

# Einführung in Computational Engineering

## Grundlagen der Modellierung und Simulation



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

### 11. Vorlesung: Diskrete Modellierung und Simulation

13. Januar 2014

Prof. Dr. Jan Peters

produziert vom



# Meisenantworten



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

*Erwartungswert?  
Varianz?*

- „Sag‘ uns wie alt Du bist...“ *Ihr habt geraten:*

Optionen	25-27	28-30	31-33	34-36	37-39	40-42	43-45	46-48	49+
Votes	3	3	19	34	41	11	1	0	7

- Selbsttest: Was für eine Verteilung haben wir hier? Was sind Mittelwert und Varianz dieser Verteilung?
- „Hawaii mit zwei ii“ ... Danke!
- „Welche Hilfsmittel werden zur Klausur zugelassen?“ Genau eine A4 Seite handgeschriebenen Text! *+ Nicht programmierbaren Taschenrechner!*
- Programmierpraktikum = Programmieraufgaben in der Übung.
- Vielen Dank für das positive Feedback in der letzten Meise! Habe mich sehr gefreut. 😊

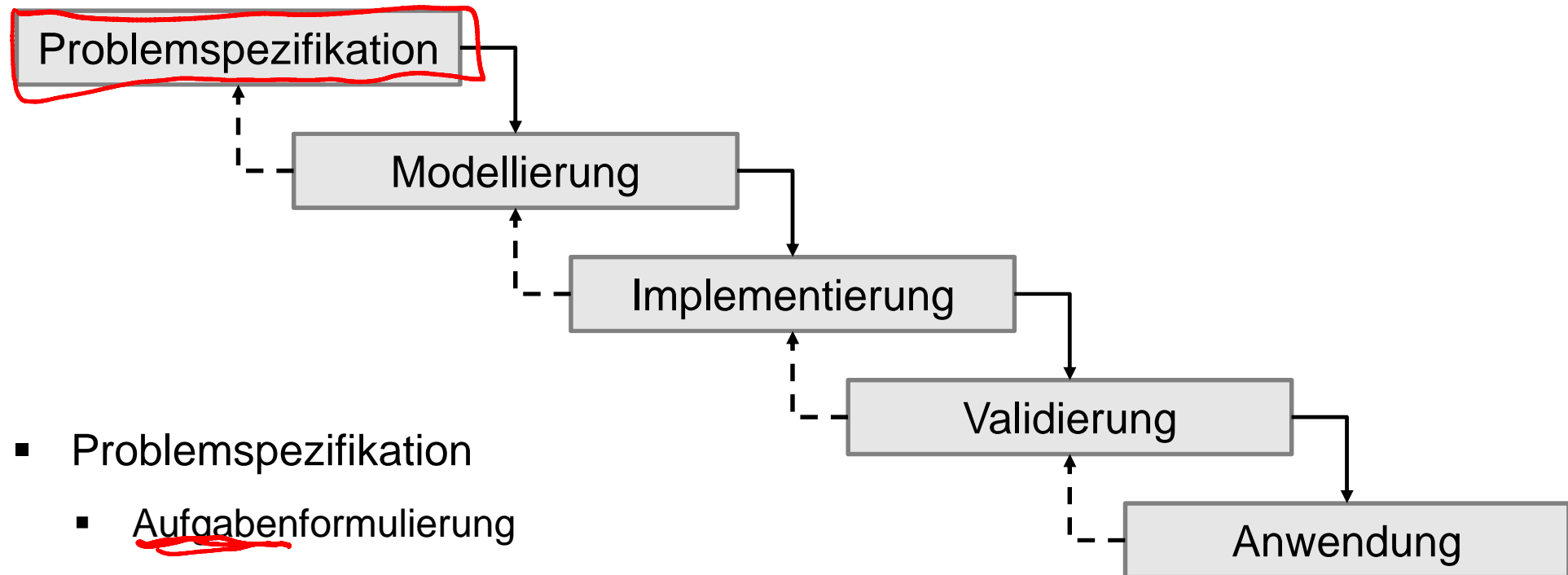
*Blatt*



## 4.1 Problemspezifikation (Wdh.)



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



- Problemspezifikation
  - Aufgabenformulierung
  - Kriterienfestlegung
  - Datenerhebung



## 4.1 Problemspezifikation (Wdh.)



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Mögliche Zielsetzungen der Untersuchung
- Realisierbarkeit *≡ Ist das Projekt möglich?*
- Wartezeiten und Durchsatz von Kunden *→ Discrete Event Simulation*
- Benötigte Zeiten und auftretende Kräfte bei Unterschiedlichen Schaukelstrategien *→ Mont. Simulation*

