.0, 0.0, 1.0, 0.0,
                           0.0]
0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0,
               0.0, 0.0, 0.0, 0.0,
                           1.01

    Kevboard

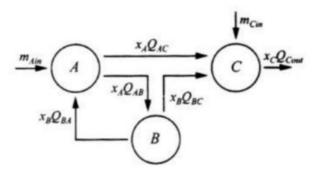
2. File
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
SPL tidak memiliki solusi
Apakah masih ingin melanjutkan perhitungan (Y/N)?
```

4. Tentukan arus yang mengalir pada rangkaian listrik di bawah ini:



Dengan KVL, dapat diperoleh persamaan-persamaan berikut dalam matrix augmented, solusi:

5. Lihatlah sistem reaktor pada gambar berikut



Dengan laju volume Q dalam m^3/s dan input massa m_{in} dalam mg/s. Konservasi massa pada tiap inti reaktor adalah sebagai berikut:

A:
$$m_{Ain} + Q_{BA}x_B - Q_{AB}x_A - Q_{AC}x_A = 0$$

B: $Q_{AB}x_A - Q_{BA}x_B - Q_{BC}x_B = 0$

C:
$$m_{C_{in}} + Q_{AC}x_A - Q_{BC}x_B - Q_{Cout}x_C = 0$$

Tentukan solusi x_A , x_B , x_C dengan menggunakan parameter berikut: $Q_{AB}=40$, $Q_{AC}=80$, $Q_{BA}=60$, $Q_{BC}=20$ dan $Q_{Cout}=150$ m^3/s dan $m_{Ain}=1300$ dan $m_{Cin}=200$ mg/s.

Solusi:

Setelah dilakukan substitusi, persamaannya menjadi:

A:
$$120x_A - 60x_B = 1300$$

B: $40x_A - 80x_B = 0$

C:
$$80x_A - 20x_B - 150x_C = -200$$

Matriks Augmented =
$$\begin{bmatrix} 120 & -60 & 0 & 1300 \\ 40 & -80 & 0 & 0 \\ 80 & -20 & -150 & -200 \end{bmatrix}$$

```
[120.0, -60.0, 0.0, 1300.0]

[40.0, -80.0, 0.0, 0.0]

[80.0, -20.0, -150.0, -200.0]

Solusi SPL:

x0 = 14.444443

x1 = 7.222229

x2 = 8.074074
```

6. Studi Kasus Interpolasi

a. Gunakan tabel di bawah ini untuk mencari polinom interpolasi dari pasangan titik-titik yang terdapat dalam tabel. Program menerima masukan nilai x yang akan dicari nilai fungsi f(x).

x	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
f(x)	0.003	0.067	0. 148	0.248	0.370	0.518	0.697

Lakukan pengujian pada nilai-nilai default berikut:

$$x = 0.2$$
 $f(x) = ?$
 $x = 0.55$ $f(x) = ?$
 $x = 0.85$ $f(x) = ?$
 $x = 1.28$ $f(x) = ?$

Solusi:

Solusi persamaan interpolasi polinom yang didapat adalah

$$y = -0.02297638 + 0.23999657x + 0.19741657x^2 - 0.000057586807x^3 + 0.026122008x^4 - 0.00005440668x^5 + 0.0000141696555x^6$$

Sehingga didapatkan

$$f(0.2) = 0.032960914$$

$$f(0.55) = 0.17111865$$
$$f(0.85) = 0.33723584$$
$$f(1.28) = 0.677542$$

b. Jumlah kasus positif baru Covid-19 di Indonesia semakin fluktuatif dari hari ke hari. Di bawah ini diperlihatkan jumlah kasus baru Covid-19 di Indonesia mulai dari tanggal 17 Juni 2021 hingga 31 Agustus 2021:

Tanggal	Tanggal (desimal)	Jumlah Kasus Baru
17/06/2021	6,567	12.624
30/06/2021	7	21.807
08/07/2021	7,258	38.391
14/07/2021	7,451	54.517
17/07/2021	7,548	51.952
26/07/2021	7,839	28.228
05/08/2021	8,161	35.764
15/08/2021	8,484	20.813
22/08/2021	8,709	12.408
31/08/2021	9	10.534

Tanggal (desimal) adalah tanggal yang sudah diolah ke dalam bentuk desimal 3 angka di belakang koma dengan memanfaatkan perhitungan sebagai berikut:

Sebagai **contoh**, untuk tanggal 17/06/2021 (dibaca: 17 Juni 2021) diperoleh tanggal(desimal) sebagai berikut:

Tanggal(desimal) =
$$6 + (17/30) = 6,567$$

Gunakanlah data di atas dengan memanfaatkan **polinom interpolasi** untuk melakukan prediksi jumlah kasus baru Covid-19 pada tanggal-tanggal berikut:

- a. 16/07/2021
- b. 10/08/2021
- c. 05/09/2021
- d. beserta masukan user lainnya berupa tanggal (desimal) yang sudah diolah dengan asumsi prediksi selalu dilakukan untuk tahun 2021.

Solusi:

Dengan menggunakan semua data di atas dan dilakukan interpolasi polinom pada program yang telah dibuat, didapatkan persamaan y = -32766406700 +

