

Einführung in Computational Engineering Grundlagen der Modellierung und Simulation



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Prof. Dr. J. Peters, C. Daniel, M.Sc. und H. van Hoof, M.Sc.

Wintersemester 2013/2014

3. Übung

Hinweise zu dieser Übung

- Für die Teilnahme an der Übung ist eine Anmeldung beim **Lernportal Informatik** notwendig. Dort sind auf der Kursseite zusätzliche Informationen zur Veranstaltung und die Regelungen zur Anrechnung der Übungsleistungen in die Endnote aufgeführt.
- **Abgabe der schriftlichen Übungsaufgaben:** In der Vorlesung, oder bis Montag, den 11.11.2012, um 13:15 Uhr im Briefkasten unseres Fachgebietes neben dem Sekretariat in Raum S2|02/E314.

Aufgabe 1 Differentialgleichungssysteme (10 Punkte)

a) Ordnen Sie Richtungsfelder aus Fig. 1 folgenden Differentialgleichungen zu:

$$\begin{array}{ll} (1) \quad \dot{x}(t) = \sin(t) - x(t) & (2) \quad \dot{x}(t) = -x(t)^2 + 2x(t) \\ (3) \quad \dot{x}(t) = \exp(-1/t) & (4) \quad \dot{x}(t) = x(t)^2 (1 - x(t)^2) \end{array}$$

b) Transformieren Sie die Differentialgleichung mit Anfangswert

$$\dot{x}(t) = 2\sqrt{x(t)} + \exp(t) - 4, \quad x(0) = 3.$$

in eine autonomes Differentialgleichungssystem mit Anfangswerten.

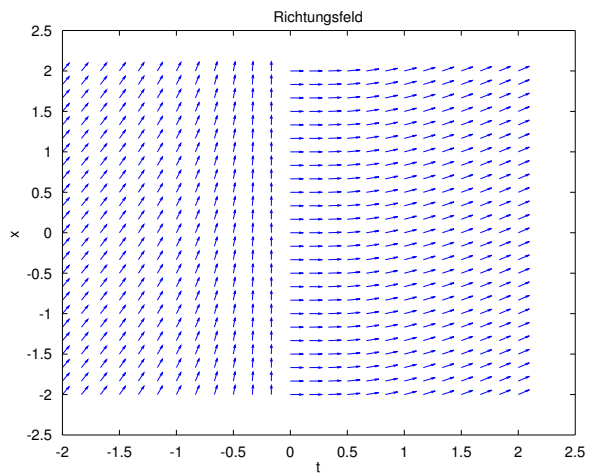
c) Transformieren Sie die Differentialgleichung

$$\ddot{y}(t) - 15\dot{y}(t) - 4y = 0$$

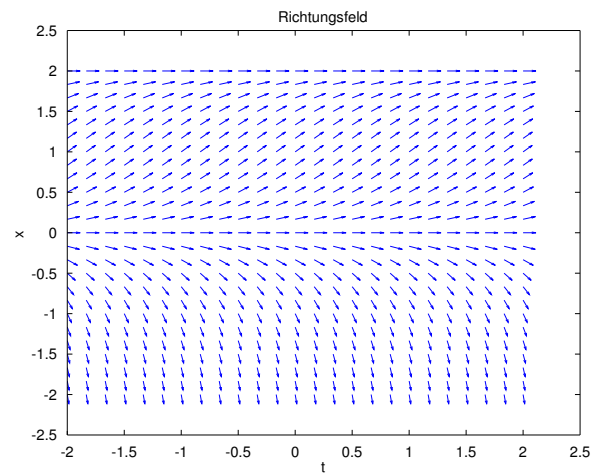
in ein Differentialgleichungssystem der Form $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}$. Wählen Sie dazu einen passenden Zustandsvektor $\mathbf{x}(t)$.

d) Lösen Sie die Differentialgleichung aus Aufgabenteil c) mit Startwerte $y(0) = 0.5, \dot{y}(0) = 0$.

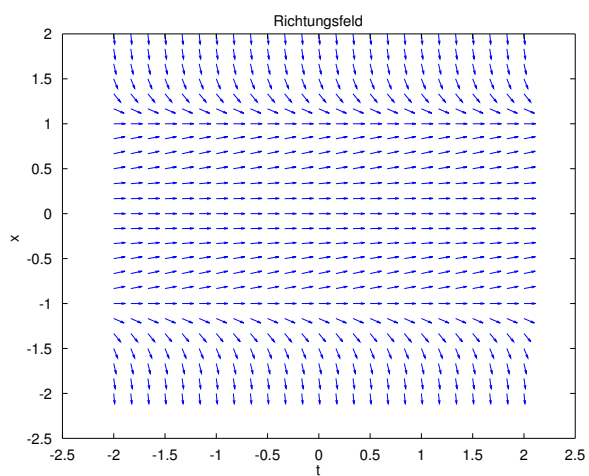
e) Zeigen Sie, durch Substitution der in Aufgabenteil d) gefundene Lösung für $y(t)$, dass die gefundene Antwort korrekt ist.



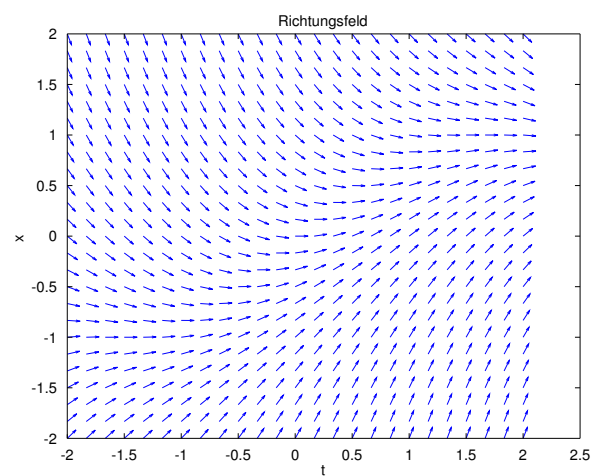
(a)



(b)



(c)



(d)

Abbildung 1: Richtungsfelder zu Aufgabe 1

Aufgabe 2 Stabilität (6 Punkte)

Wir betrachten die folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 5y \\ \dot{y} &= x^2 - 2x + y - 3\end{aligned}$$

- a) Bestimmen Sie die möglichen Ruhelagen dieses Systems. .
- b) Führen Sie für diese Punkte nun eine Linearisierung um die Ruhelage durch. Bestimmen Sie dazu die Jacobi-Matrix und Ihre Eigenwerte. Sind die Ruhelagen stabil oder instabil? .

Aufgabe 3 Richtungsfelder plotten (4 Punkte)

Implementieren Sie Matlabcode um die Richtungsfelder aus Aufgabe 1a) selbst zu plotten. Ihr Code soll *keine Loops* enthalten. Hilfreiche Funktionen sind *meshgrid* und *quiver*. Geben Sie den Code und die Plots als Lösung ab.

Hinweis zu wissenschaftlichem Arbeiten

Der Fachbereich Informatik misst der Einhaltung der Grundregeln der wissenschaftlichen Ethik großen Wert bei. Mit der Abgabe einer Lösung für eine schriftliche Aufgabe oder eine Programmieraufgabe bestätigen Sie, dass Sie/Ihre Gruppe die alleinigen Autoren des gesamten Materials sind. Falls die Verwendung von Fremdmaterial gestattet ist, so müssen Quellen korrekt zitiert werden. Weiterführende Informationen finden Sie auf der Internetseite des Fachbereichs Informatik:

<http://www.informatik.tu-darmstadt.de/Plagiarismus>