

Formale Grundlagen der Informatik I

6. Übungsblatt



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Martin Ziegler
Davorin Lešnik, Ph.D.
Carsten Rösnick

Sommersemester 2013
20. 05. 2013

Gruppenübung

Aufgabe G13 (Kellerautomaten)

Welche Sprache wird durch den nachfolgenden Kellerautomaten (KA) beschrieben? $\mathcal{P} = (\Sigma, Q, q, \Delta, A, \Gamma, \#)$ mit $Q = \{q\}$, $\Gamma = \{\#, |\}$, $A = \{q\}$ und Transitionen

$$\begin{aligned} \{ & (q, \#, \varepsilon, \varepsilon, q) \\ & (q, \#, b, \#, q) \\ & (q, \#, a, | \#, q) \\ & (q, |, a, ||, q) \\ & (q, |, b, \varepsilon, q) \\ & (q, \#, c, \#, q) \\ & (q, |, c, |, q) \}. \end{aligned}$$

Aufgabe G14 (Kellerautomaten und kontextfreie Grammatiken)

Sei $L := \{a^i b^j c^k \mid i = j + k\}$.

- (a) Konstruieren Sie einen Kellerautomaten für L .
- (b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für L an.

Aufgabe G15 (Pumping-Lemma und Abschlusseigenschaften der Typ-2 Sprachklasse)

Sei $\Sigma := \{a, b\}$. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen.

- (a) Die Sprache $L_1 := \{tt \mid t \in \Sigma^*\}$ ist kontextfrei.
Bemerkung: Zum Vergleich: Die Sprache der Palindrome, $L_0 := \{tt^{-1} \mid t \in \Sigma^*\}$, ist kontextfrei.
- (b) Die Sprache $L_2 := \{st s^{-1} \mid s, t \in \Sigma^*, |s| = |t|\}$ ist kontextfrei.
- (c) Der Schnitt einer kontextfreien mit einer regulären Sprache ist wieder kontextfrei.
- (d) Der Schnitt einer kontextsensitiven mit einer regulären Sprache ist kontextfrei.

Hausübung

– Abgabe am 29.5.-31.5. 2013 in der Übung. Denken Sie daran Ihre Antworten zu begründen. –

Aufgabe H13 (Chomsky-Hierarchie) (4 Punkte)

Entscheiden und beweisen Sie für die folgenden Sprachen, ob sie kontextfrei sind oder nicht.

(a) $L_1 = \{a^n b^m \in \{a, b\}^* \mid n \geq m\}$

(b) $L_2 = \{a^p \in \{a\}^* \mid p \text{ prim}\}$

(c) $L_3 = \{a^{n!} \in \{a\}^* \mid n \geq 0\}$

Hinweis: Es gilt $(i+1)! - i > i!$ für alle $i \in \mathbb{N}, i > 1$ (Sie müssen diese Ungleichung nicht beweisen).

Aufgabe H14 (Grammatik einer Programmiersprache) (2 Punkte)

Finden Sie die Programmiersprache BF auf der deutschen Wikipedia. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für ihre Syntax an.

Aufgabe H15 (Entscheidbarkeit des Wortproblems) (4 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Eine Instanz des *Post'schen Korrespondenzproblems (PKP)* ist eine endliche Folge von Wortpaaren $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_k, y_k)$ mit $x_i, y_i \in \Sigma^+$. Gibt es nun eine Folge von Indizes $i_1, i_2, \dots, i_n \in \{1, 2, \dots, k\}$ ($n \geq 1$) mit

$$x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_n} = y_{i_1} y_{i_2} \dots y_{i_n},$$

so heißt diese *Lösung* der PKP-Instanz $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_k, y_k)$.

- (a) Entscheiden Sie für die folgenden Instanzen der PKP, ob es eine Lösung gibt. Falls es eine Lösung gibt, geben Sie diese an. Falls nicht, beweisen Sie, dass es keine Lösung gibt.
- $(abba, a), (aa, bbaa), (bbbb, abb)$
 - $(aa, a), (ba, ab), (b, abb)$
- (b) Geben Sie eine Grammatik an, die genau alle endlichen Folgen von Wortpaaren $(x_1, y_1), \dots, (x_k, y_k)$ mit $x_i, y_i \in \Sigma^+$ (d. h. die syntaktisch korrekten Instanzen des PKP) erzeugt.

Minitest

Aufgabe M16 (Chomsky-Hierarchie)

Welche der folgenden Aussagen ist korrekt, welche nicht?

- ☐ Sind L_1 und L_2 kontextfreie Sprachen, dann ist auch $L_1 \setminus L_2$ kontextfrei.
- ☐ Sind L_1 und L_2 kontextfreie Sprachen, dann ist auch $L_1 \setminus L_2$ kontextsensitiv.
- ☐ Jede Sprache mit endlichem Komplement ist regulär.
- ☐ Jede Sprache mit endlichem Komplement ist kontextfrei.
- ☐ Die Sprache aller regulären Ausdrücke ist regulär.
- ☐ Die Sprache aller regulären Ausdrücke ist kontextfrei.

Aufgabe M17 (Kellerautomaten)

Sei $\mathcal{P} = (\Sigma = \{a, b\}, Q = \{q_0\}, q_0, \Delta, A = \{q_0\}, \Gamma = \{\#\}, \#)$ ein Kellerautomat mit

$$\Delta = \{(q_0, \#, a, \#\#, q_0), (q_0, \#, b, \varepsilon, q_0)\}.$$

(a) Welche der folgenden Worte werden von \mathcal{P} erkannt?

- ☐ b
- ☐ ab
- ☐ ba
- ☐ abb
- ☐ $abba$
- ☐ $abababababa$

(b) Was ist der Typ der von \mathcal{P} erkannten Sprache? (Kreuzen Sie *alle* zutreffenden Antworten an.)

- ☐ 3 ☐ 2 ☐ 1 ☐ 0