

# Einführung in Computational Engineering

## Grundlagen der Modellierung und Simulation



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

13. Vorlesung: Repititorium – Teil 1  
27. Januar 2014

Prof. Dr. Jan Peters

produziert vom

**HRZ**  
Hochschulfrechenzentrum

# Meisenantworten

- Was sind die zugelassenen Hilfsmittel zur Klausur? *Ein nichtprogrammierbarer Taschenrechner, Stifte und genau ein beidseitig handbeschriebenes A4 Blatt...*
- Nicht ALLES unterstreichen! Sinnvoll unterstreichen! OK!
- Wie Klausurrelevant ist MATLAB? *Maximal wird ein Code-Stück zur Vervollständigung als Aufgabe vorkommen...*
- Interpretieren nicht interprätieren! OK! ✓
- Wird es jemals ein Strong AI geben? *Es gibt uns – warum sollten wir nicht in der Lage sein, uns selber nachzubauen? Wir können schliesslich schon viele unserer grössten Errungenschaften realisieren!*
- Stellungnahme zur Lehrevaluation in den nächsten Folien! —
- Echtzeittests zur Verfügung stellen? Schaut auf <http://lehre.ias.informatik.tu-darmstadt.de/ComputationalEngineering/Vorlesung1>
- **Probeklausur wird NUR in der letzten Vorlesung in Papierform zur Verfügung stehen!**  
**Die Fragen werden aber auf den Folien stehen...**

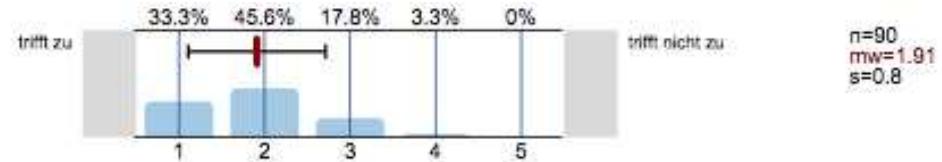
# Diskussion der Lehrverstaltungsevaluation

ah  
Y

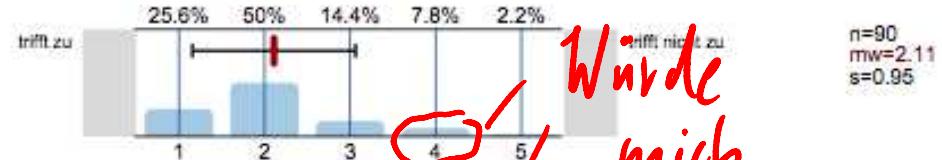


TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

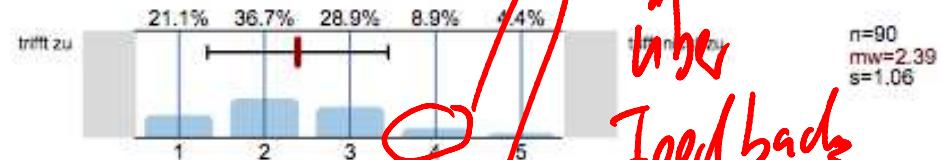
2.4. Die Vorlesung war inhaltlich gut strukturiert, ein roter Faden war erkennbar.



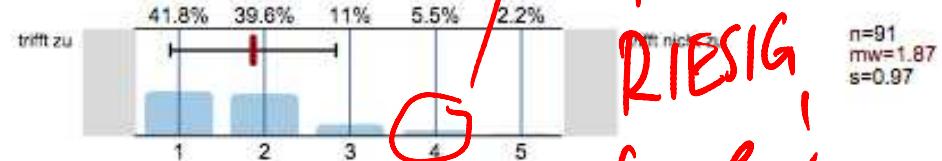
2.5. Die Lernziele der Veranstaltung sind mir klar geworden.



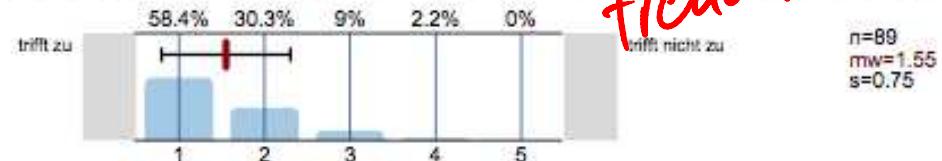
2.6. Die Lehrkraft hat Kompliziertes verständlich dargelegt.



2.7. Der Stoff wurde anhand von Beispielen verdeutlicht.



2.8. Die Lehrkraft zeigte Bezüge zur aktuellen Forschung auf.

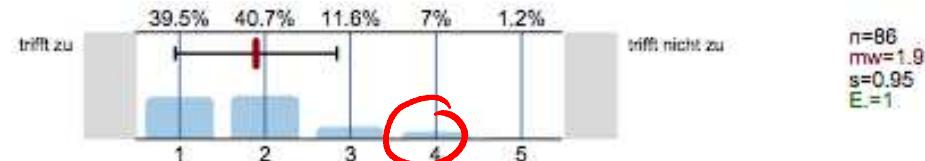


Würde mich über Feedback RIESIG freuen!

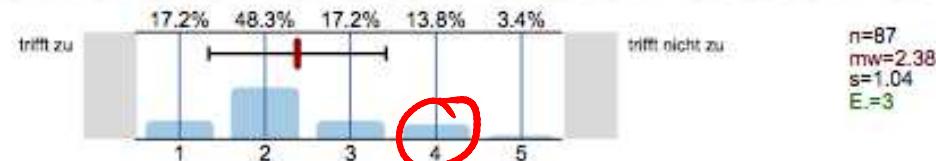
# Diskussion der Lehrverstaltungsevaluation



2.9. Der Bezug zwischen Theorie und praktischem Arbeiten / praktischen Anwendungen wurde hergestellt.



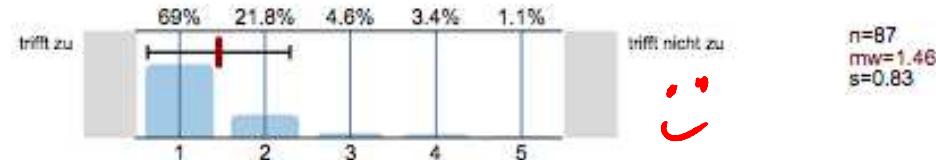
2.10. Das Tempo der Vorlesung war angemessen.



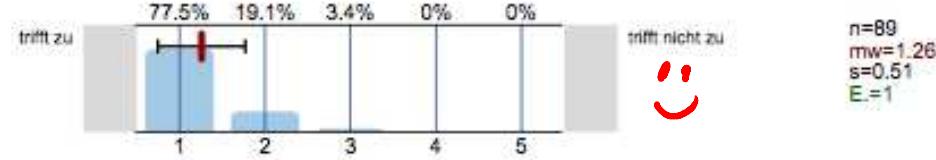
2.10a Wenn das Tempo nicht gemessen war:



2.11. Die Lehrkraft zeigte sich gut vorbereitet.



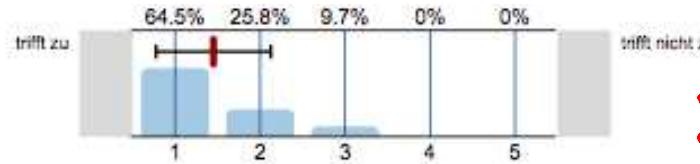
2.12. Die (Zwischen-)Fragen der Studierenden wurden angemessen beantwortet.



# Diskussion der Lehrverstaltungsevaluation

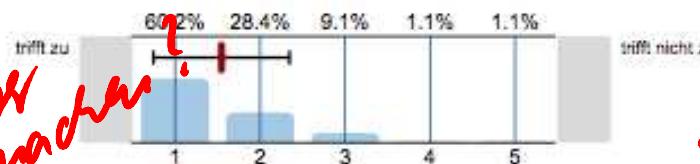


2.13. Der Lehrende war auch außerhalb der Veranstaltung ansprechbar.

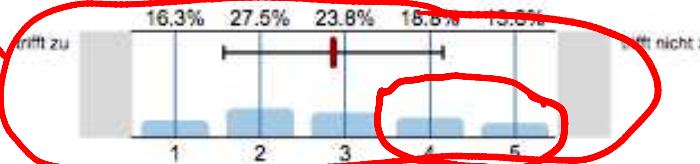


2.14. Der Lehrende regte gezielt zur eigenen Mitarbeit / zum Mithdenken in der Veranstaltung an.

Wick kann ich das best machen?



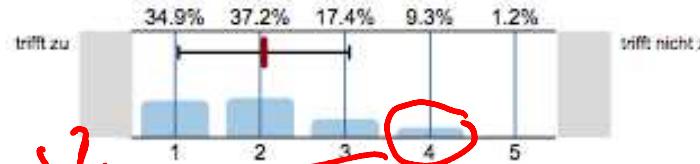
2.15. Die Vorlesung motivierte dazu, sich außerhalb der Veranstaltung selbstständig mit den behandelten Themen auseinanderzusetzen.



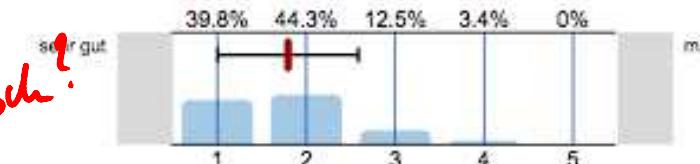
2.16. Die Vorlesungsmaterialien (Folien, Skripte, Tafelanschrieb, Lehrbücher etc.) haben das Lernen wirkungsvoll unterstützt.

Lehrviki?

Oder was  
wur falsch?



