

# Einführung in Computational Engineering

## Grundlagen der Modellierung und Simulation



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

### 14. Vorlesung: Repititorium – Teil 2

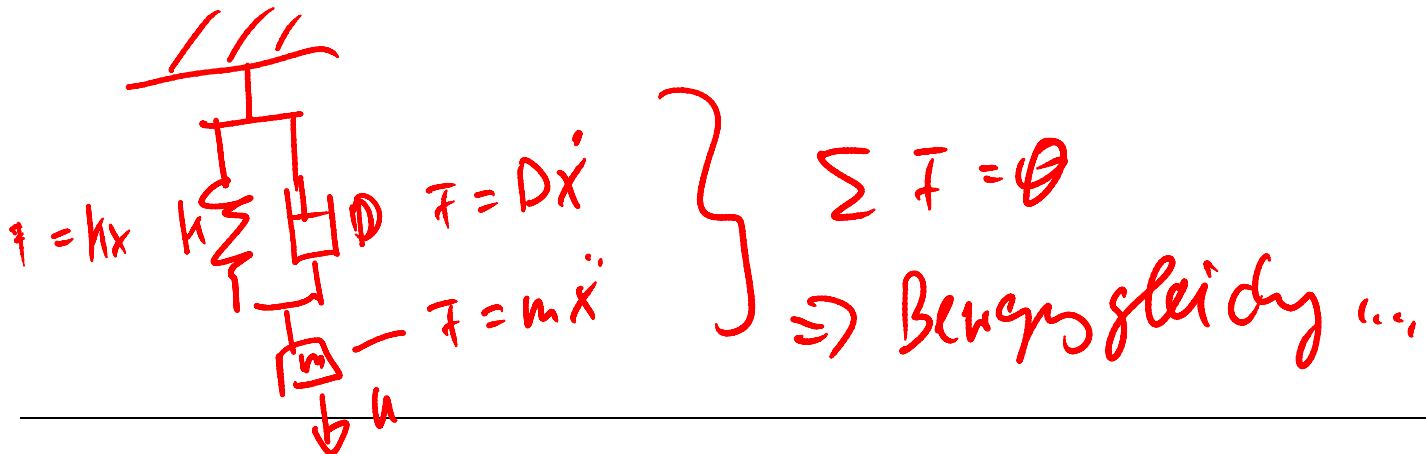
3. Februar 2014

Prof. Dr. Jan Peters

produziert vom



- *Verbesserungsvorschläge:*
  - *Mehr Ausblick auf weggelassene Themen, z.B. Finite Elemente. OK*
  - *Mehr nicht-mechanische Beispiele, z.B. aus Biologie und Ökonomie. OK*
  - *Wiederholung physikalischer Gesetze. OK*
- *Bitte erklären, welche physikalischer Gesetze in der Klausur als bekannt voraus gesetzt werden. Alles was zur Analyse der Schiffschaukel bzw. Cart-Pole und für ein Feder-Dämpfer-Masse System nötig ist.*





Grundlagen der Modellierung und Simulation

## 8. REPITITORIUM – TEIL 2



# Kernfragen 7. Vorlesung : 101 CE Themen

- Was ist ein stationäres System?
- Wie und wann funktioniert Fixpunktiteration?
- Was unterscheidet Differentialgleichungen und Differenzengleichungen?
- Wann sind Differenzengleichungen stabil?
- Was bedeutet Chaos?
- Wie kann eine Relaxationsmatrix einer Fixpunktiteration zur Konvergenz verhelfen?
- Wie funktioniert das Newton-Verfahren und wie kann ich es implementieren?
- Was für Schwierigkeiten können beim Newton-Verfahren auftreten?
- Wann sollte man das Newton-Verfahren und wann die Fixpunktiteration einsetzen?
- Was bedeutet Schrittweitensteuerung?

## Kernfragen 7. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Was ist ein stationäres System?
  - Ein System  $\dot{x}(t) = f(x(t))$  ist stationär, wenn  $\dot{x}(t) = f(x(t)) = 0$  gilt



## Folie 5

---

**TH15**

**Bild dazu**

Thomas Hesse; 31.01.2014

# Kernfragen 7. Vorlesung : 101 CE Themen

- Wie und wann funktioniert Fixpunktiteration?
  - Die Fixpunktiteration funktioniert nur für Funktionen, die stetig differenzierbar sind
  - Die Fixpunktiteration besteht aus einer Kontraktion (selbstabbildend), der sogenannten Fixpunktgleichung
  - Die Fixpunktiteration wird so oft wiederholt, bis diese zu einem Fixpunkt konvergiert (n-fach Verkettung der Kontraktion bis Konvergenz)

