

Formale Grundlagen der Informatik I

3. Übungsblatt



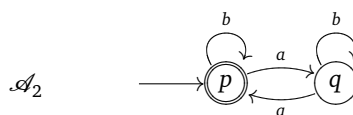
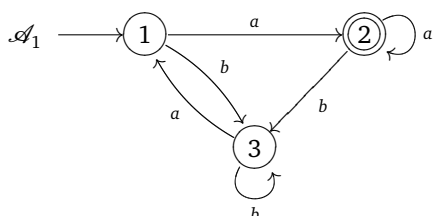
TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Ulrich Kohlenbach
Davorin Lešnik, Daniel Günzel, Daniel Körnlein

SoSe 2014
7. Mai 2014

Gruppenübung

Aufgabe G7 (Abgeschlossenheit der regulären Sprachen)
Gegeben seien die folgenden DFA:



- Geben Sie einen DFA an, der $L(\mathcal{A}_1) \cap L(\mathcal{A}_2)$ erkennt.
- Geben Sie einen NFA an, der $L(\mathcal{A}_1) \cdot L(\mathcal{A}_2)$ erkennt.
Extra: Was ändert sich an der Lösung, wenn der Zustand 1 in \mathcal{A}_1 auch akzeptierend ist?

Aufgabe G8 (Abgeschlossenheit der regulären Sprachen)

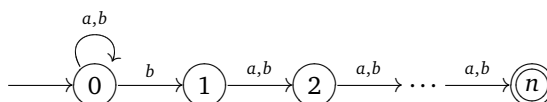
Beweisen oder widerlegen Sie: Die Menge der regulären Sprachen ist abgeschlossen unter den folgenden Operationen:

- In jedem Wort werden alle Buchstaben a durch b ersetzt und alle b durch a .
- Jedes zweite Vorkommen des Buchstaben a wird durch das Wort aba ersetzt.

Extra: Die Buchstaben in jedem Wort dürfen beliebig umsortiert werden, d.h. ist etwa das Wort $aaba$ in der Sprache, so fügen wir auch die Wörter $aaab$, $abaa$ und $baaa$ hinzu.

Aufgabe G9 (NFA, DFA Vergleich)

Betrachten Sie den folgenden NFA \mathcal{A}_n :



Hausübung

Aufgabe H7 (Umkehrung regulärer Sprachen)

(12 Punkte)

Für ein Wort $w = a_1 \dots a_n \in \Sigma^*$ wird w^{-1} durch $a_n \dots a_1$ definiert (d.h. w wird rückwärts gelesen). Die Sprache $\text{rev}(L)$ ist definiert als

$$\text{rev}(L) := \{w^{-1} \in \Sigma^* \mid w \in L\}.$$

Zeigen Sie, dass für jede reguläre Sprache L auch die Umkehrung $\text{rev}(L)$ regulär ist, indem Sie zeigen, wie:

- man aus einem regulären Ausdruck für die Sprache L einen regulären Ausdruck für $\text{rev}(L)$ gewinnen kann,
- aus einem NFA, der die Sprache L erkennt, ein NFA, der die Sprache $\text{rev}(L)$ erkennt, allgemein konstruiert werden kann.

Aufgabe H8 (Myhill-Nerode)

(12 Punkte)

Man betrachte die Sprachen

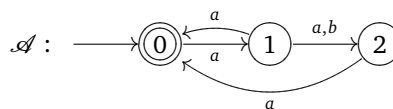
- $L_1 := \{a^m b^n \mid m, n \in \mathbb{N}\},$
- $L_2 := \{a^m b^n \mid m, n \in \mathbb{N}, m \leq n\}.$

- Bestimmen Sie den Index von \sim_{L_1} und \sim_{L_2} .
- Begründen Sie, ob L_1 und L_2 reguläre Sprachen sind. Wenn ja, geben Sie einen Automaten (DFA oder NFA), der sie erkennt.

Aufgabe H9 (NFA zu DFA)

(12 Punkte)

Betrachten Sie den NFA \mathcal{A} :



- Konstruieren Sie mittels Potenzmengenkonstruktion einen DFA \mathcal{B} , der die gleiche Sprache wie \mathcal{A} erkennt.
- Konstruieren Sie aus \mathcal{B} einen *minimalen* DFA \mathcal{C} , der die gleiche Sprache erkennt. Geben Sie dazu die Relationen \sim_i in tabellarischer Form an.