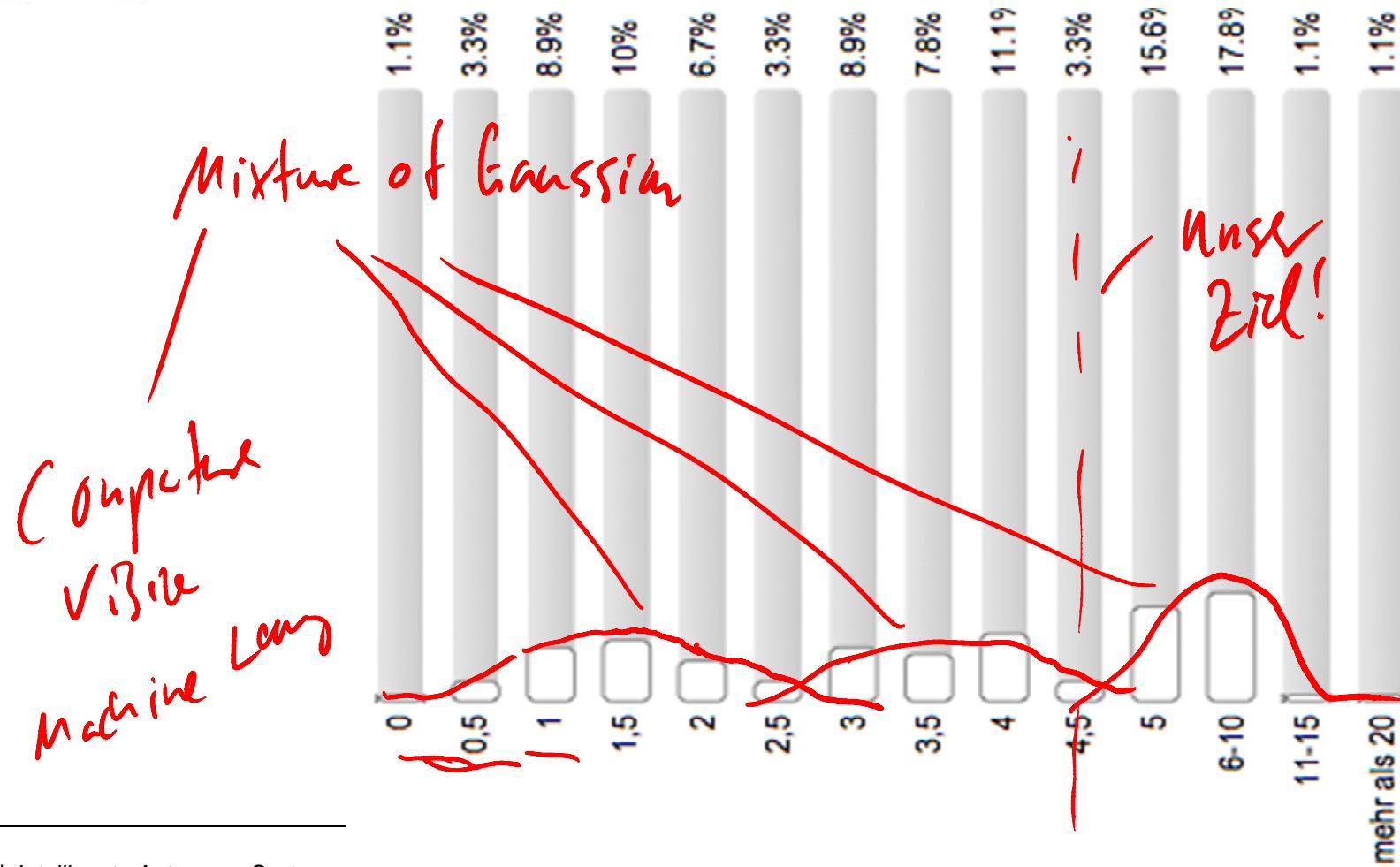
Welche Gesamtnote würdest Du der Vorlesung (ohne Übungen) geben?



# Diskussion der Lehrverstaltungsevaluation



4.1. Zusätzlich zum Besuch der Vorlesung und der Übungen habe ich pro Woche durchschnittlich etwa die folgende Anzahl an Stunden für die Übungen/Aufgaben aufgewandt:



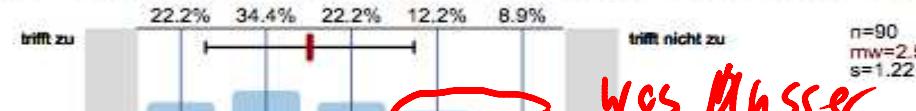
# Diskussion der Lehrveranstaltungsevaluation

64  
✓



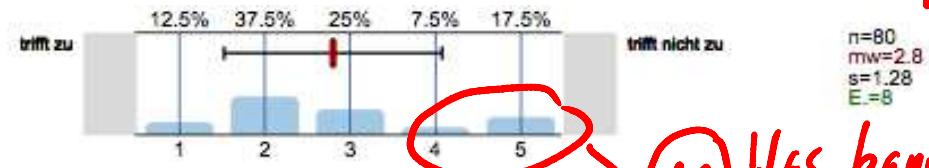
TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

4.2. Mein Vorwissen war ausreichend, um der Vorlesung folgen zu können.



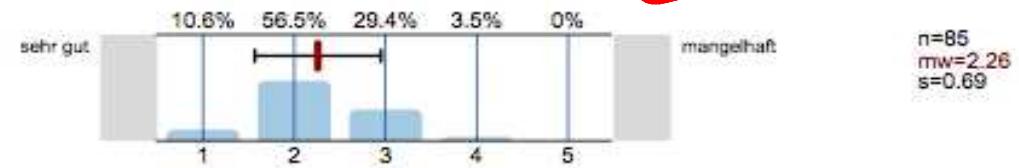
Was außer MATLAB und Python?

4.3. Ich würde die Vorlesung einer Freundin / einem Freund empfehlen.



Was kann ich tun?

Welche Note gibst Du der Lehrveranstaltung insgesamt?



Welche Gesamtnote würdest Du der Vorlesung (ohne Übungen) geben?

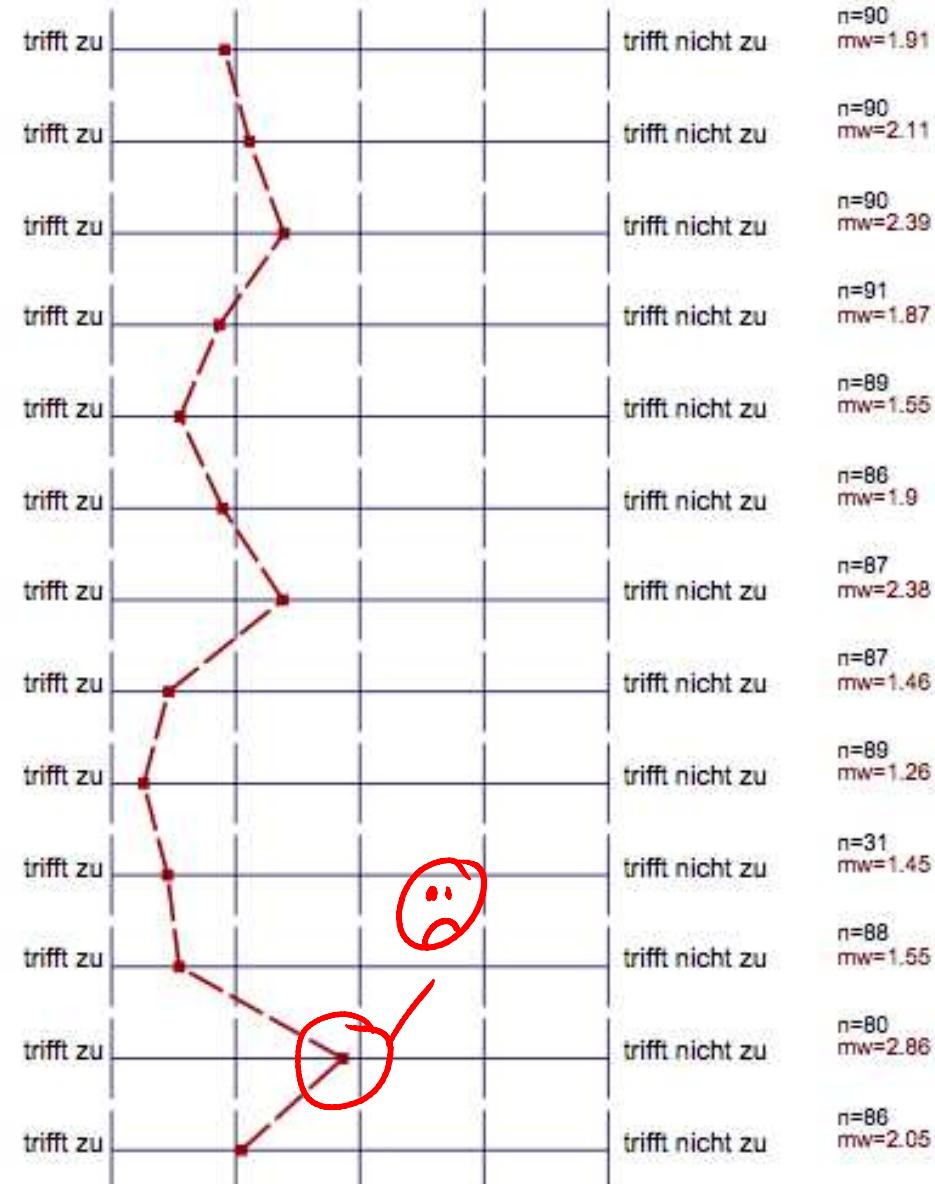


Vielen Dank!



# Diskussion der Lehrverstaltungsevaluation

- 2.4. Die Vorlesung war inhaltlich gut strukturiert, ein roter Faden war erkennbar.
- 2.5. Die Lernziele der Veranstaltung sind mir klar geworden.
- 2.6. Die Lehrkraft hat Kompliziertes verständlich dargelegt.
- 2.7. Der Stoff wurde anhand von Beispielen verdeutlicht.
- 2.8. Die Lehrkraft zeigte Bezüge zur aktuellen Forschung auf.
- 2.9. Der Bezug zwischen Theorie und praktischem Arbeiten / praktischen Anwendungen wurde hergestellt.
- 2.10. Das Tempo der Vorlesung war angemessen.
- 2.11. Die Lehrkraft zeigte sich gut vorbereitet.
- 2.12. Die (Zwischen-)Fragen der Studierenden wurden angemessen beantwortet.
- 2.13. Der Lehrende war auch außerhalb der Veranstaltung ansprechbar.
- 2.14. Der Lehrende regte gezielt zur eigenen Mitarbeit / zum Mitdenken in der Veranstaltung an.
- 2.15. Die Vorlesung motivierte dazu, sich außerhalb der Veranstaltung selbstständig mit den behandelten Themen auseinanderzusetzen.
- 2.16. Die Vorlesungsmaterialien (Folien, Skripte, Tafelanschrieb, Lehrbücher etc.) haben das Lernen wirkungsvoll unterstützt.



# Diskussion der Lehrverstaltungsevaluation:

Was mich gefreut hat! Snickers Snickers Snickers



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Gut

besser als die letzten ~~vielen~~ Jahre

Sniggers, Meise, Moodle-Fragen, Aufzeichnungen, Jan  
Beispiele (Roboter mit Tablett...), Folien

breiter Überblick

Der Prof ist sehr engagiert und anderen Studenten interessiert.  
Die meisten Meisen-Antworten wurden besprochen.

Dozent kann 'gut' erklären

Angebildetes Sprachniveau, offen für Erwähnung Motivierter Dozent

Motivierter Dozent mit Spaß an seiner Arbeit.

Vorlesung witzig und unterhaltsam Lehr motivierter Dozent.

Sniggers!!! Moodlefragen waren ebenfalls sehr hilfreich,  
insbesondere die Anti-Alzheimermittel

# Diskussion der Lehrverstaltungsevaluation: Moodle-Fragen

Was mich gefreut hat!

Vorlesung war richtig gut! Prof. Peters versteht es Spaß an den Inhalten zu vermitteln und das Verständnis gleich dar  
Vielen Dank! Danz neues Niveau an Vorlesung.

Die Moodle Fragen & der „Sniggers“-Award regen stark zum Mitmachen an. Moodle Fragen, Meise, Jan, Thomas Hesse, Snickers Gut aufgeweckter Stoff, Jan trifft mit die Studenten zu. Professor ist nett und gibt sich unendlich viel Mühe, Meine Sniggers Sollte Verbesserungswünsche werden Bereitschaft (Meise)

Meise:

Jan Peters bringt den Stoff sehr gut rüber  
Beski Dozent, super motiviert, Moodle Fragen Klasse toll! Tutoren waren auch super.