# Kernfragen 7. Vorlesung : 101 CE Themen

- Was unterscheidet Differentialgleichungen und Differenzengleichungen?
  - Differenzengleichungen (DzGl) beschreiben eine rekursiv definierte Folge in der Mathematik (z.B. Fibonacci Zahlen oder aber auch die konvergente Fixpunktiteration)
  - Differentialgleichungen (DGL) sind Gleichungen, zu denen eine Funktion als Lösung gesucht ist (z.B.  $\dot{x}(t) = x(t)$ )



# Kernfragen 7. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Wann sind Differenzengleichungen stabil?
  - Da Differenzengleichungen Wachstumsgleichungen mit schrittweiser Änderung im Systemverhalten sind
  - Das System ist also stabil, wenn durch eine Störung einer stabilen Gleichgewichtslage wieder die stabile Gleichgewichtslage erreicht wird (z.B. invertiertes Pendel mit schwacher Regelung)



# Kernfragen 7. Vorlesung : 101 CE Themen

- Was bedeutet Chaos?
  - aperiodisches beschränktes Verhalten (das System durchläuft keinen Punkt zweimal in einem beschränktem Raum)
  - Von Ausgangswerten abhängiges Lösungsverhalten (nicht deterministisch)

# Kernfragen 7. Vorlesung : 101 CE Themen

- Wie kann eine Relaxationsmatrix einer Fixpunktiteration zur Konvergenz verhelfen?
  - Die Relaxationsmatrix gibt an wie weit und wie stark man bei der Fixpunktiteration „absteigt“ (wird meist mit der Jacobi Matrix abgeschätzt, falls nah beim Fixpunkt)
  - In diesem Sinne kann die Relaxationsmatrix als Schrittweitensteuerung für die Fixpunktiteration betrachtet werden und somit zur Konvergenz führen

# Kernfragen 7. Vorlesung : 101 CE Themen

- Wie funktioniert das Newton-Verfahren und wie kann ich es implementieren?
  - Das Newton Verfahren wandert von einem Punkt der Funktion linear zum nächsten Punkt (tangente Approximation)
  - Am einfachsten ist das Newton Verfahren implementiert, wenn die Gleichungen zuerst analytisch umgestellt wurden, sodass nur der nächste Iterationsschritt berechnet werden muss

# Kernfragen 7. Vorlesung : 101 CE Themen

- Was für Schwierigkeiten können beim Newton-Verfahren auftreten?
  - Das Newton Verfahren kann sich mit zu großer Schrittweite auch von der globalen Lösung entfernen
  - Im Zusammenhang ist es deswegen schwer die richtigen Startwerte für das Newton-Verfahren zu wählen

# Kernfragen 7. Vorlesung : 101 CE Themen

- Wann sollte man das Newton-Verfahren und wann die Fixpunktiteration einsetzen?
  - Die Fixpunktiteration ist recheneffizienter und leichter zu implementieren im Gegensatz zum Newton-Verfahren
  - Die Fixpunktiteration konvergiert global besser als das Newton-Verfahren, jedoch hat das Newton-Verfahren bessere lokale Konvergenz

# Kernfragen 7. Vorlesung : 101 CE Themen

- Was bedeutet Schrittweitensteuerung?
  - Schrittweitensteuerung bezeichnet die Regulierung des nächsten Zeitpunktes von iterativen Verfahren
  - Damit kann man einstellen, wie weit der zukünftige Zeitschritt von dem momentanem Zeitschritt entfernt ist
  - Verbesserte Konvergenz des Verfahrens oder allgemein Konvergenz des Verfahrens

## Kernfragen 8. Vorlesung : 101 CE Themen

- Wie kann ich das Newton-Verfahren als Algorithmus aufschreiben?
- Was sind Vorwärtsdifferenzenquotienten und was haben diese mit der Jacobi-Matrix zu tun?
- Was ist Dünnbesetztheit und warum kann die bei Jacobimatrizen wichtig sein?
- Warum brauchen wir numerische Integration? Was hat diese mit Diskretisierung und Vorwärtsdifferenzenquotienten zu tun?
- Was sind explizite und implizite Einschrittverfahren?
- Wie hängen Rundung, Zeitdiskretisierung und der gesamte Simulationsfehler zusammen?