```
26603251700x - 8626530300x^2 + 1391142140x^3 - 1.16609912x^4 + 7850794.0x^5 - 1298199.5x^6 + 183236.7x^7 - 12223.826x^8 + 307.50186x^9
```

Namun, apabila disubstitusikan dengan persoalan tanggal-tanggal di atas, didapatkan angka negatif

Dari sini, kami berasumsi bahwa interpolasi polinom pada program kami memiliki limit, apalagi jika jumlah data/titik yang dimasukkan cukup banyak. Sehingga untuk persoalan-persoalan tersebut, akan diambil 5 data yang paling dekat dengan nilai yang dicari.

a. Tanggal (desimal) = 7 + (16/31) = 7.516

Range data yang diambil: 30/06/2021 sampai 26/07/2021

Persamaan yang didapat adalah $y = 4697577000 - 2.529585150x + 5.10358656x^2 - 4.5723228x^3 + 1534795.2x^4$

Sehingga perkiraan jumlah covid pada tanggal 16/07/2021 adalah 64000

b. Tanggal (desimal) = 8 + (10/31) = 8.323Range data yang diambil: 26/07/2021 sampai 30/08/2021Persamaan yang didapat adalah $y = -457819712 + 210342640x - 36165144x^2 + 2758211.2x^3 - 78739.92x^4$ Sehingga perkiraan jumlah covid pada tanggal 10/08/2021 adalah 28960

c. Tanggal (desimal) = 9 + (5/30) = 9.167

Range data yang diambil: 26/07/2021 sampai 30/08/2021

Persamaan yang didapat adalah
$$y = -457819712 + 210342640x - 36165144x^2 + 2758211.2x^3 - 78739.92x^4$$

Sehingga perkiraan jumlah covid pada tanggal 5/09/2021 adalah 28960

d. Tanggal 07/08/2021

Desimal =
$$8 + (7/31) = 8.226$$

Range data yang diambil: 26/07/2021 sampai 30/08/2021

Persamaan yang didapat adalah
$$y = -457819712 + 210342640x - 36165144x^2 + 2758211.2x^3 - 78739.92x^4$$

Sehingga perkiraan jumlah covid pada tanggal 07/08/2021 adalah 33536

c. Sederhanakan fungsi

$$f(x) = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{e^x + x}$$

dengan polinom interpolasi derajat n di dalam selang [0,2]. Sebagai contoh, jika n=5, maka titik-titik x yang diambil di dalam selang [0,2] berjarak h=(2-0)/5=0.4.

Solusi:

Dengan mengambil n = 5, didapat titik-titik:

(0.4, 0.41888), (0.8, 0.50715), (1.2, 0.56092), (1.6, 0.58368), (2, 0.57665)

Dengan interpolasi polinom derajat 5 didapatkan persamaan $y = 0.29034984 + 0.37786934x - 0.15031594x^2 + 0.023867622x^3 - 0.003694738x^4$