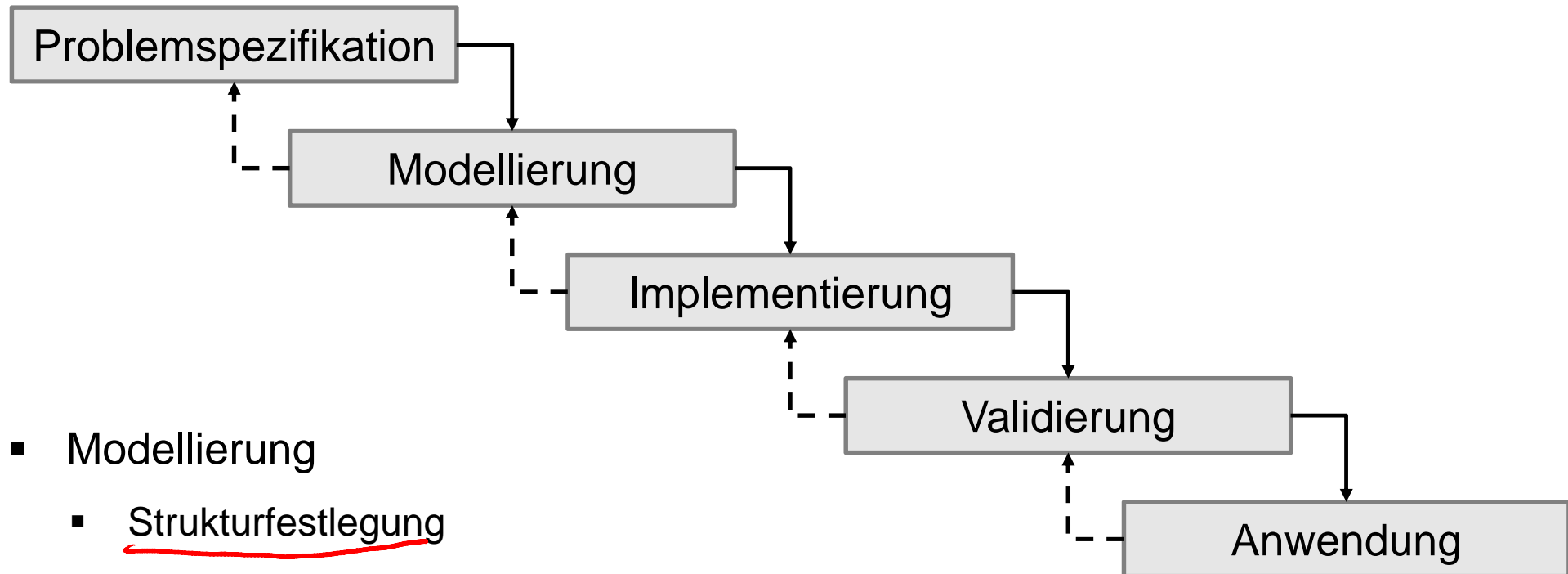


(Folien zur Schiffschaukel beruhen auf W. Wiechert, Uni Siegen)

## 4.2 Modellierung (Wdh.)



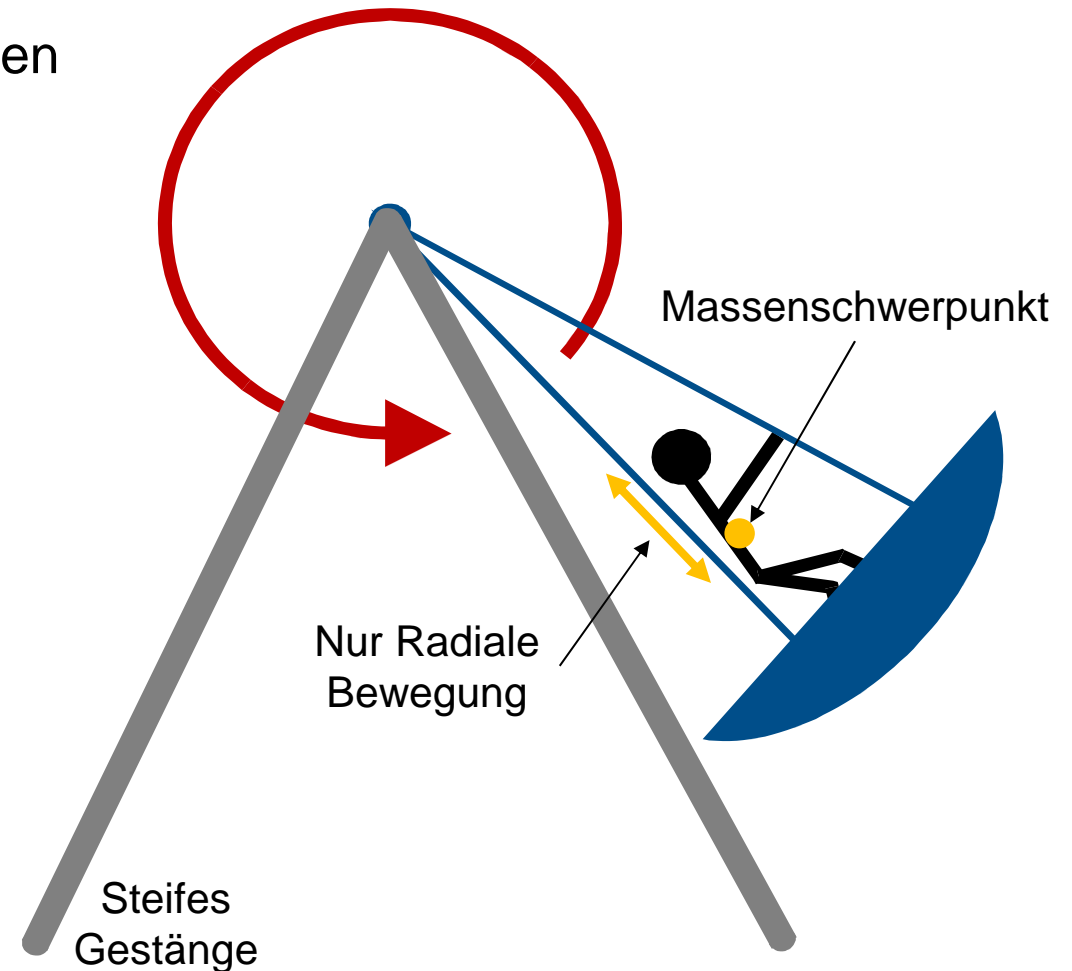
TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



- Modellierung
  - Strukturfestlegung
  - Modellgleichungen
  - Modellvereinfachung

## 4.2 Mathematische Modellierung: Annahmen (Wdh.)

- Möglicher Grund der Untersuchungen
  - Benötigte Zeiten und auftretende Kräfte bei unterschiedlichen Schaukelstrategien
- Man nehme an es gebe keinen Luftwiderstand