# Kernfragen 8. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Wie kann ich das Newton-Verfahren als Algorithmus aufschreiben?
  - Schritt 1) Bestimme  $x_s = x + \Delta x$ , wobei  $\Delta x$  unbekannt
  - Schritt 2) Bestimme  $\Delta x$  mittels Taylor Polynom erster Ordnung
    - $\Delta x = -\left(\frac{\partial f}{\partial x}(x)\right)^{-1} \cdot f(x)$
  - Schritt 3) Annäherung des Gleichungssystems  $f(x_s) = f(x + \Delta x)$ , also der Gleichgewichtslage mit  $f(x_s) = 0$
  - Schritt 4) Iterative Berechnung mit  $x_{i+1} = x_i + \Delta x_i$



# Kernfragen 8. Vorlesung : 101 CE Themen

- Was sind Vorwärtsdifferenzenquotienten und was haben diese mit der Jacobi-Matrix zu tun?
  - Vorwärtsdifferenzenquotienten beschreiben die Differenz der Funktionswerte relativ zu den jeweiligen Eingabewerten
  - Vorwärtsdifferenzquotienten können die Steigung in einem Punkt angeben und bilden damit die Grundlage für die Jacobi-Matrix
  - Die Jacobi-Matrix hat in jeder Matrixkomponente die Steigung der jeweiligen Koordinatenfunktion mit dem jeweiligem Eingabewert

# Kernfragen 8. Vorlesung : 101 CE Themen

- Was ist Dünnbesetztheit und warum kann die bei Jacobimatrizen wichtig sein?
  - Die Dünnbesetztheit beschreibt den Fakt, dass eine Jacobi-Matrix mit vielen Nulleinträgen versehen ist
  - Die Ausnutzung von Dünnbesetztheit bei Jacobimatrizen kann wichtig sein, da man damit Speicher und Rechenzeit einsparen kann (unter Verwendung, von z.B. Sparse-Matrizen)

# Kernfragen 8. Vorlesung : 101 CE Themen

- Warum brauchen wir numerische Integration? Was hat diese mit Diskretisierung und Vorwärtsdifferenzenquotienten zu tun?
  - Numerische Integratoren werden gebraucht, da nicht jede Differentialgleichung analytisch gelöst werden kann
  - Numerische Verfahren bieten eine Approximation der wahren Lösung
  - Numerische Verfahren arbeiten diskret (iteratives Verfahren) und basieren auf Vorwärtsdifferenzquotienten in jeder Iteration

# Kernfragen 8. Vorlesung : 101 CE Themen

- Was sind explizite und implizite Einschrittverfahren?
  - Bei expliziten Einschrittverfahren basiert die nächste errechnete Lösung nur von der vorherigen ab, deswegen ist die Lösung explizit bestimmt
  - Bei impliziten Einschrittverfahren hängt die nächste errechnete Lösung auch von der Lösung selbst ab, deswegen ist die Lösung implizit bestimmt

# Kernfragen 8. Vorlesung : 101 CE Themen

- Wie hängen Rundung, Zeitdiskretisierung und der gesamte Simulationsfehler zusammen?
  - Bei der Rundung entstehen mögliche Fehler bei der Genauigkeit des Ergebnisses, im Zusammenhang mit der Zeitdiskretisierung gibt es mehrere Zwischenergebnisse, weswegen sich der Rundungsfehler vererbt und kumulativ größer wird
  - Bei der Zeitdiskretisierung kann ein Diskretisierungsfehler auftreten, also wenn zu grob diskretisiert wird
  - Die Rundung und die Zeitdiskretisierung zählen so mit in den gesamten Simulationsfehler mit hinein

## Kernfragen 9. Vorlesung : 101 CE Themen

- Was ist ein symplektischer Euler? Wie verhalten sich impliziter, expliziter und symplektischer Euler am periodischen System?
- Was sind Prädiktor-Korrektor Verfahren?
- Was ist das Verfahren von Heun? Wie kann man es intuitiv interpretieren? Warum ist es ein Prädiktor-Korrektor Verfahren?
- Was ist das Runge-Kutta Verfahren? Welche Ordnung hat es?
- Was sind Konvergenz- und Konsistenzordnung?
- Wie funktioniert hier Schrittweitensteuerung? Welche Varianten gibt es?
- Wie kann man mit Differentialgleichungen mit Unstetigkeiten umgehen?