Bereit zu Änderungen \ an Feedback interessiert

Engagement und Verbesserungswilligkeit, Feedbackoffenheit von Prof. Peters  
Der Professor war immer gut gelaunt und sehr motiviert den Stoff zu vermitteln. Um ein Mitleben ~~zu~~ anzuregen, versuchte er durch Verteilen von Snickers ein Belohnungssystem umzusetzen. Zusätzlich haben die Moodle-Fragen geholfen.

## **Diskussion der Lehrveranstaltungsevaluation:**

**Was mich erfreut hat!** Viele schöne Anwendungen

**An**



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Die Struktur der Folien, dass auch die annotierten Folien hochgeladen wurden Struktur, positive Atmosphäre, Organisation, Hilfe

Der Bezug zur Forschung war sehr gut dargestellt.

Moodlefragen, Sammeln von Fragen der Studenten (Meis)

Die Vorlesung (ohne Übung) war super. Man hat gemerkt, dass viel Vorbereitung und Motivation vorhanden war.

Versuch der Motivation durch Snickers. Interessante Idee mit den Snacks fragen viele auf Feedback eingegangen Moodle frage , Offenheit für Kritik (Meise )

Moodle -Frägen , Snickers , Meisen -Feedback

Extreme Motivation und Freude des Profs am Fach. Der Versuch andere zu motivieren. Fachliche Kompetenz Guter Dozent. Interakti.v

# Diskussion der Lehrverstaltungsevaluation: Was ich gelernt habe! ✓ Danke!



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Viele Dinge nicht sauber oder erst zu spät definiert (oder wurde nicht klar), Bedeutung von Symbolen auch auf Folien schreiben

dennoch zu schwer Kopftreffer neue Basiswissen anzugeben

Es wurde ziemlich viel Physik vorausgesetzt => vieles wurde nicht erklärt.

Vorlesung: Mathematisch exakte Erklärungen, Dagegen besser erklären, Physikalische Gesetze erklären und nicht als bekannt voraussetzen.

Es wurde zuviel Vorwissen über physikalische Methoden angenommen (Physikalische Systeme, Winkelgeschwindigkeiten, Reibung, Formeln)

Es wäre schön wenn sie einführend erklärt werden würden (z.B. DEG) bevor sie benutzt werden

viel Physik ohne Grundlagen wiederholt zu haben

Die Präsentationsfolien haben manchmal Fehler enthalten. Mooole-Fragen Antworten zu Moodle-Fragen waren falsch markiert, welche richtig und welche falsch waren.

# Diskussion der Lehrveranstaltungsevaluation: Was ich nicht ändern kann!



dass es eine Pflichtveranstaltung ist

Nicht verpflichtend machen



MOODLE  
TEST IN  
ALLEN  
FOLIEN

# Diskussion der Lehrverstaltungsevaluation: Wo ich anderer Meinung bin!



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Die vielen Anglizismen haben mich gestört

Ein richtiges Skript würde beim Lernen enorm helfen.

Skript ~~aus~~ zur  
Vorlesung wäre schön

Schaut mal auf: <http://lehre.ias.informatik.tu-darmstadt.de/ComputationalEngineering/Vorlesung1>

# Diskussion der Lehrverstaltungsevaluation: Was ich gerne besser verstehen würde!



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

mehr Beispiel bitte

Vorlesung Montag  $\Rightarrow$  schwierig Sprechstunde zu nutzen

Moodle Umfragen sind nett, aber inhaltlich nutzlos

Ein paar Meiser Antworten wurden unterschlagen,

- Nicht artikuliert, was und warum Teilgeiste nicht bekannt wurde (Wichtig)
- Beispiele für meinen Geschnack etwas stark aus dem Geliebt

Bessere Erklärung der Beispiele und von Differentialgleichungen

Mathematische Hintergründe mangelhaft erklärt

Folien waren oft zu allgemein gehalten.  
Lesen?

Viel Physikverständnis vorausgesetzt. (Physikleistungsniveau)

Komplexität sehr knapp erklärt (verfügbare Zeit, wo gleichzeitig herkommen)



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

---

Grundlagen der Modellierung und Simulation

## 8. RE~~P~~TITORIUM – TEIL 1

# Kernfragen 1. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Foliensatz 1

- Was sind die Grundbegriffe der Simulation?
- Was bedeuten Zustand, System und Modell?
- Wofür kann man Simulationen einsetzen?
- Wie läuft eine Simulationstudie ab?
- Was bedeuten Problemspezifikation, Modellierung, Implementierung, Validierung und Simulationsanwendung?
- Was für Lösungsansätze gibt es für mathematische Modelle?
- Wie kann man Modelle klassifizieren?

# Kernfragen 1. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Foliensatz 1

- Was sind die Grundbegriffe der Simulation?

# Kernfragen 1. Vorlesung : 101 CE Themen

$$\dot{x} = f(x, u) + \zeta$$

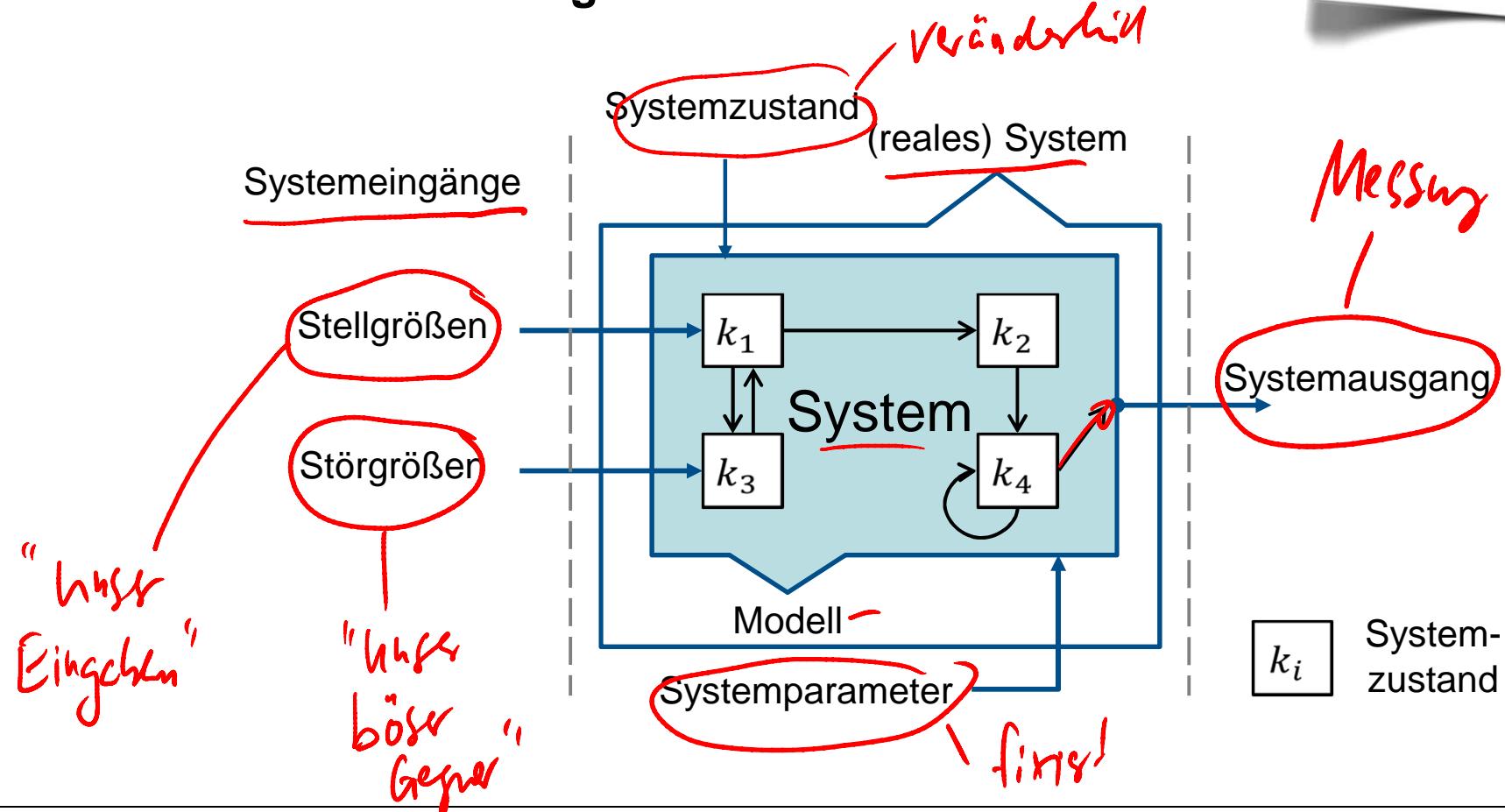
$$y = g(x, u)$$



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Foliensatz 1

- Was sind die Grundbegriffe der Simulation?



# Kernfragen 1. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Foliensatz 1

- Was bedeuten Zustand, System und Modell?

# Kernfragen 1. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Foliensatz 1

- **Was bedeuten Zustand, System und Modell?**

- *Zustand:* Alle veränderlichen Variablen des Systems
- *System:* Ausschnitt der realen Welt, Definiert durch Zweck, Funktion, etc. Gegliedert in unabhängige, interagierende Komponenten (Subsysteme)
- *Modell:* (vereinfachendes) Abbild einer (partiellen) Realität, gebildet unter Annahmen und Idealisierung

# Kernfragen 1. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Foliensatz 1

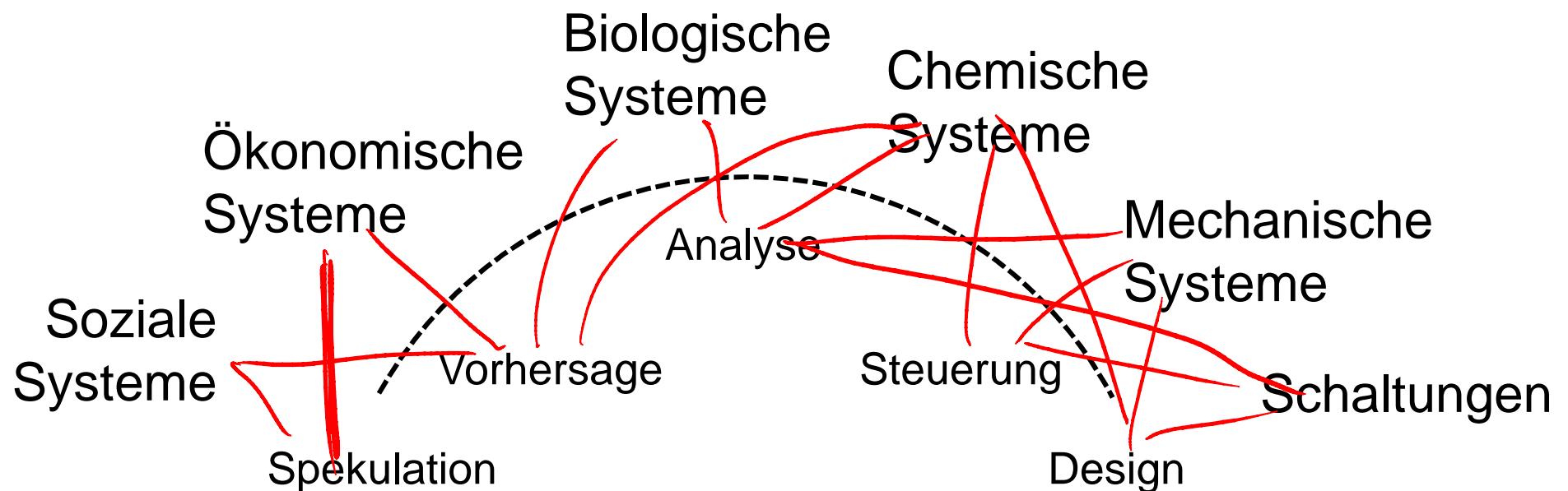
- Wofür kann man Simulationen einsetzen?