## 4.2 Modellierung: Veranschaulichung (Wdh.)



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

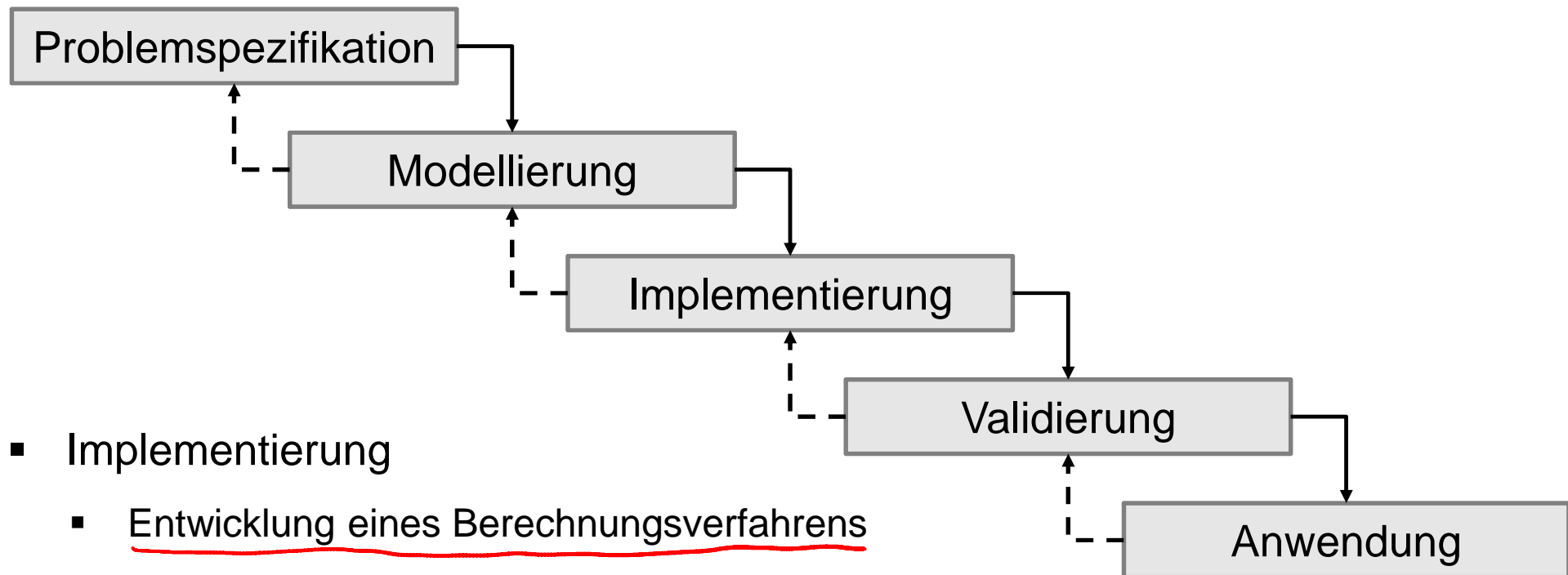


Das Modell kann reale Bewegungen nur  
mit gewissen Einschränkungen wiedergeben

## 4.3 Implementierung (Wdh.)



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



- Implementierung
  - Entwicklung eines Berechnungsverfahrens
  - Programmierung
  - Visualisierung !





## 4.3 Implementierung (Wdh.)



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Auswahl oder Entwicklung eines Berechnungsverfahrens (für das jeweilige Modell)
- Programmierung von Modell und Berechnungsverfahren
- Visualisierung von Berechnungsergebnissen
- Laufzeitoptimierung !  
6

MOODLE  
TEST IN  
ZWEI  
FOLIEN



### 4.3.3 Implementierung: Algorithmus (Wdh.)



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

$m := 100$ ;  $l := 2.5$ ;  $d := 100$ ;  $g := 9.81$ ;

$\Delta t := 0.01$ ;  $t_{\max} := 10$ ;

$t := 0$ ;  $\varphi := 1$ ;  $\omega := 0$ ;

Modellparameter

Simulationsparameter

Startwerte

while  $t < t_{\max}$  begin

$t, \varphi, \omega$  ausgeben; *ant Visualisierung*

$\varphi_{\text{neu}} := \varphi + \Delta t \cdot \omega$ ;

$\omega_{\text{neu}} := \omega + \Delta t \cdot \left( -\frac{d}{ml^2} \cdot \omega - \frac{g}{l} \sin \varphi \right)$ ;

$t := t + \Delta t$ ;  $\varphi = \varphi_{\text{neu}}$ ;  $\omega := \omega_{\text{neu}}$ ;

Zeitschleife

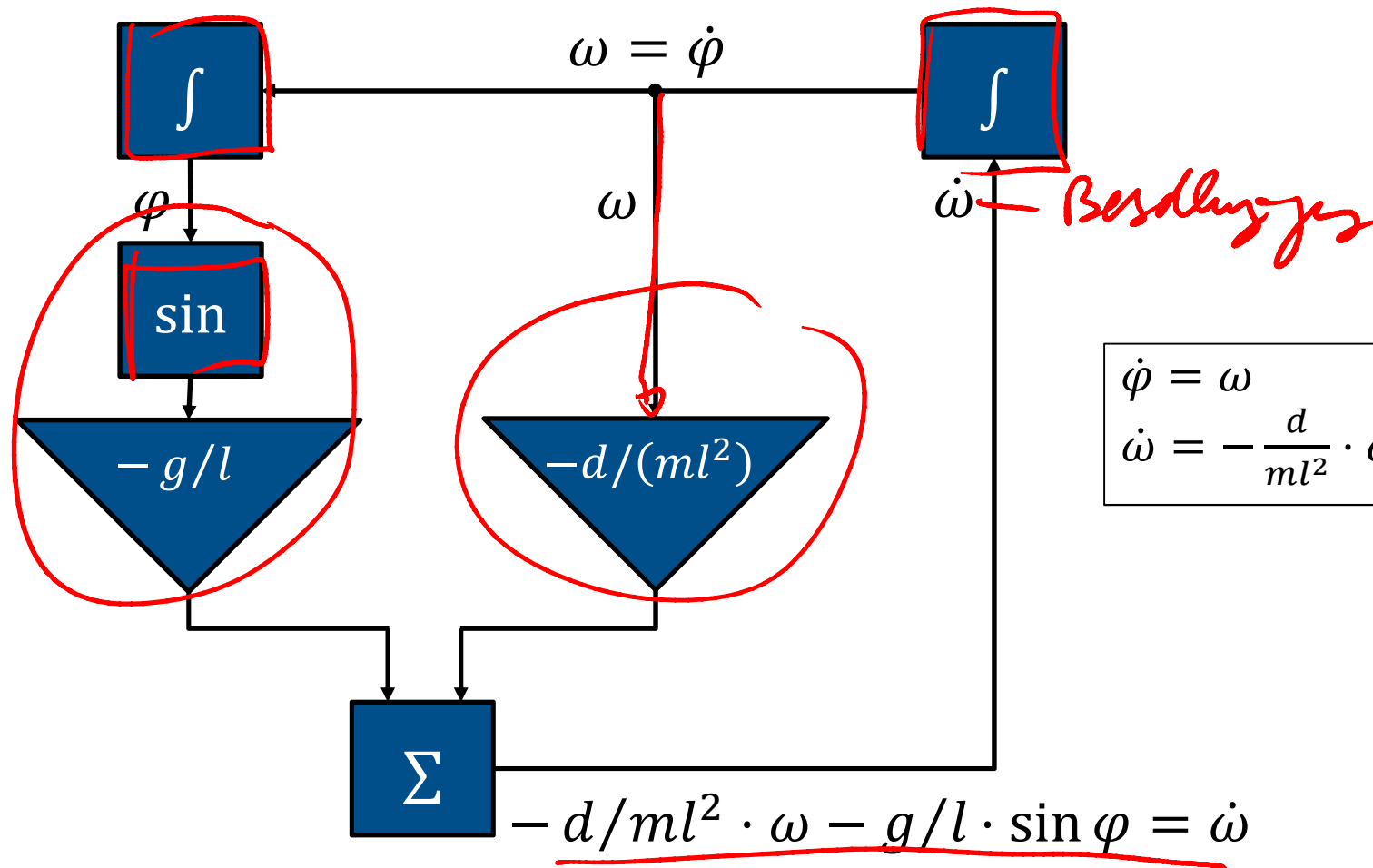
Euler-Schritt

Euler-Schritt

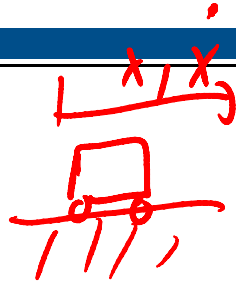
end;



## 4.5.3 Blockorientierte Simulation mit SIMULINK (Wdh.)



## MOODLE FRAGE



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Bitte jetzt auf Moodle Fragen beantworten!