# Kernfragen 9. Vorlesung : 101 CE Themen

- Was ist ein symplektischer Euler? Wie verhalten sich impliziter, expliziter und symplektischer Euler am periodischen System?
  - Symplektischer Euler ist ?
  - Der explizite Euler verhält sich bei einem periodischem System nicht gut, falls die Schrittweite zu groß gewählt wird (halbwegs gutes Verhalten ist also sehr teuer)
  - Der implizite Euler verhält sich bei einem periodischem System ?
  - Der symplektische Euler verhält sich bei einem periodischem System ?



# Kernfragen 9. Vorlesung : 101 CE Themen

- Was sind Prädiktor-Korrektor Verfahren?
  - Bei dem Prädiktor-Korrektor Verfahren wird zuerst ein Prädiktor Schritt ausgeführt (ähnlich zu dem Schritt bei dem explizitem Eulerverfahren)
  - Nach dem Prädiktor Schritt wird ein impliziter Korrektor Schritt ausgeführt, welcher den Fehler des Prädiktor Schrittes korrigieren soll

# Kernfragen 9. Vorlesung : 101 CE Themen

- Was ist das Verfahren von Heun? Wie kann man es intuitiv interpretieren?  
Warum ist es ein Prädiktor-Korrektor Verfahren?
  - Das Verfahren von Heun ist ein Einschrittverfahren mit einem Prädiktor Schritt und einem Korrektor Schritt (gehört zur Klasse der Runge-Kutta Verfahren)
  - Man kann es sich intuitiv als Trapez Approximation, anstatt einer Rechteck Approximation (wie beim Eulerverfahren) vorstellen
  - Es ist ein Prädiktor-Korrektor Verfahren, da es sich analytisch in einen Prädiktor Schritt und in einen Korrektor Schritt zerlegen lässt

# Kernfragen 9. Vorlesung : 101 CE Themen

- Was ist das Runge-Kutta Verfahren? Welche Ordnung hat es?
  - Das klassische Runge-Kutta Verfahren ist ein Mehrschrittverfahren vierter Ordnung zum numerischen Lösen von Differentialgleichungen
  - Das klassische Runge-Kutta Verfahren besteht aus drei Prädiktor Schritten und einem Korrektur Schritt

# Kernfragen 9. Vorlesung : 101 CE Themen

- Was sind Konvergenz- und Konsistenzordnung?
  - Die Konvergenzordnung beschreibt den globalen Diskretisierungsfehler, also zu jedem diskreten Zeitpunkt  $t_i$  die Abweichung zwischen der numerischen und der exakten Lösung
    - Die Konvergenzordnung  $p$  wird dann mit  $O(h^p)$  abgeschätzt, wobei  $h$  die Schrittweite ist
  - Die Konsistenzordnung beschreibt die Genauigkeit der Zuwachsfunktion, dabei gibt die Differenz zwischen der Verfahrensfunktion und der Zuwachsfunktion die obere Schranke an

# Kernfragen 9. Vorlesung : 101 CE Themen

- Wie funktioniert hier Schrittweitensteuerung? Welche Varianten gibt es?
  - Schrittweitensteuerung passt die Schrittweite dynamisch an
  - Die erste Variante besteht darin, erst einmal mit der aktuellen Schrittweite  $h_i$  zu rechnen und danach nochmal zwei Schritte mit der halbierten Schrittweite  $h_i/2$ 
    - Danach vergleicht man die beiden Ergebnisse und nimmt das jeweilig bessere
  - Die zweite Variante betrachtet ein Verfahren der Ordnung  $p$  und ein Verfahren der Ordnung  $p+1$ 
    - Berechne mit beiden Verfahren einen Schritt und wähle anhand von lokalem Fehler die bessere Lösung

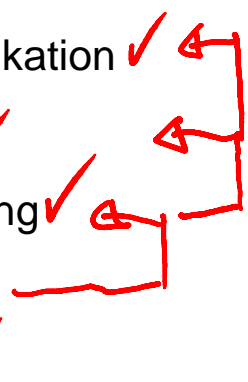
# Kernfragen 9. Vorlesung : 101 CE Themen

- Wie kann man mit Differentialgleichungen mit Unstetigkeiten umgehen?
  - Mit Schrittweitenadaption kann man bis zur Unstetigkeit integrieren
  - Man kann den Zeitpunkt der Unstetigkeit analytisch berechnen
  - Man kann Schaltfunktionen verwenden um auf Unstetigkeiten entsprechend zu reagieren

# Kernfragen 10. Vorlesung : 101 CE Themen

- Wie funktioniert eine Simulationstudie im Detail?
- Was bedeuten Modellbildung, Spezifikation, Implementierung, Validierung, Anwendung im Detail? Sind sie in der Lage, jeden Schritt selber zu tun?
- Wie kann man Simulationswerkzeuge klassifizieren?
- Welche „Levels“ gibt es und was unterscheidet diese?
- Wie funktionieren MATLAB und SIMULINK?
- Wie kann man ODE45 nutzen?
- Wie funktioniert die blockorientierte Darstellung?