# Kernfragen 1. Vorlesung : 101 CE Themen



Foliensatz 1

- Wofür kann man Simulationen einsetzen?



# Kernfragen 1. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Wie läuft eine Simulationstudie ab? Was bedeuten Problemspezifikation, Modellierung, Implementierung, Validierung und Simulationsanwendung?

Foliensatz 1

# Kernfragen 1. Vorlesung : 101 CE Themen



- **Wie läuft eine Simulationstudie ab? Was bedeuten Problemspezifikation, Modellierung, Implementierung, Validierung und Simulationsanwendung?**
  1. Problemspezifikation: Festlegung was und warum simuliert wird
  2. Modellierung: Konzeption der Systemstruktur und Modellgleichungen
  3. Implementierung: Auswahl und Programmierung eines Berechnungsverfahrens
  4. Validierung: Bewertung von Simulation und Modellen
  5. Anwendung: Verwertung von Simulationsergebnissen

Foliensatz 1

# Kernfragen 1. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Foliensatz 1

- Wie leitet man Modelle her?

# Kernfragen 1. Vorlesung : 101 CE Themen

- **Was für Lösungsansätze gibt es für mathematische Modelle?**
  - Analytisch: Optimale Lösung, keine Vereinfachungen oder Näherungen
  - Heuristisch: Gezieltes Aufprobieren, nützlich bei diskreter Optimierung
  - Direkt-numerisch: Numerischer Algorithmus liefert exakte Lösung
  - Approximativ-numerisch: Iteratives Näherungsverfahren

# Kernfragen 1. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Foliensatz 1

- Wie kann man Modelle klassifizieren?

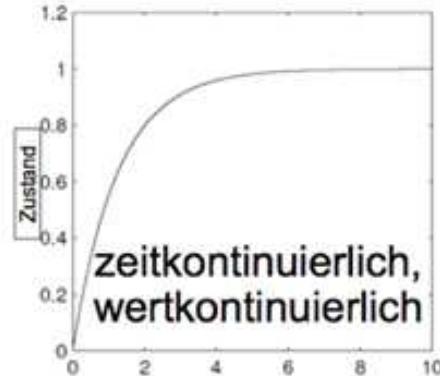
# Kernfragen 1. Vorlesung : 101 CE Themen



Foliensatz 1

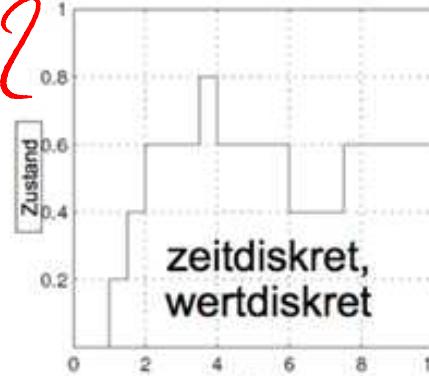
- Wie kann man Modelle klassifizieren?

1



zeitkontinuierlich,  
wertkontinuierlich

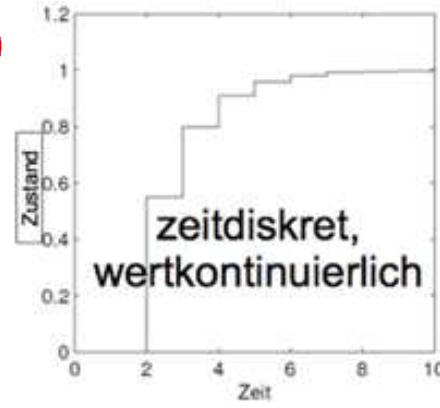
2



zeitdiskret,  
wertdiskret

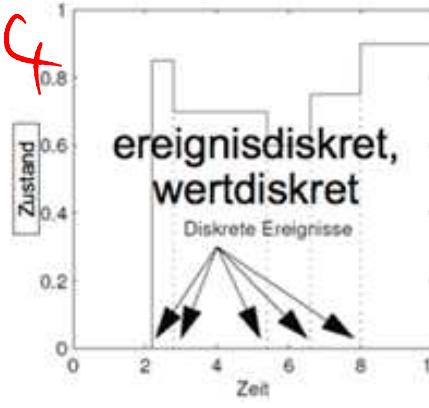
X

3



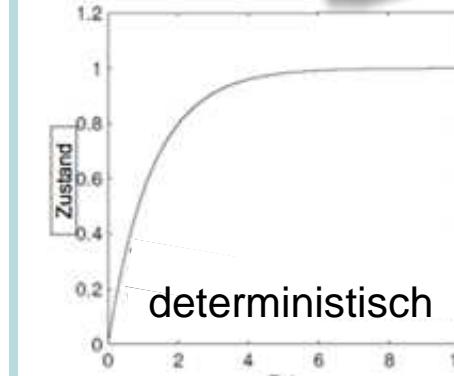
zeitdiskret,  
wertkontinuierlich

4



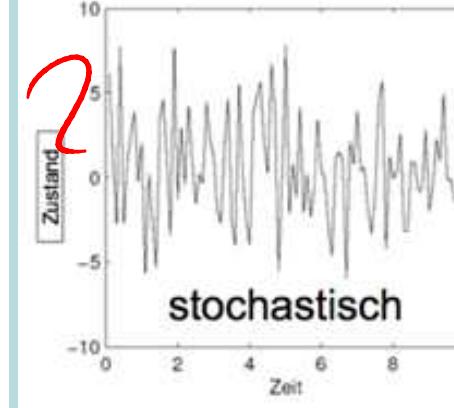
ereignisdiskret,  
wertdiskret

2



deterministisch

8



stochastisch

Möglide  
Klaue der  
klassifizie  
dies  
System!  
8

# Kernfragen 2. Vorlesung : 101 CE Themen



- Was sind zeitdiskrete Modelle und warum sind diese wichtig?
- Was bedeuten wertdiskret und ereignisdiskret? Wie unterscheiden diese Begriffe sich? }
- Mit welchen Begriffen kann man ereignisdiskreten Modelle beschreiben?
- Wie funktioniert eine Discrete-Event Simulation (DES)? Wofür kann man diese nutzen?
- Wofür braucht man das erste und zweite Moment?
- Was ist ein Petri-Netz und wofür ist es gut?
- Was sind Inzidenzmatrizen von Petri-Netzen? Beschränktheit? Verklemmung? Lebendigkeit?

# Kernfragen 2. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- **Warum sind zeitdiskrete Modelle wichtig?**

# Kernfragen 2. Vorlesung : 101 CE Themen



- **Warum sind zeitdiskrete Modelle wichtig?**

- Zur Anwendung in
  - Produktionssysteme
  - Verkehrssysteme
  - Wirtschaftssysteme
  - Informationssysteme

Anwendung

- Für Zielsetzungen wie
  - Kapazitätsauslegung
  - Systemauslastung
  - Störanalyse
  - Logistik

Fragestellungen

(• Weil auf dem Computer nur realisierbar!)

# Kernfragen 2. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- **Mit welchen Begriffen kann man ereignisdiskreten Modelle beschreiben?**

# Kernfragen 2. Vorlesung : 101 CE Themen



- **Mit welchen Begriffen kann man ereignisdiskreten Modelle beschreiben?**
  - *System*: Ansammlung von Objekten (zeitabhängige Interaktion miteinander nach spezifizierten Regeln)
  - *Modell*: Abstrakte, logische und mathematische Darstellung der Objekte und Wechselbeziehungen in einem System
  - *Entität*: Objekt in einem System, das innerhalb des Modells explizit dargestellt wird
  - *Attribut*: Variable, die den Zustand einer Entität beschreibt
  - *Ereignis*: Beschreibung der Aktualisierung des Modellzustands
  - *Ereignisliste*: Liste mit Zeitpunkt und Typ der geplanten Ereignisse (nach Ereigniszeitpunkten aufsteigend geordnet)
  - *Aktivität*: Zeitlich erstreckter Vorgang zwischen den initiierenden und abschließenden Ereignissen einer Operation, die den Zustand einer Entität transformiert

# Kernfragen 2. Vorlesung : 101 CE Themen



- **Mit welchen Begriffen kann man ereignisdiskreten Modelle beschreiben?**
  - *Simulationsuhr*: Variable (gibt aktuellen Stand der Simulationszeit wieder)
  - *Zeitführungsroutine*: Prozedur zur Auswahl des nächsten Ereignisses aus der Ereignisliste und Vorstellen der Simulationsuhr auf den nächsten Ereigniszeitpunkt
  - *Ergebnisroutine*: Prozedur zur Berechnung der statistischen Schätzwerte der Ergebnisvariablen anhand statistischer Zähler und zur Ausgabe des Ergebnisprotokolls am Ende des Simulationslaufs
  - *Steuerprogramm*: Programmteil, der wiederholt die Zeitführungsroutine zur Bestimmung des nächsten Ereignistyps aufruft und die zugehörige Ereignisroutine aufruft, bis Simulationslauf endet