Grundlagen der Modellierung und Simulation

## 5. INTERPRETATION UND VALIDIERUNG



# Heutige Lernziele: Kernfragen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Warum ist Validierung wichtig?
- Ist Verifikation möglich?
- Was unterscheidet Verifikation und Validierung?
- Gibt es “Golden Bullets” zur Validierung? Kann Validierung mehr als die Spitze des Eisbergs der Fehler zeigen?
- Wie können Modell, Implementierung und Berechnungsverfahren validiert werden?
- Wie können Plausibilität und Konsistenz getestet werden?

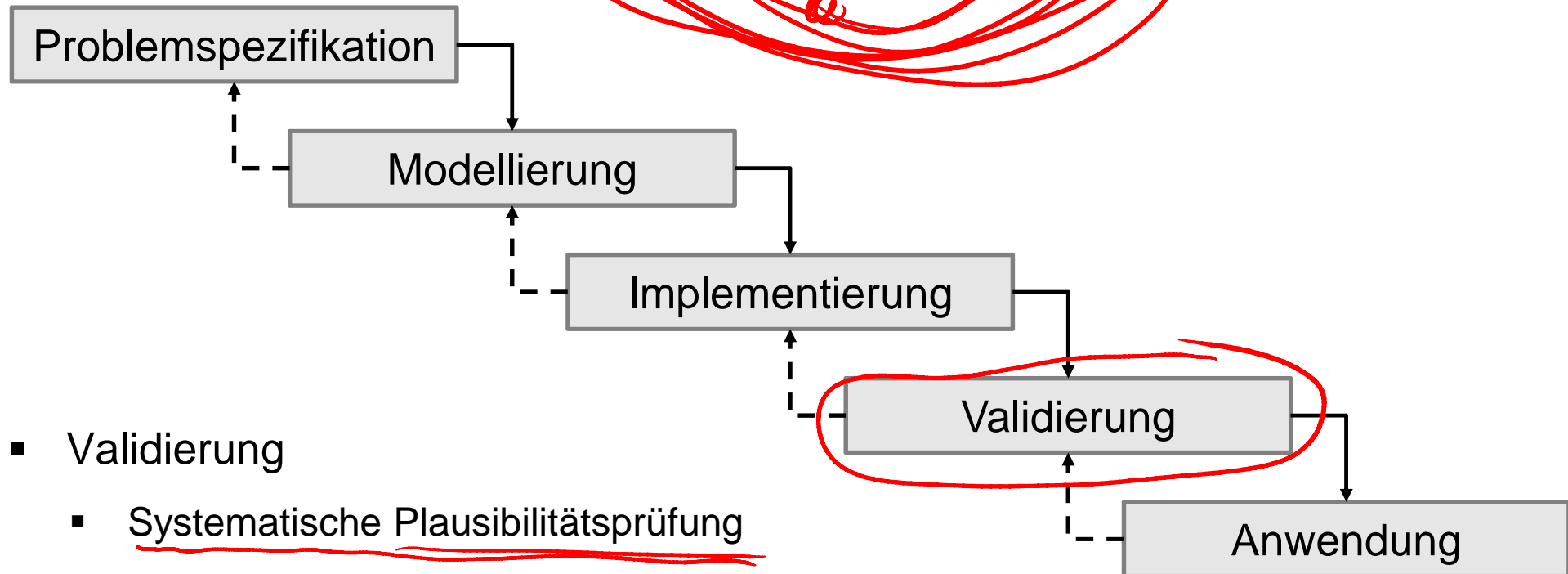




## 5.1 Validierung



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



- Validierung
  - Systematische Plausibilitätsprüfung
  - Fehlersuche
  - Konsistenzprüfung
  - Daten- und Parameterabgleich



## 5.1 Validierung



- Das Simulationsmodell entspricht der Implementierung von Modell und Berechnungsverfahren
- Verifikation
  - Formaler Nachweis der Korrektheit, dass ein Programm einer vorgegeben Spezifikation entspricht
  - In der Regel ist es unmöglich die vollständige Korrektheit eines kontinuierlich dynamischen Simulationsmodells zu beweisen

## 5.1 Validierung



- Verifikation
  - Nicht möglich aufgrund der unendlich großen Anzahl von Zustandsverläufen und Störungseinflüssen nichtlinearer dynamischer Systeme
  - Durch eine geeignete Anzahl systematisch und erfolgreich untersuchter Beispiele / Tests kann die Wahrscheinlichkeit der Korrektheit erhöht werden  $\Rightarrow$  Validierung

## Folie 17

---

**A14**      Vorsicht: Im ingenieurwissenschaftlichen Umfeld und einigen anderen Bereichen werden die Begriffe „Verifikation“ und „Validierung“ nicht strikt definiert und unterschieden und häufig fälschlicherweise als austauschbar betrachtet!

Andrej; 12.12.2013

**A15**      Muss das so rein oder einfach während der Vorlesung sagen? Unterschied dürfte jedem ja eigentlich klar sein

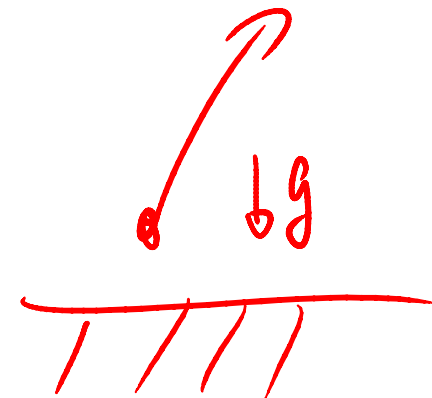
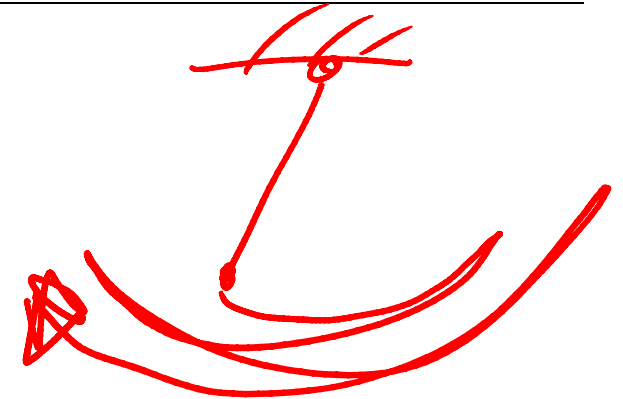
Andrej; 12.12.2013