# Kernfragen 10. Vorlesung : 101 CE Themen

- Wie funktioniert eine Simulationstudie im Detail?
  - Eine Simulationsstudie besteht aus folgenden fünf hierarchischen Schritten:
    1. Problemspezifikation ✓
    2. Modellierung ✓
    3. Implementierung ✓
    4. Validierung ✓
    5. Anwendung ✓
- Schlägt ein Schritt fehl, so wechselt man zum nächst höheren Schritt



# Kernfragen 10. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Was bedeuten Modellbildung, Spezifikation, Implementierung, Validierung, Anwendung im Detail? Sind sie in der Lage, jeden Schritt selber zu tun?
  1. Problemspezifikation – Sammeln von Information und Daten, sowie Zielfestlegung
  2. Modellierung – Modellwahl ✓
  3. Implementierung – Implementierung von Modell und Berechnungsverfahren
  4. Validierung – Sind Ergebnisse auf die Realität übertragbar?
  5. Anwendung – Inbetriebnahme und etwaige Optimierungen des realen Systems
- Die Schritte werden von 1. bis 5. abgearbeitet, da es sich hier um einen hierarchischen bipartiten Graph zwischen zwei aufeinanderfolgenden Nummern handelt

# Kernfragen 10. Vorlesung : 101 CE Themen

- Wie kann man Simulationswerkzeuge klassifizieren?
  - Simulationswerkzeuge kann man über deren Herangehensweise verschieden klassifizieren (z.B. mit reiner Implementierung oder grafischer Darstellung der Problemstellung)
  - Als Beispiele seien die Simulationswerkzeuge wie Matlab und Simulink genannt

# Kernfragen 10. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Welche „Levels“ gibt es und was unterscheidet diese?
  - Level 3 – Multidisziplinäre Modellgenerierung
    - Modelica und VHDL-A
  - Level 2 – Graphische Modellierung oder Spezialsimulatoren
    - SIMULINK, WorkingModel, Aspen, STELLA, ...
  - Level 1 – Simulationssprachen und Simulationsframeworks
    - SIMULINK und C++-Klassenbibliothek
  - Level 0 – Direkte Programmierung
    - FORTRAN, C, Pascal, MATLAB, ...



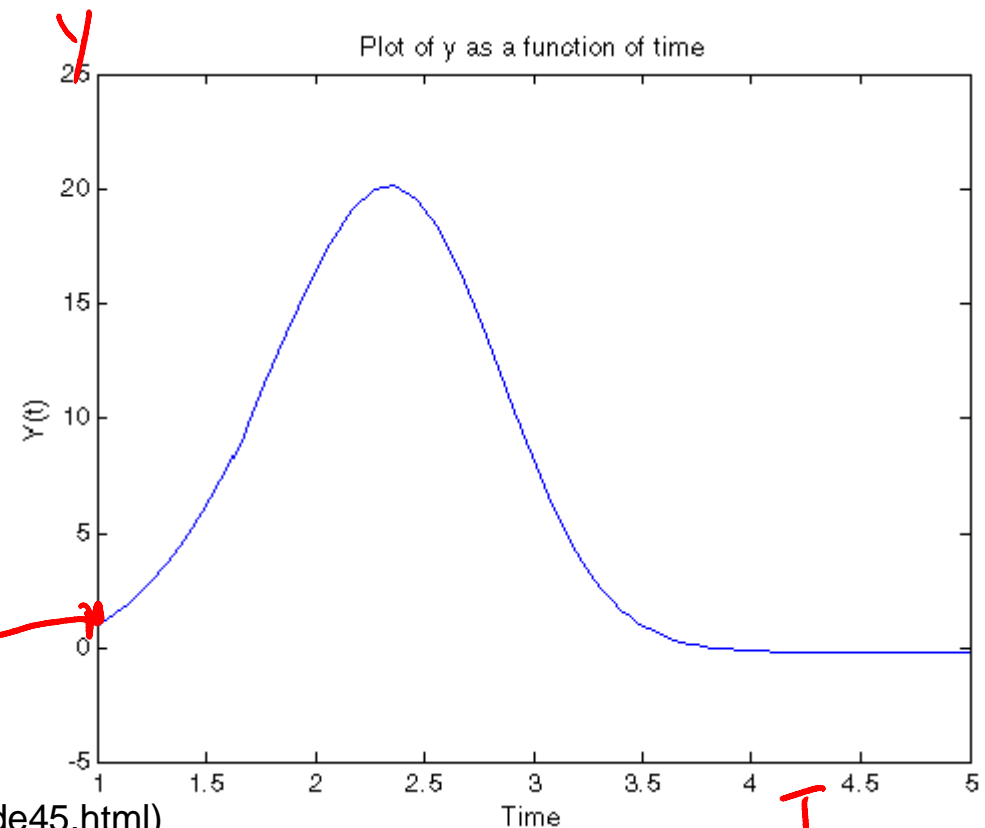
# Kernfragen 10. Vorlesung : 101 CE Themen

