Einführung in Computational Engineering
Grundlagen der Modellierung und Simulation

Dr. Arne Nägel

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Wintersemester 2012/2013

Lösungsvorschlag der 1. Übung

Aufgabe 1 Diskrete Ereignissimulation (10 Punkte)

Mit dem Beginn der Vorlesungen wird es auch in der Cafeteria wieder voller. Leider ist heute nur eine Kasse geöffnet. Alle, die etwas kaufen möchten, müssen sich daher in eine Schlange einreihen.

Dieses typische Warteschlangenproblem soll mittels der diskreten Ereignissimulation *DEVS* und des zentralen Ereignisalgorithmus simuliert werden. Betrachten Sie dazu die Ereignisse A als *Einreihen in die Schlange* und D als *Abschluss des Kassiervorgangs*. Zu Beginn der Simulation gelte für die Ereignisliste $L = \{(A, 0.50)\}$. Die Simulationszeit t beginnt zum Zeitpunkt $t = 0.0\,\mathrm{s}$; die Cafeteria sei zunächst leer und an der Kasse gebe es nichts zu tun.

a) Geben Sie die Werte für die Simulationszeit t, den Zustand der Kasse S, die Länge der Warteschlange N und die Ereignisliste L nach dem Initialisierungsschritt und nach jedem Durchlauf des zentralen Ereignisalgorithmus an. Die Simulation endet mit dem Durchgang, in dem die Simulationszeit t den Wert $t_{max} = 100.00\,\mathrm{s}$ übersteigt. Verwenden Sie dazu so viele der in der folgenden Tabelle aufgeführten Zufallszahlen in angegebener Reihenfolge, wie Sie benötigen.

exp(0.5556)	8.76	16.82	15.40	26.72	3.46	27.06	23.52	8.06	0.71	42.03
norm(20, 5)	25.30	20.11	13.25	10.68	16.85	19.22	23.96	28.30	24.55	22.70

b) Zeichnen Sie die resultierenden Zeitverläufe für (i) die Kunden an der Kasse, (ii) die Kunden in der Warteschlange und (iii) die Verweilzeiten der Kunden im Gesamtsystem (Schlange und Kasse) in die vorbereiteten Diagramme. Machen Sie beispielsweise durch Nummerierung der Kunden in den Diagrammen deutlich, welchen Teil die Person durchläuft.

c) Welche Folgerungen liegen auf Grund der durchgeführten diskreten Ereignissimulation nahe? Bewerten Sie dazu kurz die Warteschlange bzw. die Auslastung der Kasse.

Lösungsvorschlag

a) Mit dem zentralen Ereignisalgorithmus ergeben sich folgende Werte für die Simulationszeit t, den Maschinenzustand S, die Magazinbelegung N und die Ereignisliste L *(6.0 Punkte)*

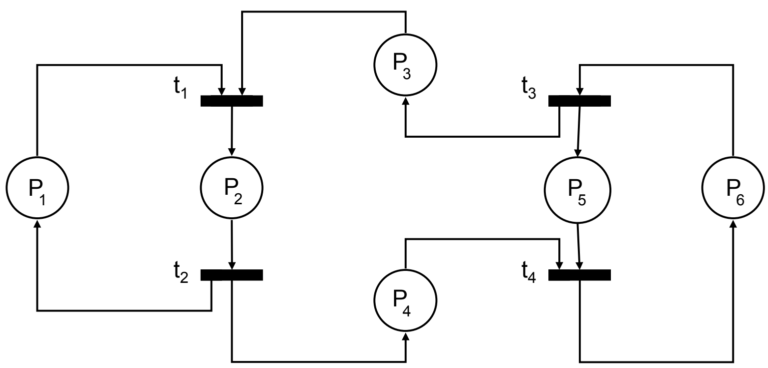
t / *s*	*E*	*N*	*S*	*L*
0.00	*I*	0	frei	{(A, 0.50)}
0.5	A	0	BUSY	{<A, 9.26>, <D, 25.8>}
9.26	A	1	BUSY	{<D, 25.8>, <A, 26.08>}
25.8	D	0	BUSY	{<A, 26.08>, <D, 45.91>}
26.08	A	1	BUSY	{<A, 41.48>, <D, 45.91>}
41.48	A	2	BUSY	{<D, 45.91>, <A, 68.20>}
45.91	D	1	BUSY	{<D, 59.16>, <A, 68.20>}
59.16	D	0	BUSY	{<A, 68.20>, <D, 69.84>}
68.20	A	1	BUSY	{<D, 69.84>, <A, 71.66>}
69.84	D	0	BUSY	{<A, 71.66>, <D, 86.69>}
71.66	A	1	BUSY	{<D, 86.69>, <A, 98.72>}
86.69	D	0	BUSY	{<A, 98.72>, <D, 105.91>}
98.72	A	1	BUSY	{<D, 105.91>, <A, 122.24>}
105.91	D	0	BUSY	{<A, 122.24>, <D, 129.87>}
122.24	A	1	BUSY	{<D, 129.87>, <A, 130.30>}