## 5.1 Validierung



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Plausibilitätsüberprüfung, dass ein Programm einer vorgegebenen Spezifikation entspricht
- Ziel der Validierung der Nachweis der ausreichenden Glaubwürdigkeit des Simulationsmodells in Hinblick auf dessen Einsatzbereich



## 5.1 Validierung

- Warum ist die Validierung wichtig?
- Starke Reduktion fehlerhafter Aussagen von Simulationsstudien
- Reduktion darauf beruhender Fehlentscheidungen und möglicherweise verheerender Folgen



## 5.2 Beispiel: Ölbohrplattform „Sleipner A“ (1991)



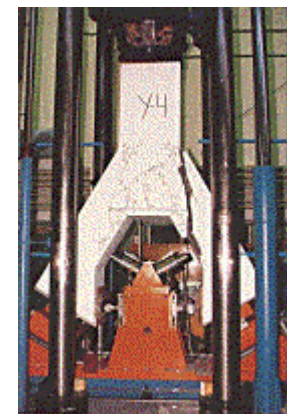
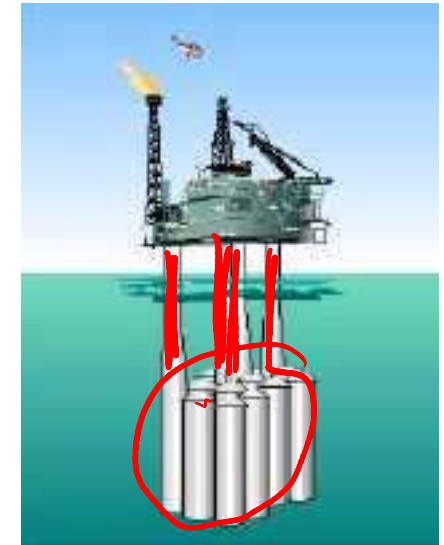
TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Plattform wurde mit einem Simulationsprogramm entwickelt, das bereits für die Vorgänger eingesetzt wurde (1988-1991)
- Während des Absenkens der Plattform ertönte ein rumpelndes Geräusch. Anschließend versank die Plattform im 220m Tiefe Wasser
- Gesamtschaden: ca. US\$ 700 Millionen



## 5.2 Beispiel: Ölbohrplattform „Sleipner A“ (1991)

- Betonstruktur bestand aus 24 Zellen, davon 4 zu Säulen verlängert
- 32 dreieckförmige sogenannte Trizellen verbinden die inneren Wände
- Die Trizellen waren mit einem gängigen Finte-Elemente - Simulationsprogramm (örtlich verteilter Zustandsvariablen, partielle DGL) simuliert worden



## 5.2 Beispiel: Ölbohrplattform „Sleipner A“ (1991)



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Die Berechnung der Scherkräfte war dabei ungenau  
(47% zu gering)
  - früher unkritisch, aber die Trizellen waren hier zu dünn ausgelegt
- In der Analyse des Unglücks konnte mit verbesserter Simulation ein Leck in 62m Tiefe vorhergesagt werden  
(real 65m Tiefe)





## 5.2 Weitere Beispiele

- 1991 Untergang der Ölbohrplattform „Sleipner A“
  - Unzuverlässige Finite-Element-Berechnung
- 1997 „Elchtest“ der Mercedes-Benz A-Klasse
  - die wie kaum ein anderes Auto vorher vor allem mit Computersimulationen entwickelt worden war.
- 1999 Sturm „Lothar“

## 5.2 Weitere Beispiele

- 2000 Londoner Millennium Brücke
  - Bei Eröffnung unerwartete Schwingung

✓ You Tube (Minihausaufgabe!)



Simulationsmodell = Implementierung des Modells und  
 1. d. z. Bewertung



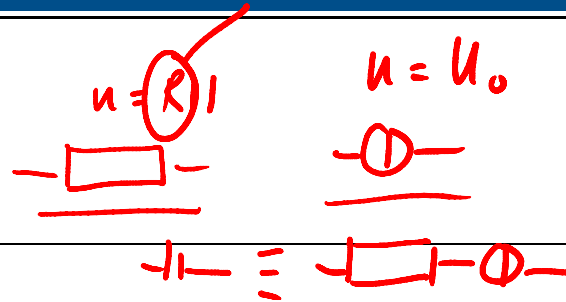
## 5.3 Definitionen

- Validierung ist
  - die **Begründung** der These, dass ein Simulationsmodell innerhalb seines Anwendungsbereiches einen ausreichenden Genauigkeitsbereich hat, welcher konsistent ist mit den anvisierten Anwendungen des Simulationsmodells (Sargent 2003)
  - der **Prozess** der Bestimmung zu welchem Grad ein Simulationsmodell eine genaue Repräsentation der realen Welt ist, betrachtet aus der Perspektive der beabsichtigten Anwendungen des Simulationsmodells (Office of the Director of the U.S. Defense Research and Engineering, 2002)

## 5.3 Bemerkungen

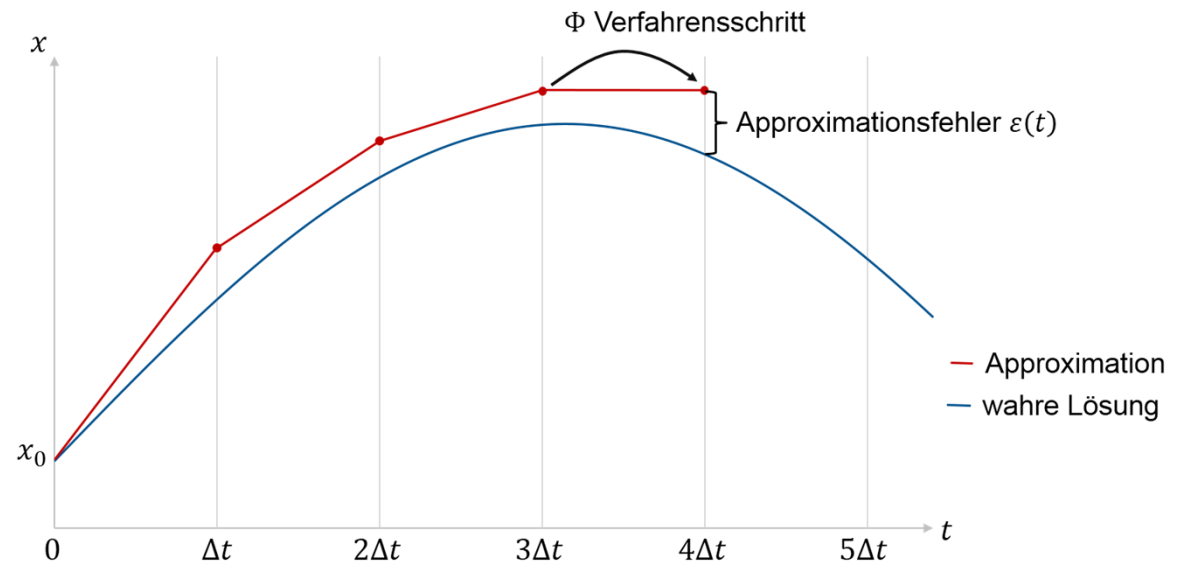
- Es gibt keinen einzelnen Test, mit dem die Validität eines Simulationsmodells nachgewiesen werden kann
- Wenn eine Reihe von Tests sukzessive erfolgreich durchgeführt wird, wird parallel dazu die Vertrauenswürdigkeit des Simulationsmodells sukzessive erhöht