- Wie funktionieren MATLAB und SIMULINK?
  - Matlab ist eine mathematische Programmiersprache, die auf Matrixmultiplikation spezialisiert ist
  - Simulink ist ein grafisches Werkzeug, welches mit der blockorientierten Darstellung arbeitet
  - Matlab wird programmiert, während man sich in Simulink die verschiedenen Elemente „zusammenklicken“ kann

# Kernfragen 10. Vorlesung : 101 CE Themen

- Wie kann man ODE45 nutzen?
  - ODE45 ist in Matlab ein zuverlässiger numerischer „Solver“ für Differentialgleichungen
  - ODE45 lässt sich (in Matlab) z.B. wie folgt benutzen:

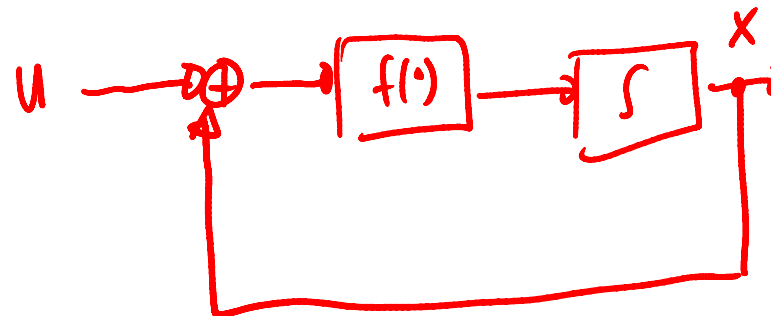
```
y0 = 1;  
[T,Y] = ode45(...  
    @(t,y) myode(t,y,ft,f,gt,g),...  
    [1 5], y0);
```



(Quelle: <http://www.mathworks.de/de/help/matlab/ref/ode45.html>)

# Kernfragen 10. Vorlesung : 101 CE Themen

- Wie funktioniert die blockorientierte Darstellung?
  - In der blockorientierten Darstellung werden verschiedene Bausteine genutzt um eine Problemstellung (so z.B. eine Differentialgleichung) grafisch zu modellieren
  - Die blockorientierte Darstellung modelliert dabei meist ein System, also eine Differentialgleichung welches in der blockorientierten Darstellung sequentiell durchlaufen wird



# Kernfragen 11. Vorlesung : 101 CE Themen

- Warum ist Validierung wichtig?
- Ist Verifikation möglich?
- Was unterscheidet Verifikation und Validierung?
- Gibt es “Golden Bullets” zur Validierung? Kann Validierung mehr als die Spitze des Eisbergs der Fehler zeigen?
- Wie können Modell, Implementierung und Berechnungsverfahren validiert werden?
- Wie können Plausibilität und Konsistenz getestet werden?

# Kernfragen 11. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Warum ist Validierung wichtig?
  - Validierung ist wichtig, da sie zur Sicherstellung von...
  - ... der Systematische Plausibilitätsprüfung, ...
  - ... der Fehlersuche, ...
  - ... der Konsistenzprüfung und ...
  - ... von Daten- und Parameterabgleich dient





# Kernfragen 11. Vorlesung : 101 CE Themen

- Ist Verifikation möglich?
  - Verifikation ist nur bedingt möglich, so lässt sich z.B. mathematisch das verwendete Verfahren verifizieren oder beweisen
  - Verifikation der Simulation kann zudem möglich sein, wenn ein Datenset mit „wahren“ Werten des Systems vorliegt