# Kernfragen 2. Vorlesung : 101 CE Themen



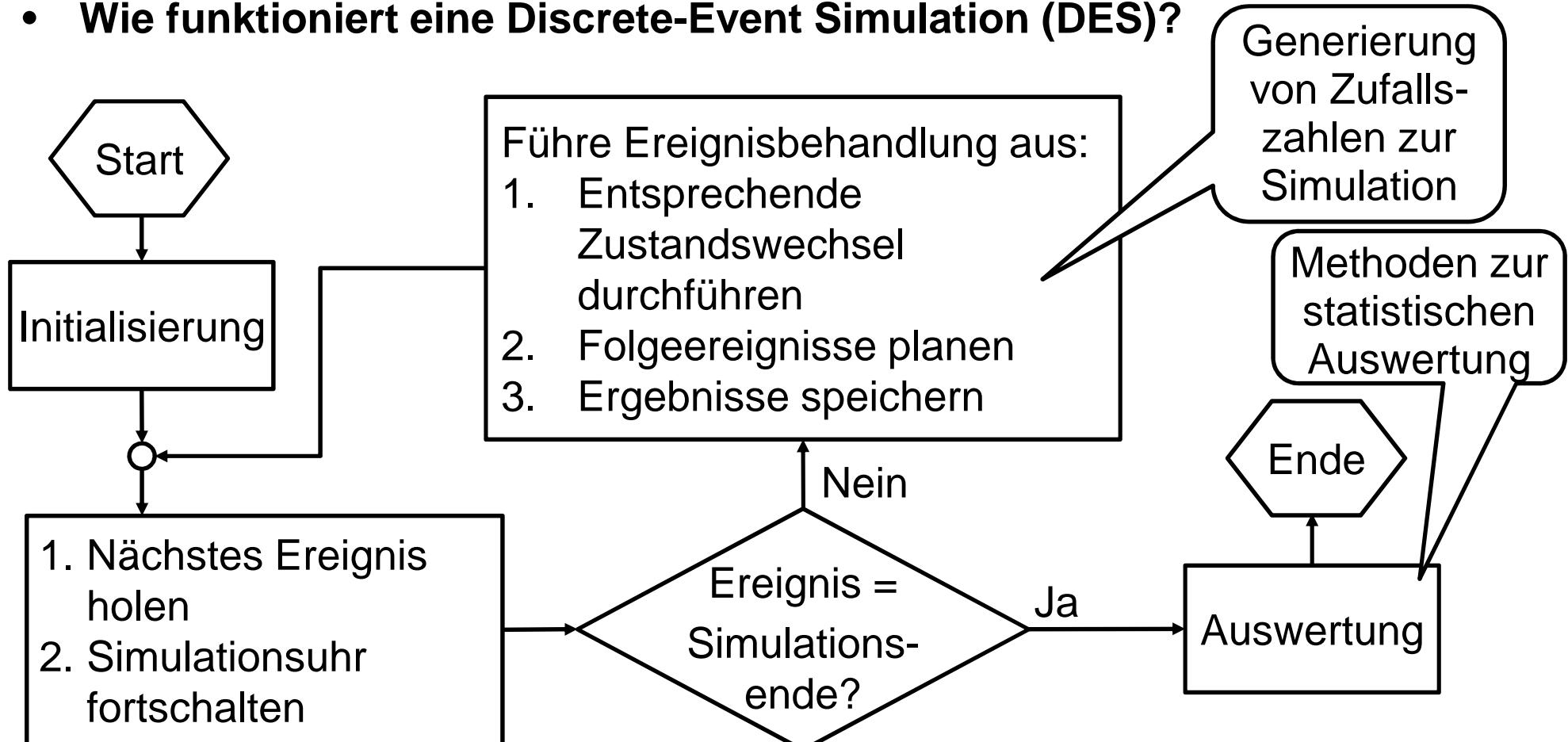
TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Wie funktioniert eine Discrete-Event Simulation (DES)?

# Kernfragen 2. Vorlesung : 101 CE Themen



- Wie funktioniert eine Discrete-Event Simulation (DES)?



# Kernfragen 2. Vorlesung : 101 CE Themen



- Wie funktioniert eine Discrete-Event Simulation (DES)?

Variablen:

~~Ereignisliste~~ L = { (t<sub>1</sub>, E<sub>1</sub>), (t<sub>2</sub>, E<sub>2</sub>), (t<sub>3</sub>, E<sub>3</sub>), ... } mit t<sub>1</sub> ≤ t<sub>2</sub> ≤ t<sub>3</sub> ≤ ...  
Simulationszeit t

Initialisierung:

L := { (t <sub>1</sub> , E <sub>1</sub> ) };    t = 0; InitializeSystem ;	Startereignis, Uhr starten systemspezifische Startwerte
--	--

Ereignisschleife:

while t < t <sub>max</sub>	Zeitschleife
begin	
t := t <sub>1</sub> ; E := E <sub>1</sub> ;	Nächstes Ereignis
L := L \ (t <sub>1</sub> , E <sub>1</sub> );	Ereignis aus Liste entfernen
EventRoutine(E);	Passende Ereignisbehandlung
sort (L);	Liste wieder aufsteigend sortieren
end ;	

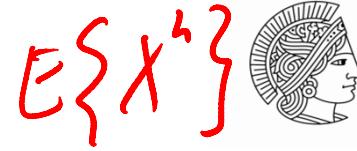
# Kernfragen 2. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- **Wofür braucht man das erste und zweite Moment?**

# Kernfragen 2. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

## • Wofür braucht man das erste und zweite Moment?

- *Erste Moment:* Um den Mittelwert einer Zustandsgrösse zu schätzen, z.B. mittlere Verweildauer des Werkstücks.  $E\{X\}$
- *Zweite Moment:* Um mit Hilfe des ersten Moments die Streuung und Varianz schätzen zu können, z.B. die durchschnittlichen Unterschiede in den Anstehzeiten der Kunden.

$$\sigma^2 = \underbrace{E\{X^2\}}_{\text{Zweite Moment}} - \underbrace{E\{X\}}_{\text{Erste Moment}}^2$$

# Kernfragen 2. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

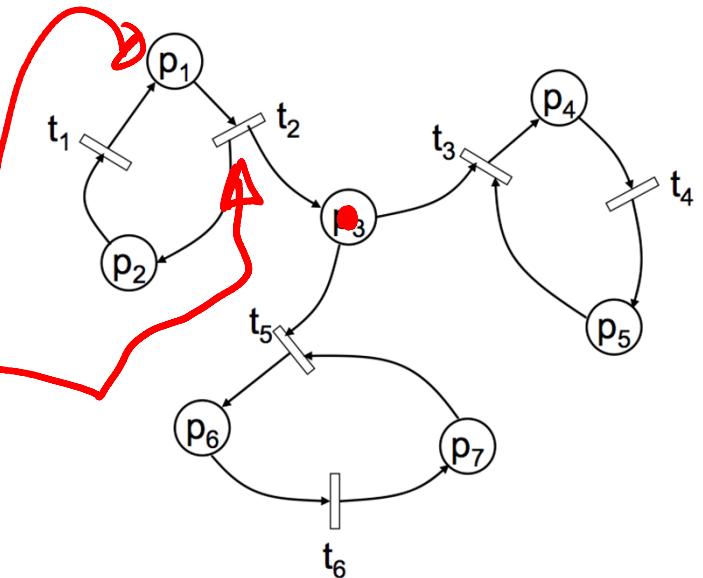
- **Was ist ein Petri-Netz und wofür ist es gut?**

# Kernfragen 2. Vorlesung : 101 CE Themen



- **Was ist ein Petri-Netz?**

- Gerichteter, bipartiter Graph mit zwei Knotentypen
  - "Plätze" (Zustände)
  - "Transitionen" (Ereignisse)
- Gerichtete Kanten nur zwischen unterschiedlichen Knoten
- "Markierungen" definieren den aktuellen Zustand



- **Wofür ist es gut?**

- Zeitdiskrete Petrinetze: Was passiert in welcher Sequenz?
- Zeitkontinuierliche Petrinetze: Wann tritt ein Ereignis auf?

# Kernfragen 2. Vorlesung : 101 CE Themen



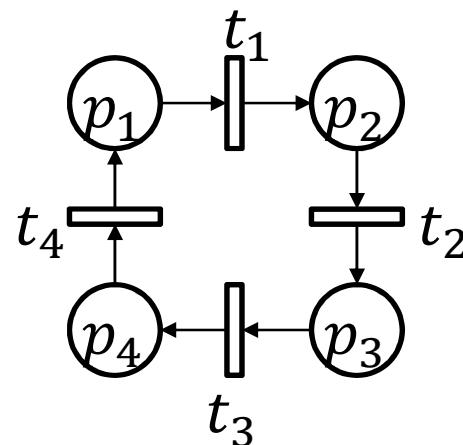
TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Was sind Inzidenzmatrizen von Petri-Netzen? Erreichbarkeit?  
Beschränktheit? Verklemmung? Lebendigkeit?

# Kernfragen 2. Vorlesung : 101 CE Themen



- **Was sind Inzidenzmatrizen von Petri-Netzen?**
  - Beschreibt die Beziehung zwischen den Knoten und Kanten des Petrinetzes
  - Definiert als  $W = W^+ - W^-$
  - *Beispiel:*

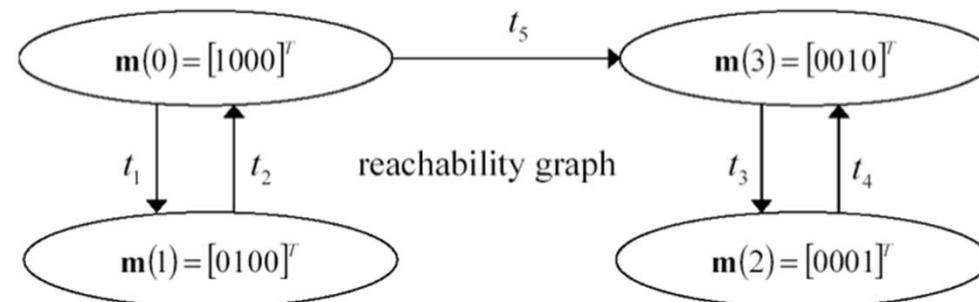


$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

# Kernfragen 2. Vorlesung : 101 CE Themen



- **Erreichbarkeit? Beschränktheit? Verklemmung? Lebendigkeit?**
  - Erreichbarkeit: Alle Zustände sind in einer endlichen Schaltfolge erreichbar
  - Beschränktheit: Kapazität ist limitiert
  - Verklemmung: Keine Transitionen mehr möglich
  - Lebendigkeit: Transition ist bei keiner Folgemarkierung mehr aktivierbar



# Kernfragen 3. Vorlesung : 101 CE Themen



- Wie kann man statistische Fragen zu DES angehen?
- Was sind Zufallsgrößen? Wahrscheinlichkeitsverteilungen? n-te Momente? Ewartungswert? Varianz?
- Was für Regeln gelten für Verteilungen? Was ist Bayes' Law?
- Was bedeuten Normal- und Exponentialverteilungen?
- Wie funktioniert ein Zufallsgenerator?
- Was ist das allgemeine Warteschlangenmodell und was bedeutet die Abkürzung: A / B / c / N / K?
- Was bedeutet Stationarität?
- Was sagt das Gesetz von Little aus?

$A$    
 $B$    
Was sind A und B?

# Kernfragen 3. Vorlesung : 101 CE Themen

- **Was sind Zufallsgrößen? Wahrscheinlichkeitsverteilungen?  $n$ -te Momente? Ewartungswert? Varianz?**

# Kernfragen 3. Vorlesung : 101 CE Themen



- Was sind Zufallsgrößen? Wahrscheinlichkeitsverteilungen?  $n$ -te Momente? Erwartungswert? Varianz?

- Zufallsgröße  $X$

- Verteilungsfunktion  $F(x) = \Pr[X \leq x] = \int_{-\infty}^x f(s) ds$

- Das  $n$ -te Moment  $E[X^n]$  einer Verteilungsfunktion ist  $E[X^n] = \int_{-\infty}^{+\infty} s^n dF(s)$

- Erwartungswert/Mittelwert ist das 1. Moment

- Varianz wird aus dem 2. Moment berechnet:  $\text{Var}(X) = \sigma^2(X) = E[X^2] - (E[X])^2$

Wahrscheinlichkeitsdichte!