## 5.4 Mögliche Fehler



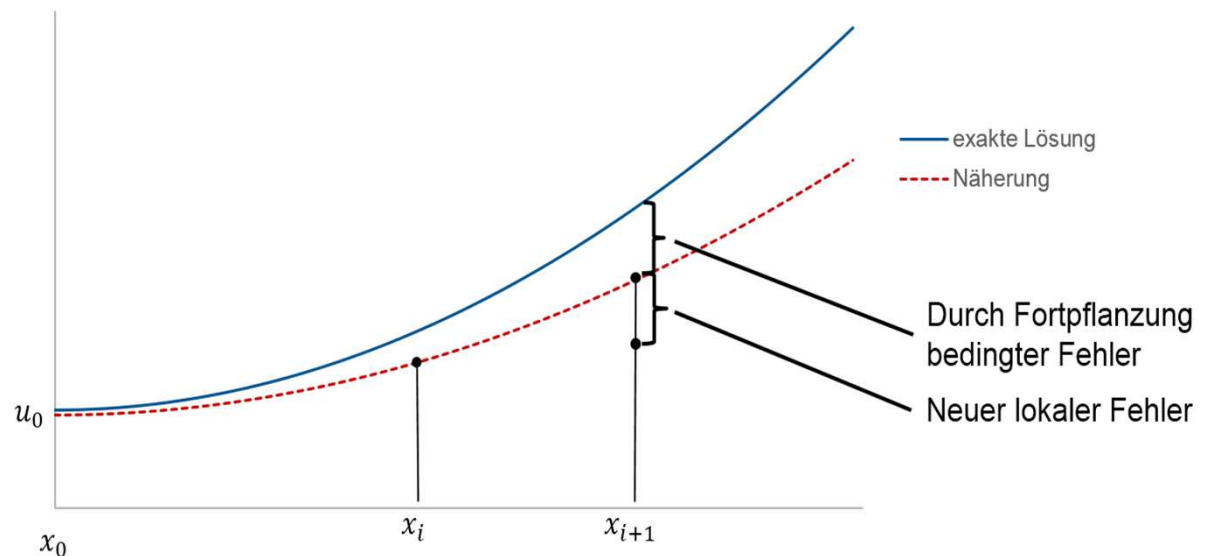
- Modellierungsfehler
  - Vereinfachte Modellannahmen  
(z.B. starrer statt elastischer Körper)
  - Ungenauigkeiten in Modellparametern

- Approximationsfehler des iterativen Berechnungsverfahrens
  - Bei dem Euler-Verfahren proportional zur Schrittweite



## 5.4 Mögliche Fehler

- Rundungsfehler
  - Ausführung des Berechnungsverfahrens auf Computer mit endlicher Zahlendarstellung
- Programmier- und Implementierungsfehler