# Kernfragen 11. Vorlesung : 101 CE Themen

- Was unterscheidet Verifikation und Validierung?
  - Bei der Verifikation wird mathematisch (also z.B. mit einem Beweis) nachgewiesen, dass die konkrete Implementierung der Problemspezifikation entspricht
  - Die Validierung hingegen testet, ob das modellierte System den realen Anforderungen entspricht

# Kernfragen 11. Vorlesung : 101 CE Themen

- Gibt es “Golden Bullets” zur Validierung? Kann Validierung mehr als die Spitze des Eisbergs der Fehler zeigen?
  - Bei der Validierung wird getestet, ob das modellierte System für das reale System praktikabel ist
  - Das Testen ist grundsätzlich unerschöpflich und damit kann es keine „Golden Bullet“ geben, da die verschiedenen Fehler nur durch mehrere verschiedene Tests nach und nach (und auch nicht unbedingt vollständig) gefunden werden können

# Kernfragen 11. Vorlesung : 101 CE Themen

- Wie können Plausibilität und Konsistenz getestet werden?
  - Die Konsistenz kann getestet werden, indem man die Problemspezifikation sowie eine entsprechende Validierung zu rate zieht
    - Also entspricht das Modell wirklich der Problemspezifikation
  - Der Test der Plausibilität basiert auf Vorwissen oder Vernunft, es wird das Verhalten (auch in Extremsituation) der erarbeiteten Lösung interpretiert

# Kernfragen 12. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Was ist Systemidentifikation, welches Ziel hat SI und warum ist SI wichtig? ✓
- Welche Probleme macht SI?
- Was unterscheidet SI von der Modellierung? ✓
- Wie geht man bei SI bei einem praktischen Problem vor?
- Was bedeuten Strukturvalidierung und Parameteridentifikation?
- Was sind White-, Grey und Black Box Identifikation?
- Wie funktioniert lineare Regression? Was sind Basisfunktionen und Parameter?  
$$L \rightarrow \ell^2 = (y - \phi(x)^T \theta)^2$$
$$(\phi^T \phi)^{-1} \text{ nicht inv.}$$
- Was ist Regularisierung und was hat Ridge-Regression damit zu tun?
- Was ist nichtlineare Regression und warum braucht man sie?  
$$\ell^2 + \theta^2 \lambda$$



# Kernfragen 12. Vorlesung : 101 CE Themen

- Was ist Systemidentifikation, welches Ziel hat SI und warum ist SI wichtig?
  - Bei Systemidentifikation handelt es sich um die Bestimmung der Parameter eines Modells von einem System  $\dot{x}(t) = f(x(t), \theta)$
  - Die Systemidentifikation ist wichtig, da sich so Parameter zu einem sehr komplexem System finden lassen
    - Damit kann die Systemidentifikation sogar mächtiger sein als ~~regelungstechnische Ansätze~~

# Kernfragen 12. Vorlesung : 101 CE Themen

- Welche Probleme macht SI?
  - Es muss nicht klar sein welches Modell man zu wählen hat -
  - Man weiß nicht, ob die Wahl des Modells gut war
  - Es ist schwierig die Qualität des Modells zu testen

# Kernfragen 12. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Was unterscheidet SI von der Modellierung?
  - Bei der Modellierung wird das reale System abstrahiert modelliert  
*↳ Math. Gleichung*
  - Das abstrakte Modell des realen Systems enthält dann Parameter die mithilfe von beobachteten Ein- und Ausgaben des realen Systems gelernt werden können  
*↳ Parameter*
  - Die SI beschäftigt sich damit ein geeignetes Modell zu finden um diese Parameter zu lernen, dabei repräsentiert dieses Modell nicht das reale System





# Kernfragen 12. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Wie geht man bei SI bei einem praktischen Problem vor?

- Die SI besteht aus den folgenden fünf Schritten

1. Spezifikation  $y = \phi(x)^T \theta$

2. Datenerhebung  $D = D_{\text{Test}} \cup D_{\text{Train}}$

3. Parameteridentifikation  $\theta^* = \arg \min_{\theta} \text{Kosten}(\theta, D_{\text{Train}})$

4. Strukturvalidierung  $|\text{Kosten}(\theta^*, D_{\text{Train}})| \leq \epsilon^*$

5. Parametervalidierung  $|\text{Kosten}(\theta^*, D_{\text{Test}})| \leq \epsilon^*$



# Kernfragen 12. Vorlesung : 101 CE Themen

- Was bedeuten Strukturvalidierung und Parameteridentifikation?
  - Bei der Parameteridentifikation werden die optimalen Parameter für das abstrakte Modell des realen Sachverhalts gelernt
    - Dies geschieht mittels einer Kostenfunktion abhängig von den Trainingsdaten und einem Set von Parametern, welche für ~~einen gegebenes~~ *als* Set an Parametern minimiert wird
  - Die Strukturvalidierung beschäftigt sich mit der Fragestellung, ob die minimalen Kosten aus dem Schritt der Parameteridentifikation mindestens den Kosten aus der Spezifikation entsprechen

