

# Formale Grundlagen der Informatik I

## 3. Übungsblatt



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

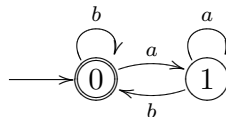
Fachbereich Mathematik  
Prof. Dr. Ulrich Kohlenbach  
Alexander Kreuzer  
Pavol Safarik

SS 2012

### Gruppenübung

#### Aufgabe G1 (Zum Aufwärmen)

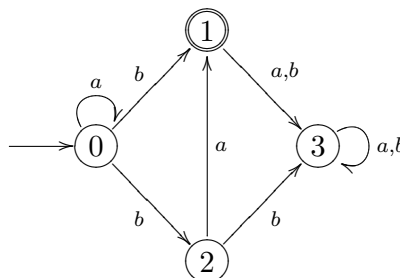
(a) Sei  $\Sigma = \{a, b\}$ . Welche Sprache wird von dem folgenden DFA  $\mathcal{A}$  akzeptiert?



(b) Beschreiben Sie  $L(\mathcal{A})$  durch einen regulären Ausdruck.

#### Aufgabe G2 (Potenzmengentrick)

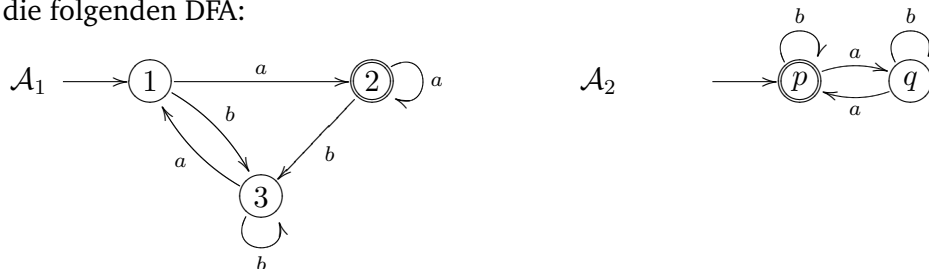
Betrachten Sie den folgenden NFA:



Bestimmen Sie einen DFA, der genau dieselbe Sprache erkennt. Geben Sie neben dem Automaten selbst auch die im Zuge der Lösung erstellte Tabelle an (siehe Skript, Beispiel 2.2.10).

#### Aufgabe G3

Gegeben seien die folgenden DFA:



(a) Geben Sie einen DFA an, der  $L(\mathcal{A}_1) \cap L(\mathcal{A}_2)$  erkennt.

(b) Geben Sie einen NFA an, der  $L(\mathcal{A}_1) \cdot L(\mathcal{A}_2)$  erkennt.

Extra: Was ändert sich an der Lösung, wenn der Zustand 1 in  $\mathcal{A}_1$  auch akzeptierend ist?

---

## Hausübung

---

### Aufgabe H1

(6 Punkte)

$L$  und  $M$  seien  $\Sigma$ -Sprachen.

- (a) Zeigen Sie, dass  $L \subseteq L^*$  und  $(L \subseteq M^* \Rightarrow L^* \subseteq M^*)$ .
- (b) Schließen Sie aus (a), dass  $(L^*)^* = L^*$  und  $(L \subseteq M \Rightarrow L^* \subseteq M^*)$ .
- (c) Zeigen Sie, dass  $(L \cup M)^* = (L^* M^*)^*$ .

### Aufgabe H2 (NFA-Umkehrung)

Für ein Wort  $w = a_1 \dots a_n \in \Sigma^*$  wird  $w^{-1}$  durch  $a_n \dots a_1$  definiert (d.h.  $w$  wird rückwärts gelesen). Die Sprache  $\text{rev}(L)$  ist definiert als

$$\text{rev}(L) := \{w^{-1} \in \Sigma^* \mid w \in L\}.$$

Zeigen Sie, dass für jede reguläre Sprache  $L$  die Umkehrung  $\text{rev}(L)$  regulär ist, indem Sie zeigen, wie aus einem NFA, der die Sprache  $L$  erkennt, ein NFA, der die Sprache  $\text{rev}(L)$  erkennt, allgemein konstruiert werden kann.

Hinweise:

- Überlegen Sie sich dazu beispielhaft für den Automaten  $\mathcal{A}_1$  aus Aufgabe G2 zunächst, wie solch ein „umgekehrter NFA“, erkennend die Sprache  $\text{rev}(L(\mathcal{A}_1))$ , auszusehen hat.
- Überlegen Sie sich, wie sich die Umkehrung eines NFA mit mehreren akzeptierenden Zuständen durch Ausnutzung der Abschlusseigenschaften regulärer Sprachen auf den Fall mit nur einem akzeptierenden Zustand zurückführen lässt.