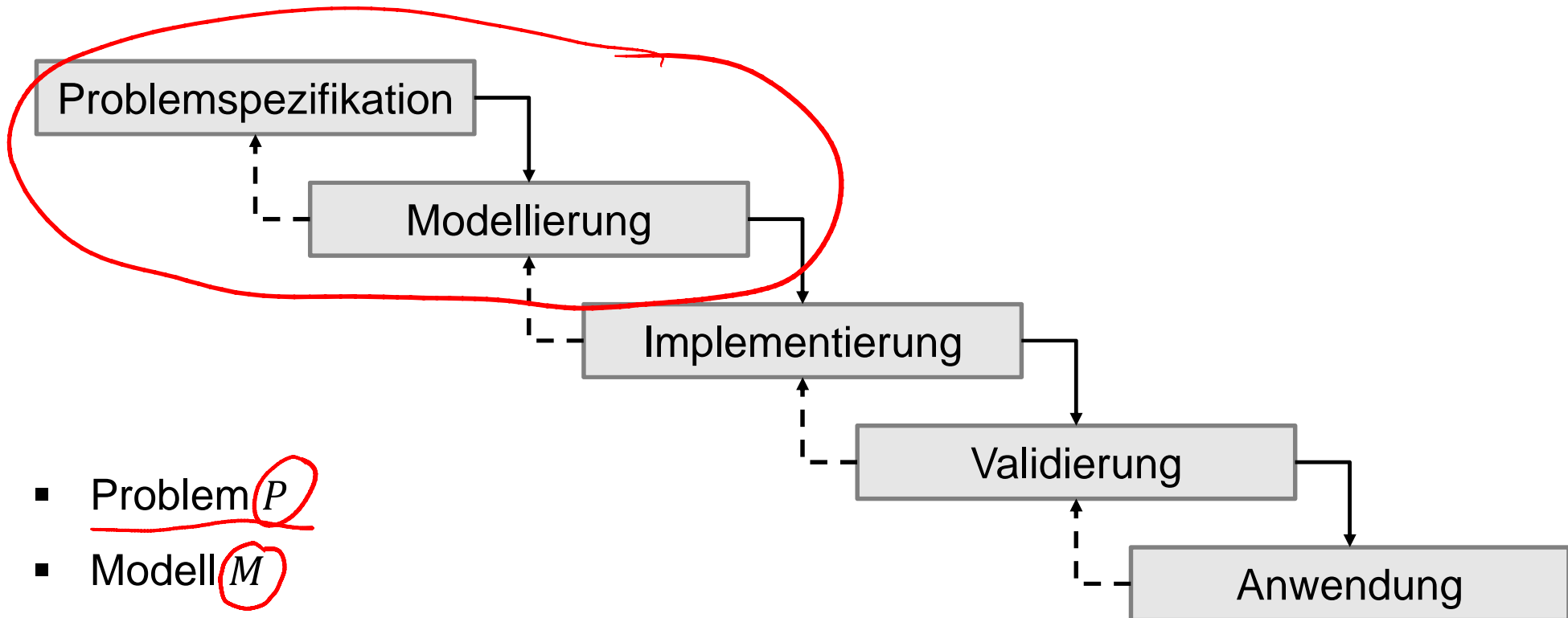


## 5.4 Validierung



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

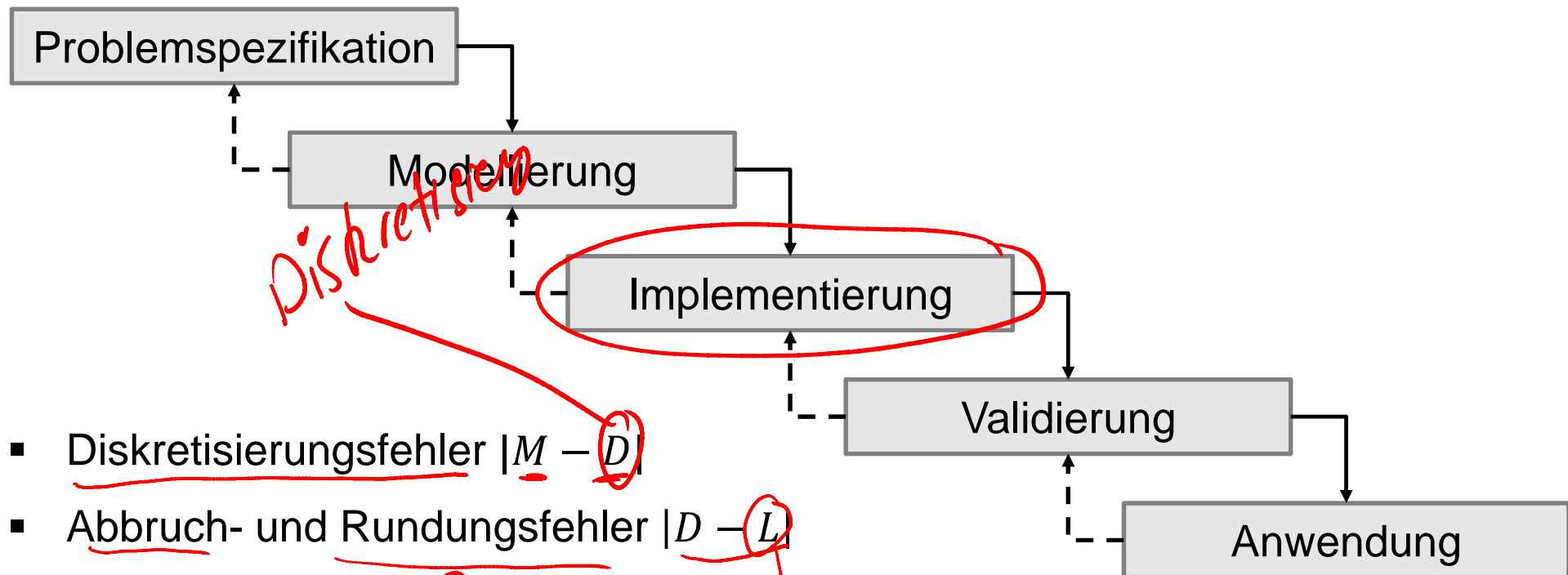
P ————— V



- Problem P
- Modell M
- Modellierungsfehler  $|P - M|$



## 5.4 Validierung



- Diskretisierungsfehler  $|M - \textcircled{D}|$
- Abbruch- und Rundungsfehler  $|D - \textcircled{L}|$
- Visualisierung  $|L - \textcircled{V}|$

*Visualisierung*

*Lösung*



## 5.4 Validierung

Jede Komponente kann eigene Fehler hinzufügen!



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Mit dem Problem  $P$ , dem Modell  $M$ , der Validierung  $V$ , der Diskretisierung  $D$  und der Lösung  $L$  folgt der Gesamtfehler des zu validierenden Modells als

$$\underline{|P - V|} \leq \underbrace{|P - M|}_{\textcircled{1}} + \underbrace{|M - D|}_{\textcircled{2}} + \underbrace{|D - L|}_{\textcircled{3}} + \underbrace{|L - V|}_{\textcircled{4}}$$

- Akzeptanz einer Lösung  $L$ , wenn in allen vier Schritten vergleichbar kleine Fehler gemacht wurden!

**TH5**

Hier war ich mir nicht sicher, ob die Buchstaben alle richtig benannt sind. Das war in den Folien von Prof. Stryk nicht gegeben...  
(auf Folie 26 steht nochmal das Problem und das Modell)

Thomas Hesse; 12.01.2014



## 5.5 Vorgehensweise

- Wie kann man anhand einer Reihe ausgewählter Plausibilitätstests feststellen, dass das Simulationsmodell das reale System im Rahmen der Zielsetzung ausreichend gut abbildet?
- Simulationsmodell = Implementierung von Modell + Berechnungsverfahren
- Elemente einer Validierung müssen diese drei Teile untersuchen



## 5.6 Validierung der Implementierung

- Syntaktische Fehlerfreiheit der Implementierung
  - z.B. mit Debugging
- Plausibilitätsprüfung der Simulationsergebnisse für Spezialfälle („naturgetreues“ Verhalten)
  - z.B. eine von der Ruhelage ausgelenkte, leere Schiffschaukel pendelt eine Weile hin und her (Gravitationseinfluss) bevor sie zur Ruhe (Reibungseinfluss) kommt

## 5.6 Validierung der Implementierung



- Numerische Korrektheit der Implementierung
  - z.B. durch Vergleich der mit dem Simulationsmodell berechneten Lösung und einer analytischen Lösung für einen Spezialfall (z.B. bei der Schiffschaukel durch ein einfaches Pendel mit gegebenen Daten)





## 5.7 Validierung des Modells

- Zulässigkeit und logische Konsistenz der Modellannahmen  
(und deren Anwendbarkeit zur Problemlösung)
  - z.B. bei Schiffschaukel: das in der Vorlesung untersuchte Starrkörpermodell kann möglicherweise die Bewegungsdynamik sehr zuverlässig abbilden, ist aber ungeeignet, wenn andere Aspekte untersucht werden sollen, z.B. Strukturbelastungen und Materialverschleiß
- Ausreichende Detailliertheit des Modells (und korrekte Modellstruktur)
  - z.B. bei Schiffschaukel: starrer, nicht veränderliches Drehzentrum / starres versus etwas elastisches Gestänge / radiale Bewegungen einer einzelnen Person versus radiale und tangential Bewegungen mehrerer Personen / ...)