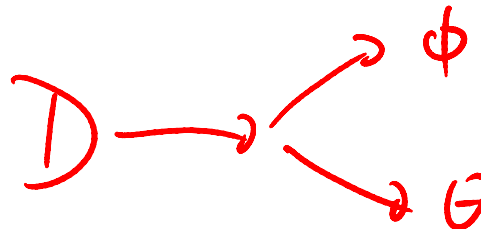
# Kernfragen 12. Vorlesung : 101 CE Themen

- Was sind White-, Grey und Black Box Identifikation?
  - White-Box Identifikation behandelt feste physikalische Systeme bei denen die Parameter aus gegebenen Daten geschätzt werden
  - Gray-Box Identifikation behandelt generische Systeme bei denen die jeweiligen Parameter die Struktur bestimmen
  - Black-Box Identifikation taucht nur in der Forschung auf, da hier nicht nur Parameter aus gegebenen Daten geschätzt werden sondern auch die gesamte Modellstruktur

$$\dot{X} = A X$$

$\theta = [A_{11}, A_{12}, \dots, A_n]$

$$y = \phi(\theta^T \phi(x))^T \theta \rightsquigarrow \text{Neuronen Netz}$$



## Kernfragen 12. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Wie funktioniert lineare Regression? Was sind Basisfunktionen und Parameter?
  - Lineare Regression versucht möglichst optimale Parameter zu lernen, damit die Parameter des System mit einer Regressionsgerade möglichst genau annähern
  - Basisfunktion sind die sogenannten Feature-Funktionen
  - Parameter sind Werte die im System physikalische Größen repräsentieren können

$$\text{Kosten}(\theta, D) = \sum_{i=1}^n (y_i - \phi(x_i)^T \theta)^2$$

$$\frac{\partial \text{Kosten}}{\partial \theta} = \sum (y_i - \phi(x_i)^T \theta) \phi(x_i) = 0$$
$$\Rightarrow \underline{\theta} = \left( \sum \phi(x_i) \phi(x_i)^T \right)^{-1} \sum \phi(x_i) y_i$$



## Kernfragen 12. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Was ist Regularisierung und was hat Ridge-Regression damit zu tun?
  - Regularisierung ist der Vorgang bei dem man eine sehr kleine Zahl (sozusagen einen „tuning“ Parameter) auf eine Zahl addiert um ein numerisch stabileres Ergebnis zu erhalten
- Die Ridge-Regression verwendet genau einen solchen Regularisierung-Parameter bei dem äußerem Produkt

$\phi^T \phi$  schlecht konditioniert  
 $\Rightarrow \theta$  schlecht!

$$\text{Kosten}_{\text{RR}} = \underbrace{\text{Kosten}_{\text{Zehler}}}_{= e^2(\theta, D)} + \underbrace{\text{Kosten}_{\text{Regularisierung}}}_{= \lambda \theta^T \theta}$$

$$\Rightarrow \theta = \left( \sum \phi(x_i) \phi(x_i)^T + \lambda I \right)^{-1} \sum \phi(x_i) y_i$$



## Kernfragen 12. Vorlesung : 101 CE Themen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Was ist nichtlineare Regression und warum braucht man sie?
  - Bei der nichtlinearen Regression handelt es sich um ein System bei dem die Parameter nichtlinear in das System miteinfließen
- Die nichtlineare Regression wird benötigt, da es komplexe Systeme gibt, die nicht auf ein lineares System überführt werden können

$$e^2 = (y - \phi(\theta_1^T \phi(x)) \theta_2)^2$$

$$e^2 = (y - \theta_2 (x^T \theta_1))^2$$
$$\tilde{e}^2 = (\underbrace{f(y_i)}_{\tilde{y}_i} - \underbrace{f(\theta_2)}_{\tilde{\theta}_2} - x^T \theta_1)^2$$

$$\tilde{y}_i = f(y_i) \Rightarrow y_i = e(y_i)$$
$$\theta_2 = e(\theta_2)$$