# Kernfragen 3. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- **Was für Regeln gelten für Verteilungen? Was ist Bayes' Law?**

Was ist  $P[B]$  wenn  $P[B|A] = 0,5$ ,  $P[A] = 0,5$ ?

## Kernfragen 3. Vorlesung : 101 CE Themen

$$P[B] = 0,25$$

$$P[A|B] = 1,0$$

- Was für Regeln gelten für Verteilungen? Was ist Bayes' Law?

- Wahrscheinlichkeit des Ereignisses  $A$  bzw.  $B$
- Wahrscheinlichkeit beider Ereignisse zusammen
- Wahrscheinlichkeit, dass  $A$  eintritt, unter der Bedingung, dass  $B$  eingetreten ist (bedingte Wahrscheinlichkeit)
- Multiplikationssatz für bedingte Wahrscheinlichkeiten
- Ereignis  $A$  ist unabhängig von Ereignis  $B$ , wenn
- Bayes' Law

$$Pr[A] \text{ bzw. } Pr[B]$$

$$Pr[A \wedge B]$$

$$Pr[A|B]$$

$$Pr[A|B] \cdot Pr[B] = Pr[A \wedge B]$$

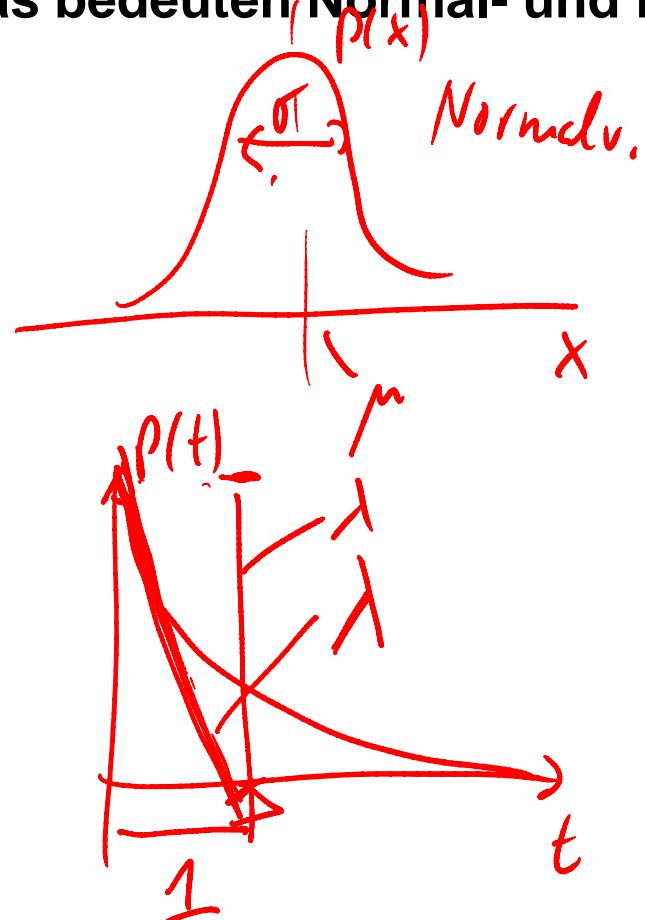
$$Pr[A|B] = Pr[A]$$

$$Pr[A|B] = \frac{Pr[B|A]}{Pr[B]} Pr[A]$$

# Kernfragen 3. Vorlesung : 101 CE Themen



- Was bedeuten Normal- und Exponentialverteilungen?



# Kernfragen 3. Vorlesung : 101 CE Themen



- Was bedeuten Normal- und Exponentialverteilungen?
  - Normalverteilung (Erwartungswert  $\mu$  und Standardabweichung  $\sigma$ ):

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad x \in \mathbb{R}$$

- Beispiele: zufällige Messfehler, zufällige Abweichungen vom Nennmaß bei der Fertigung von Werkstücken, Beschreibung der brownschen Molekularbewegung, Schadensdaten im Bereich mittlerer Schadenshöhen bei Versicherungen.
- Exponentialverteilung (Erwartungswert und Standardabweichung beide  $\lambda^{-1}$ ):

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ (\lambda \cdot e^{-\lambda x}) & x \geq 0 \end{cases}$$

- Beispiele: Zeit zwischen zwei Anrufen, Lebensdauer von Atomen beim radioaktiven Zerfall, Lebensdauer von Bauteilen, Maschinen und Geräten, bei Vericherungen für Schäden in Hausrat oder für KfZ Versicherung

# Kernfragen 3. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Wie funktioniert ein Zufallsgenerator?



- Wie funktioniert ein Zufallsgenerator?

- Pseudozufallszahlen über lineare Kongruenzgeneratoren:

$x_0 :=$  Startwert (seed)

$x_{k+1} := (ax_k + c) \bmod m$

mit Multiplikator  $a$ , Inkrement  $c$ , Periode:  $m$ .

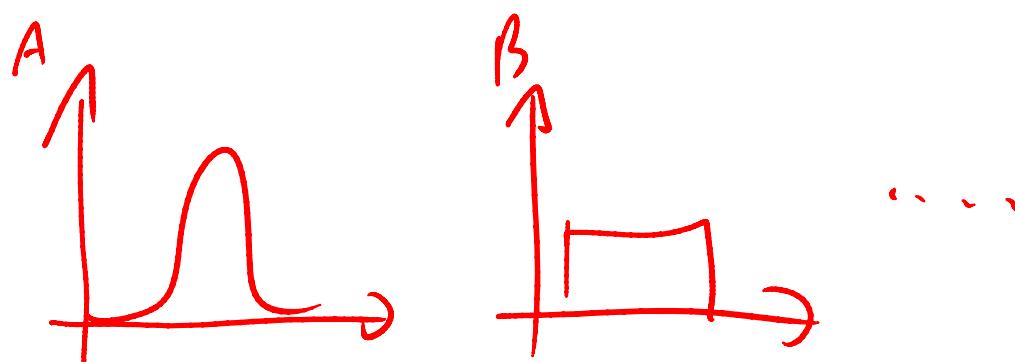
*unklären!*

*lineare Transformation (Schritt 2)*

# Kernfragen 3. Vorlesung : 101 CE Themen



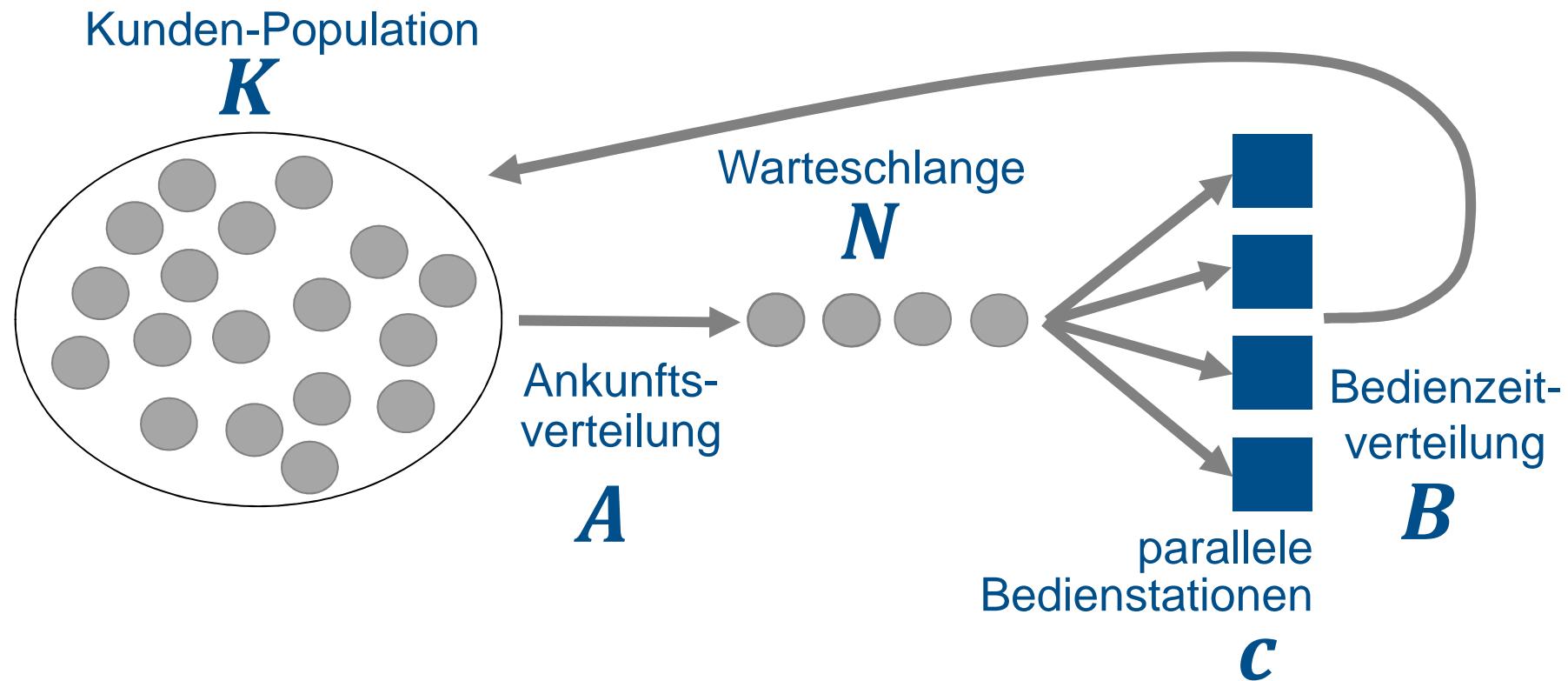
- Was ist das allgemeine Warteschlangenmodell und was bedeutet die Abkürzung: A / B / c / N / K?



# Kernfragen 3. Vorlesung : 101 CE Themen



- Was ist das allgemeine Warteschlangenmodell und was bedeutet die Abkürzung:  $A / B / c / N / K$ ?



# Kernfragen 3. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- **Was bedeutet Stationarität?**

# Kernfragen 3. Vorlesung : 101 CE Themen



- **Was bedeutet Stationarität?**

- Gesamtzahl der Kunden im System zur Zeit  $t \rightarrow \infty$  konvergiert, d.h.,  $L(\infty) = \text{const.}$
- Trifft zu, wenn mittlere die Ankunftsrate  $\lambda = E[A]$  kleiner als die mittlere Bedienrate pro Station  $\mu = E[B]$  ist, d.h.,  $\lambda < \mu$ .

Mehr Leute raus als rein!

# Kernfragen 3. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Was sagt das Gesetz von Little aus?

# Kernfragen 3. Vorlesung : 101 CE Themen



- **Was sagt das Gesetz von Little aus?** *L(∞)*
  - Die mittlere Zahl der Aufträge im System  $L = \lambda \cdot w$  entspricht der mittleren Eintreffrate der Aufträge  $\lambda$  mal der mittlere Aufenthaltszeit der Aufträge  $w$
  - Gilt aber **NUR** für stationäre Systeme.