## Folie 36

---

**A18**

Diese und die nächste noch bearbeiten

Andrej; 03.01.2014

**TH7**

Besser aufteilen mit nächster Folie

Thomas Hesse; 06.01.2014



## 5.7 Validierung des Modells



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Korrektheit der Modellparameter
  - z.B. bei Schiffschaukel: Masse, Gravitationskonstante, Abstand der Schaukel vom Drehzentrum, Reibungskonstante



## 5.8 Validierung des Berechnungsverfahrens



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Geeignetheit für die numerische Lösung des Modells
  - z.B. bei Modell mit steifen Differentialgleichungen sind nur implizite und nicht explizite Integrationsverfahren geeignet.
- Approximationsfehler des (iterativen) Berechnungsverfahrens
  - z.B. Integrationsverfahren höherer Ordnung bei hohen Genauigkeitsanforderungen versus Verfahren niedriger Ordnung bei niedrigen Anforderungen
  - z.B. adaptive Schrittweitensteuerung oder konstante Schrittweite
- Einfluss von Rundungsfehlern
  - z.B. Untersuchung kritischer Programmteile auf Auslöschung



## 5.9 Tests auf Plausibilität und Konsistenz

- Reproduktion von beobachtetem bzw. „natürlichem“  
Systemverhalten
  - Wie gut stimmt das mit Hilfe des Simulationsmodell berechnete Verhalten mit empirischen bzw. bekannten Erkenntnissen über das Systemverhalten überein?
- Vorhersage und Verhalten
  - Wie plausibel ist das simulierte Systemverhalten für ein fiktives / noch nicht beobachtbares Szenario?
  - Können mit dem Simulationsmodell die Ergebnisse eines geplanten realen Experiments in ausreichender Genauigkeit vorhergesagt werden?

## 5.9 Tests auf Plausibilität und Konsistenz



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Verhaltensanomalien
  - Stark unterschiedliches bzw. widersprüchliches Verhalten des Simulationsmodells gegenüber dem realen System weist auf signifikante Fehler in Modell oder Berechnungsverfahren oder Implementierung hin
  
- Systemverhalten in Extremsituationen
  - Entspricht das Verhalten des Simulationsmodells auch bei Simulation extremer Szenarien, die beim realen System selten oder gar nicht auftreten, den Erwartungen/Erfahrungen?



## 5.9 Tests auf Plausibilität und Konsistenz

- Parametervariationen und Parametersensitivität
  - Generelle Fragestellung:

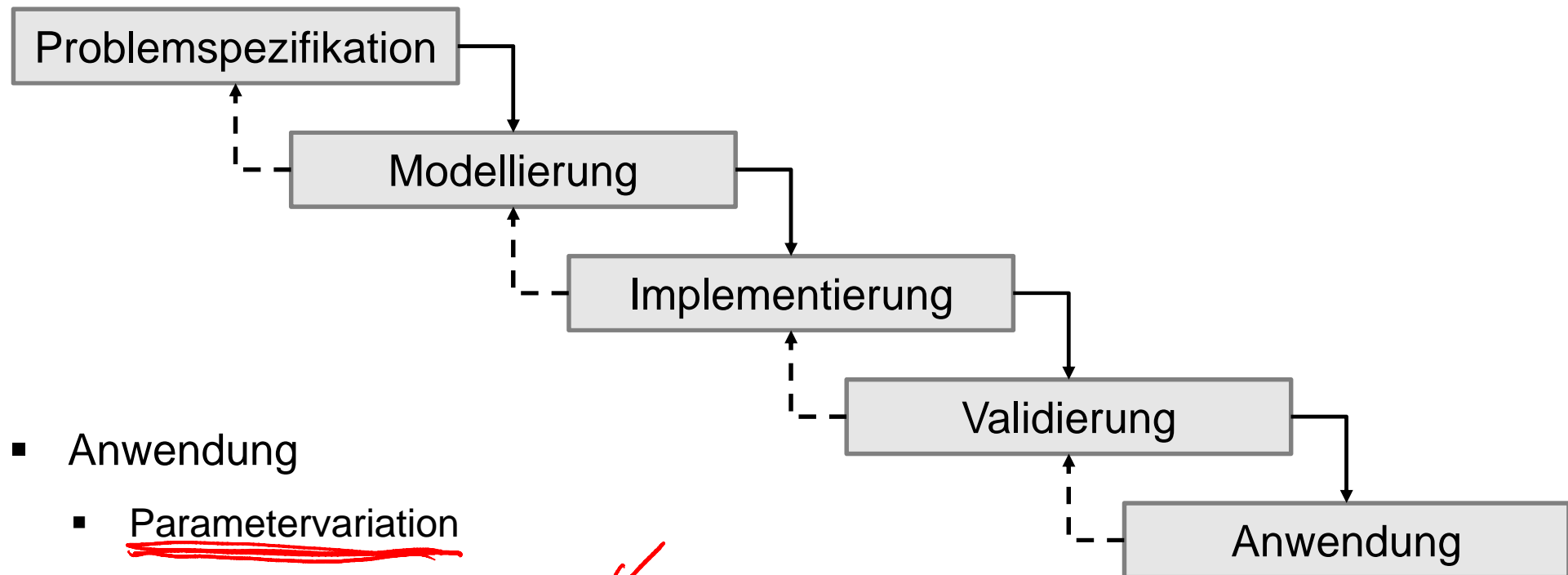
Ist das Verhalten des Simulationsmodells sensitiv zu plausiblen  
Variationen in den Werten der Modellparameter?

Validierung erfordert fachliche Einsicht und Kreativität!  
Es gibt keine Pauschallösungen.

# Schritte einer Simulationsstudie



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



- Anwendung
  - Parametervariation
  - Strukturvariation
  - Vorhersage und Optimierung





Bitte jetzt auf Moodle Fragen beantworten!



## Heutige Lernziele: Kernfragen

- Warum ist Validierung wichtig?
- Ist Verifikation möglich?
- Was unterscheidet Verifikation und Validierung?
- Gibt es “Golden Bullets” zur Validierung? Kann Validierung mehr als die Spitze des Eisbergs der Fehler zeigen?
- Wie können Modell, Implementierung und Berechnungsverfahren validiert werden?
- Wie können Plausibilität und Konsistenz getestet werden?
- **Selbsttest: Können Sie diese Fragen beantworten? Wenn nicht, schnell nochmal das Video anschauen!**