```
Jenis input apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
Masukkan jumlah titik (n)
Masukkan input dengan format x y
0.4 0.41888
0.8 0.50715
1.2 0.56092
1.6 0.58368
2 0.57665
Nilai x yang akan ditaksir = 1.8
Jenis output apa yang ingin diberikan:
1. Keyboard
Masukkan nomor opsi yang diinginkan = 1
0.29034984 + 0.37786934x - 0.15031594x^2 + 0.023867622x^3 - 0.003694738x^4
Hasil taksiran nilai untuk x = 1.8 adalah 0.5839011
Apakah masih ingin melanjutkan perhitungan (Y/N)?
```

7. Studi Kasus Regresi Linier Berganda

Diberikan sekumpulan data sesuai pada tabel berikut ini.

Table 12.1: Data for Example 12.1

Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3	Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3
0.90	72.4	76.3	29.18	1.07	23.2	76.8	29.38
0.91	41.6	70.3	29.35	0.94	47.4	86.6	29.35
0.96	34.3	77.1	29.24	1.10	31.5	76.9	29.63
0.89	35.1	68.0	29.27	1.10	10.6	86.3	29.56
1.00	10.7	79.0	29.78	1.10	11.2	86.0	29.48
1.10	12.9	67.4	29.39	0.91	73.3	76.3	29.40
1.15	8.3	66.8	29.69	0.87	75.4	77.9	29.28
1.03	20.1	76.9	29.48	0.78	96.6	78.7	29.29
0.77	72.2	77.7	29.09	0.82	107.4	86.8	29.03
1.07	24.0	67.7	29.60	0.95	54.9	70.9	29.37

Source: Charles T. Hare, "Light-Duty Diesel Emission Correction Factors for Ambient Conditions," EPA-600/2-77-116. U.S. Environmental Protection Agency.

Gunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression* untuk mendapatkan regresi linear berganda dari data pada tabel di atas, kemudian estimasi nilai Nitrous Oxide apabila Humidity bernilai 50%, temperatur 76°F, dan tekanan udara sebesar 29.30.

Dari data-data tersebut, apabila diterapkan Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression, maka diperoleh sistem persamaan linear sebagai berikut.

$$20b_0 + 863.1b_1 + 1530.4b_2 + 587.84b_3 = 19.42$$

$$863.1b_0 + 54876.89b_1 + 67000.09b_2 + 25283.395b_3 = 779.477$$

$$1530.4b_0 + 67000.09b_1 + 117912.32b_2 + 44976.867b_3 = 1483.437$$

$$587.84b_0 + 25283.395b_1 + 44976.867b_2 + 17278.5086b_3 = 571.1219$$

Solusi:

Berdasarkan program yang telah dibuat, solusi persamaan linear dari persoalan regresi linear adalah:

$$-3.511651 - 0.002624384x_1 + 0.00079925x_2 + 0.15428x_3$$

Dari persamaan linear tersebut, didapatkan estimasi nilai Nitrous Oxide dengan mensubstitusikan nilai $x_1 = 50$ (humidity 50%), $x_2 = 76$ (temperatur 76°F), dan $x_3 = 29.3$ (tekanan udara 29.30), yaitu sebesar 0.9384268

BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN

Dari pengerjaan Tugas Besar 1 Aljabar Linear dan Geometri ini, telah berhasil dibuat suatu program yang dapat menyelesaikan permasalahan sistem persamaan linear, determinan matriks, matriks balikan, interpolasi polinom, dan regresi lineaar berganda dengan menggunakan metode eliminasi Gauss, Gauss Jordan, matriks inverse, dan kaidah Cramer.

Akan tetapi, masih diperlukan pengembangan lebih lanjut lagi agar program ini bisa dapat digunakan dengan efektif pada semua kasus masalah. Program ini belum bisa menyelesaikan beberapa kasus, terutama pada interpolasi polinom berderajat lebih dari 10 dengan integer yang terlalu besar, seperti pada studi kasus 6 bagian b. Atau mungkin, apabila bertemu dengan kasus menaksir sebuah nilai yang memiliki jumlah data yang cukup banyak (lebih dari 10) akan lebih baik dan efektif menggunakan metode regresi linear, dibandingkan dengan interpolasi polinom. Selain itu, secara keseluruhan, untuk metode Gauss, Gaus Jordan, determinan, dan kaidah Cramer sudah bisa berjalan dengan baik pada semua test case yang telah dicoba.

DAFTAR REFERENSI

Anton, Howard dan Chris Rorres. 2014. *Elementary Linear Algebra 11th Edition*. Canada: Anton Textbooks, Inc.

Determinan. https://id.wikipedia.org/wiki/Determinan (dakses tanggal 27 September 2021)