# Kernfragen 4. Vorlesung : 101 CE Themen



- Was haben Differentialgleichungen und örtlich konzentrierte bzw. verteilte Parameter miteinander zu tun?
- Was für zeitkontinuierliche Systeme gibt es? Was sind deren Zustandsvariablen und Systemelemente?
- Kann jede zeitabhängige gewöhnlichen Differentialgleichung beliebiger Ordnung in eine zeitunabhängige gewöhnlichen Differentialgleichung 1. Ordnung verwandelt werden?
- Was ist die allgemeine lineare Systemdynamik? Wie stellt man diese als Blöcke dar?
- Wie löst man einfache Differentialgleichungen graphisch?
- Was ist eine Gleichgewichtslösung (GGL) und wie findet man diese? Was ist eine Jacobi-Matrix? Wie kann man um diese GGL linearisieren ... und was bedeutet das?
- Wie löst man eine linearisierte Differentialgleichung in der Nähe der GGL allgemein?
- Was bedeutet Stabilität und was hat diese mit Eigenwerten zu tun?

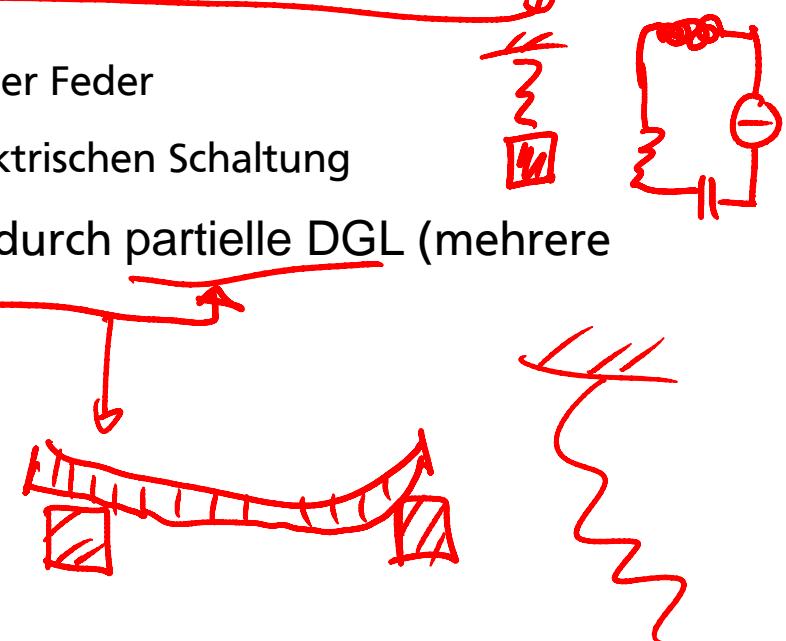
# Kernfragen 4. Vorlesung : 101 CE Themen

- **Was haben Differentialgleichungen und örtlich konzentrierte bzw. verteilte Parameter miteinander zu tun?**

# Kernfragen 4. Vorlesung : 101 CE Themen



- Was haben Differentialgleichungen und örtlich konzentrierte bzw. verteilte Parameter miteinander zu tun?
  - Systeme mit örtlich konzentrierten Zuständen werden durch gewöhnliche DGL (eine unabhängige Veränderliche) beschrieben
    - Zeitlicher Verlauf der Schwingung einer Masse an einer Feder
    - Zeitlicher Verlauf von Strom und Spannung einer elektrischen Schaltung
  - Systeme mit örtlich verteilten Zuständen werden durch partielle DGL (mehrere unabhängige Veränderliche) beschrieben
    - Vorgänge in der Strömungsdynamik
    - Verhalten von elektromagnetischen Feldern



# Kernfragen 4. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- **Was für zeitkontinuierliche Systeme gibt es? Was sind deren Zustandsvariablen und Systemelemente?**

# Kernfragen 4. Vorlesung : 101 CE Themen



- Was für zeitkontinuierliche Systeme gibt es? Was sind deren Zustandsvariablen und Systemelemente?

	<u>Zustandsvariablen</u> $x_i$	<u>Systemelemente</u> $k_j$
▪ Elektrische Schaltungen	▪ Strom $I$ , Spannung, $u$ , Ladung, ...	▪ Widerstand, Spule, Kondensator, Verstärker, ...
▪ Mechanische Mehrkörpersysteme	▪ Position, Winkel, Geschwindigkeit, ...	▪ Starrkörper, Feder, Dämpfer, ...
▪ Chemische Reaktionsnetzwerke	▪ Stoffkonzentrationen, ...	▪ Chemische Reaktionen unterschiedlicher Stoffe
▪ Verfahrenstechnik	▪ Temperaturen, Massenverteilungen	▪ Reaktoren, Behälter, Trennstufen

# Kernfragen 4. Vorlesung : 101 CE Themen



- Kann jede zeitabhängige gewöhnlichen Differentialgleichung beliebiger Ordnung in eine zeitunabhängige gewöhnlichen Differentialgleichung 1. Ordnung verwandelt werden?

$\ddot{x} = -t$  - 2. Ordng und willst antw

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_3 \\ x_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$
$$\begin{aligned} x_1 &= \dot{x} \\ x_2 &= x \\ \dot{x} &= t = x_3 \end{aligned}$$

# Kernfragen 4. Vorlesung : 101 CE Themen



- Kann jede zeitabhängige gewöhnlichen Differentialgleichung beliebiger Ordnung in eine zeitunabhängige gewöhnlichen Differentialgleichung 1. Ordnung verwandelt werden?
  - *Transformation auf ein System 1. Ordnung:* Jedes System von gewöhnlichen DGL n. Ordnung kann auf ein System 1. Ordnung transformiert werden. Für höhere Zeitableitungen werden weitere Zustandsvariablen eingeführt.
  - *Transformation auf ein autonomes System:* Jedes nicht autonome System von DGL kann auf ein autonomes System von Differentialgleichungen transformiert werden. Für die Zeitvariable wird eine weitere Zustandsvariablen eingeführt.

# Kernfragen 4. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Was ist die allgemeine lineare Systemdynamik? Wie stellt man Systemdynamik als Blöcke dar?

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

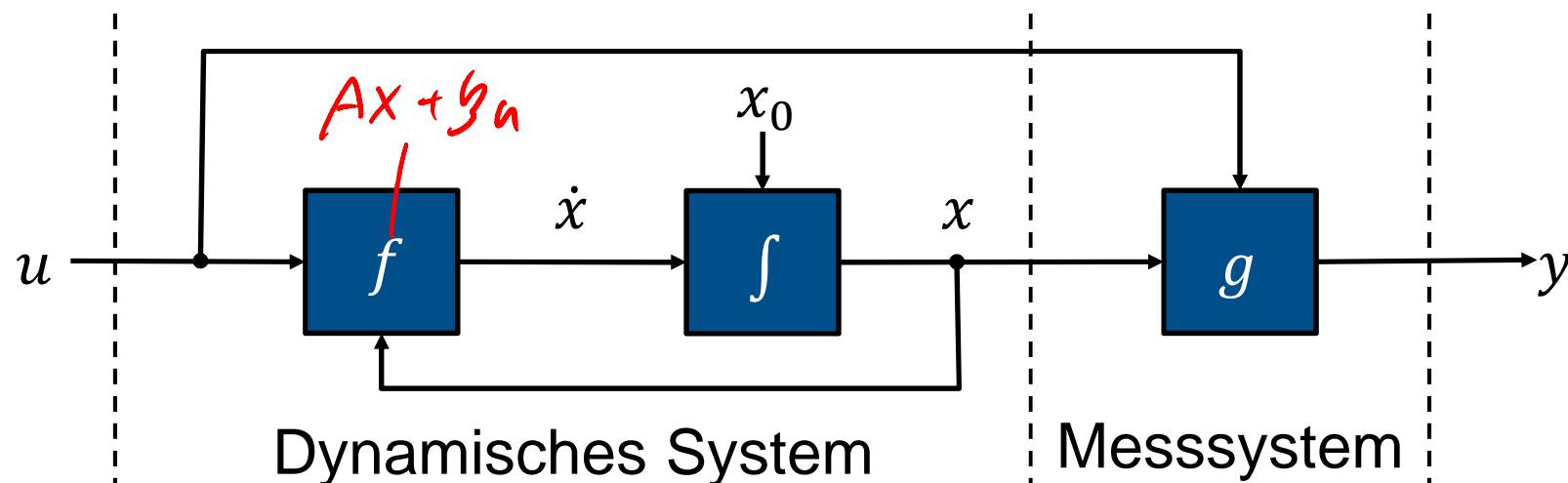
# Kernfragen 4. Vorlesung : 101 CE Themen



- Was ist die allgemeine lineare Systemdynamik?

- Linearen Systemdynamik:  $\dot{x} = f(x, u) = Ax + Bu$      $y = g(x, u) = Cx + Eu$      $x \in \mathbb{R}^n, y \in \mathbb{R}^m, u \in \mathbb{R}^l$     mit konstanten (oder rein zeitabhängigen) Koeffizientenmatrizen!

- Wie stellt man Systemdynamik als Blöcke dar?



# Kernfragen 4. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

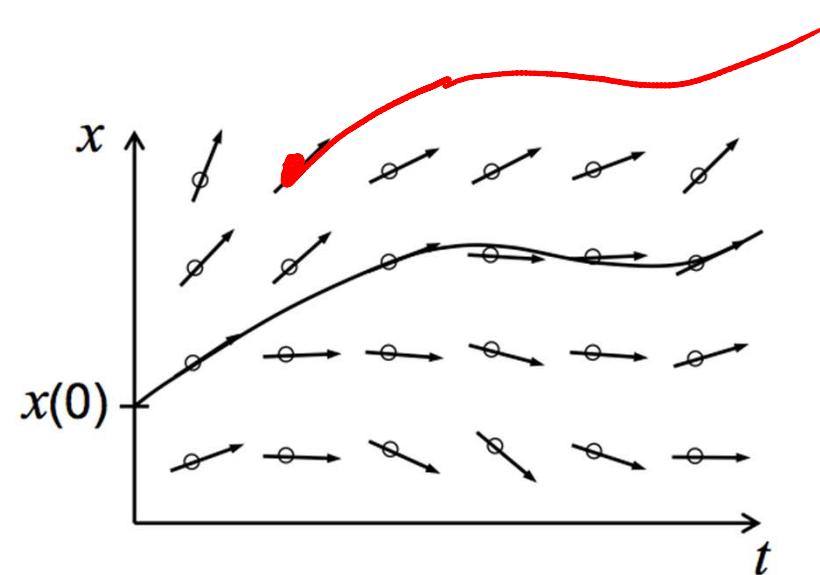
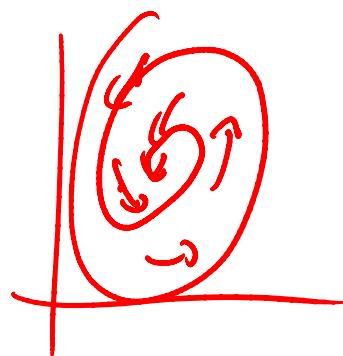
- Wie löst man einfache Differentialgleichungen graphisch?

# Kernfragen 4. Vorlesung : 101 CE Themen



- Wie löst man einfache Differentialgleichungen graphisch?
  - Lösung für eine gewöhnliche DGL 1. Ordnung durch Richtungsfeld:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t)$$



# Kernfragen 4. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- **Was ist eine Gleichgewichtslösung (GGL) und wie findet man diese? Was ist eine Jacobi-Matrix? Wie kann man um diese GGL linearisieren ... und was bedeutet das?**

# Kernfragen 4. Vorlesung : 101 CE Themen



- Was ist eine Gleichgewichtslösung (GGL) und wie findet man diese? Was ist eine Jacobi-Matrix? Wie kann man um diese GGL linearisieren ... und was bedeutet das?

- Suche nach  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\underline{\mathbf{x}_s}, \underline{\mathbf{u}_s}) = \dot{\mathbf{x}}$
- Betrachtung des Zustands  $\underline{\mathbf{x}(t)}$  um die Ruhelage  $\underline{\mathbf{x}_s}, \underline{\mathbf{u}_s}$
- Herleitung durch Taylor-Entwicklung bis zum linearen Term
- Hyper-Fläche der wird durch eine Hyper-Tangente mit den Jacobimatrizen

$$\dot{\Delta \mathbf{x}} = \underbrace{\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}_s, \mathbf{u}_s}}_A \cdot \Delta \mathbf{x} + \underbrace{\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \Big|_{\mathbf{x}_s, \mathbf{u}_s}}_B \cdot \Delta \mathbf{u}$$

$\Delta \mathbf{u} = 0$

- Analysiere linearisiertes System wie lineares System (ausser wenn der Realteil der Eigenwerte Null ist)!

$\Delta \mathbf{u} = 0 \Leftrightarrow \text{fixierte Stellung}$

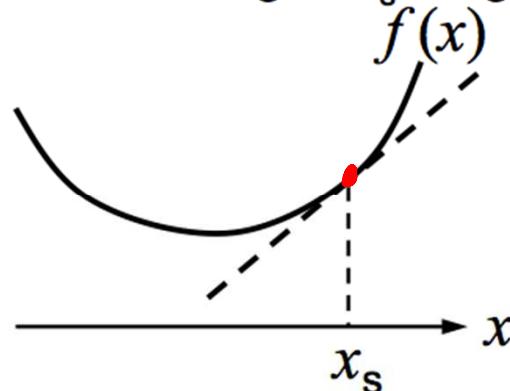
$$\det(A - \lambda I) = 0$$

# Kernfragen 4. Vorlesung : 101 CE Themen

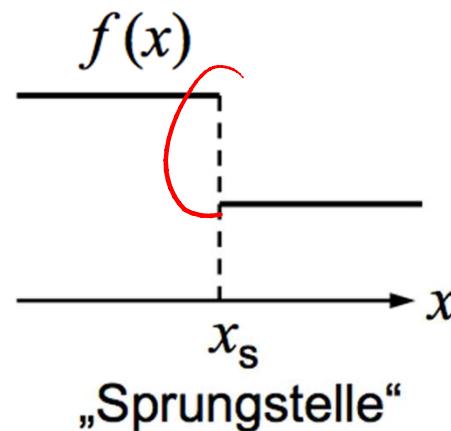


- Was ist eine Gleichgewichtslösung (GGL) und wie findet man diese? Was ist eine Jacobi-Matrix? Wie kann man um diese GGL linearisieren ... und was bedeutet das?

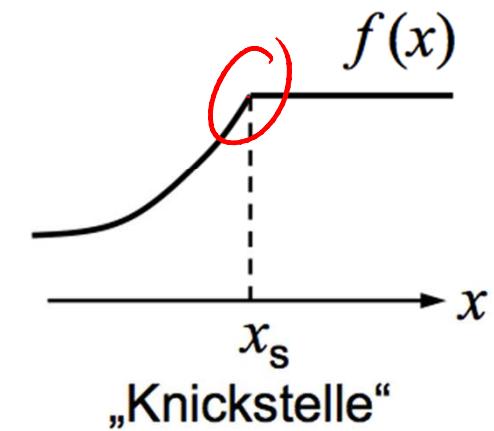
Linearisierung in  $x_s$  möglich:



Linearisierung in  $x_s$  nicht möglich:



„Sprungstelle“



„Knickstelle“

# Kernfragen 5. Vorlesung : 101 CE Themen

- Was hat der Realteil der Eigenwerte mit der Stabilität eines Systems zu tun?
- Was passiert wenn mindestens ein Realteil eines Eigenwertes positiv ist?
- Was passiert wenn Imaginärteil eines Eigenwertes nicht null ist?
- Was für Zeitcharakteristika gibt es? Was bedeuten diese?
- Wie kann man praktisch ein linearisiertes System analysieren?
- Was bedeutet Linearisierung um eine Referenztrajektorie?

# Kernfragen 5. Vorlesung : 101 CE Themen



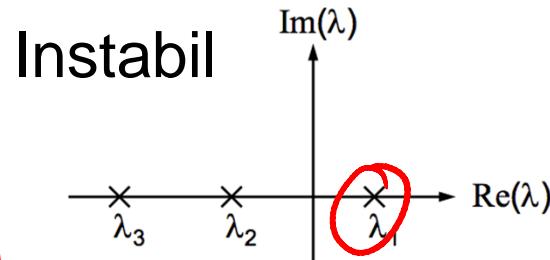
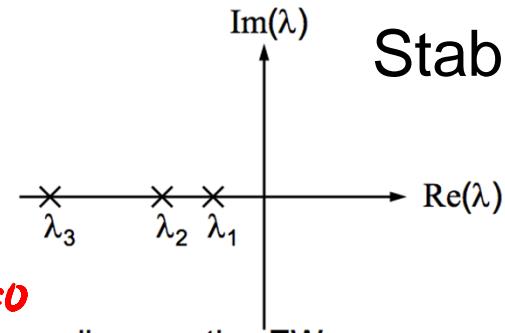
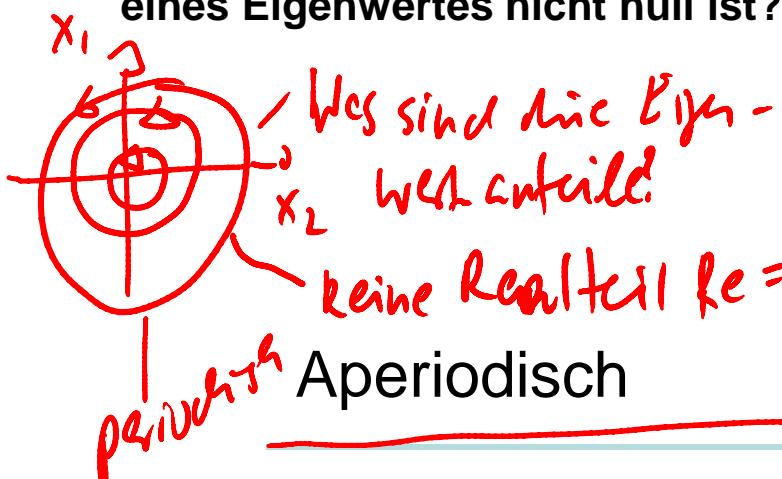
TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- **Was hat der Realteil der Eigenwerte mit der Stabilität eines Systems zu tun? Was passiert wenn mindestens ein Realteil eines Eigenwertes positiv ist? Was passiert wenn Imaginärteil eines Eigenwertes nicht null ist?**

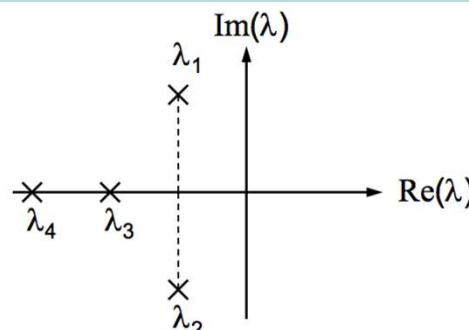
# Kernfragen 5. Vorlesung : 101 CE Themen



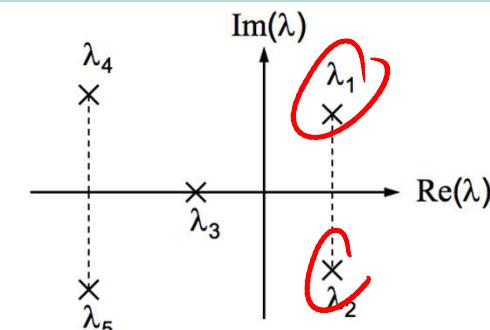
- Was hat der Realteil der Eigenwerte mit der Stabilität eines Systems zu tun? Was passiert wenn mindestens ein Realteil eines Eigenwertes positiv ist? Was passiert wenn Imaginärteil eines Eigenwertes nicht null ist?



Periodisch  
↳ Im. vorhanden



konjugiert komplexe EWe  
mit  $\text{Re}(\lambda_{1,2}) < 0$ :  
⇒ gedämpfte Oszillation,  
stabiles System



konjugiert komplexe EWe  
mit  $\text{Re}(\lambda_{1,2}) > 0$ :  
⇒ ungedämpfte Oszillation,  
instabiles System

# Kernfragen 5. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- **Was für Zeitcharakteristika gibt es? Was bedeuten diese?**

# Kernfragen 5. Vorlesung : 101 CE Themen



- Was für Zeitcharakteristika gibt es? Was bedeuten diese?

▪ Reelle Eigenwerte (Zeitkonstante):  $T_i = \frac{1}{|\lambda_i|}$  Erreichung der Gleichgewichtslage bei  $5T_i$ ...

▪ Rein imaginäre Eigenwerte (Periode):  $T_i = \frac{2\pi}{|\lambda_i|}$

▪ Komplex konjugierte Eigenwerte:  $T_i = \min \left\{ \frac{1}{|\operatorname{Re} \lambda_i|}, \frac{2\pi}{|\operatorname{Im} \lambda_i|} \right\}$

▪ Minimale Zeitcharakteristika:  $T_{min} = \min\{T_i\}$

▪ Maximale Zeitcharakteristika:  $T_{max} = \max\{T_i\}$

▪ Diskretisierungsschrittweite  $h = \Delta t \leq \alpha \cdot T_{min}$  mit  $\alpha \in \left[ \frac{1}{20}, \frac{1}{5} \right]$

▪ Steife DGL  $s = \frac{T_{max}}{T_{min}} > 10^3 \dots 10^7$ , numerische Lösung benötigt Rechenzeit proportional zu  $s$ .



- Warum sind Rundungsfehler wichtig?
- Wie können normalisierte Gleitpunktzahlen dargestellt werden?
- Was bedeuten Mantisse und Exponent?
- Warum war der IEEE 754 Gleitpunktstandard nötig und was sagt er aus?
- Was sind NaN und Inf?
- Wie wirken sich Rundungsfehler auf Addition und Multiplikation aus?  
*einmal rede*
- Was ist Auslöschung?  
*einmal selbst bestimmen!*
- Was sind Konditionszahlen? Wann ist ein Problem gut bzw. schlecht konditioniert?  
*einmal selbst bestimmen!*
- Was bedeutet numerische Stabilität von Algorithmen? Wie hängt diese mit der Kondition zusammen?