b) Für die Zeitverläufe der Magazinbelegung, der Maschinenbelegung und der Aufenthaltszeit ergeben sich folgende Diagramme *(3.0 Punkte)*

c) Die durchgeführte diskrete Ereignissimulation zeigt, dass die Kasse durchgehend ausgelassen ist *(0.5 Punkt)*, die Warteschlange jedoch auch Lücken aufweist *(0.5 Punkt)*. Eine grundsätzliche Überlastung ist nicht zuerwarten.

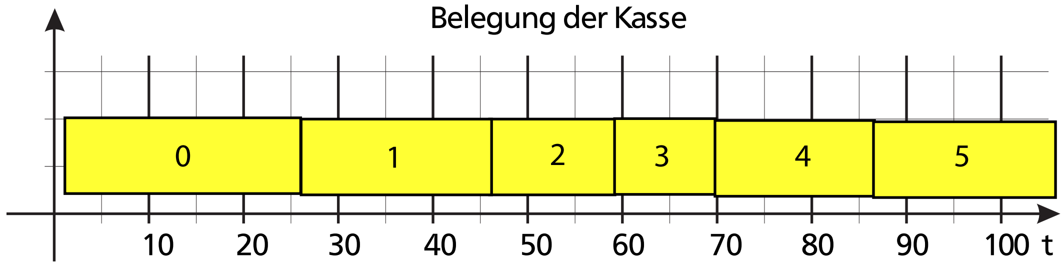
Aufgabe 2 Petrinetz 1 (4 Punkte)

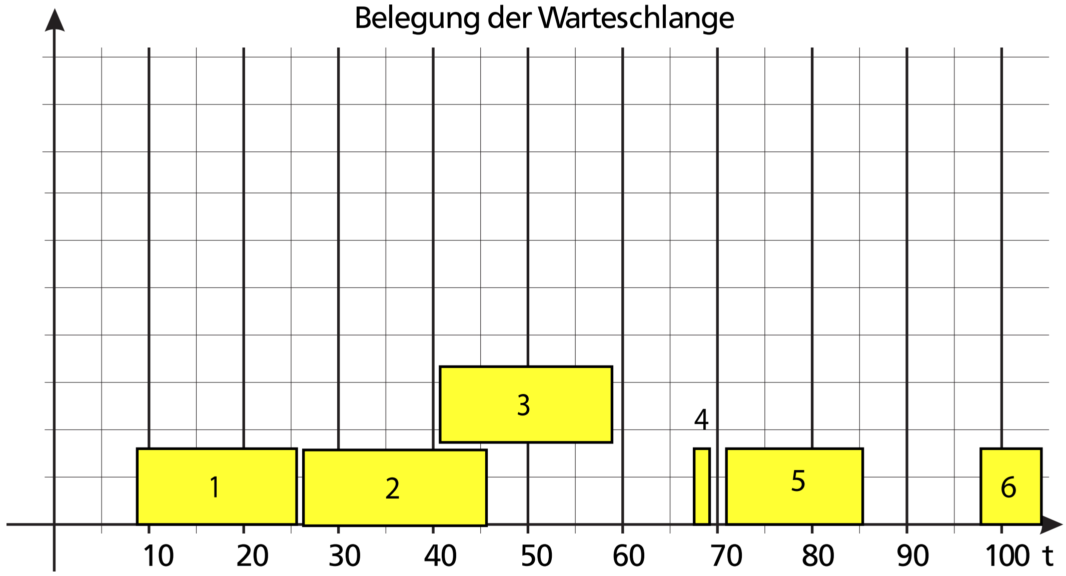
Betrachten Sie das durch den folgenden Graphen gegebene Petrinetz:

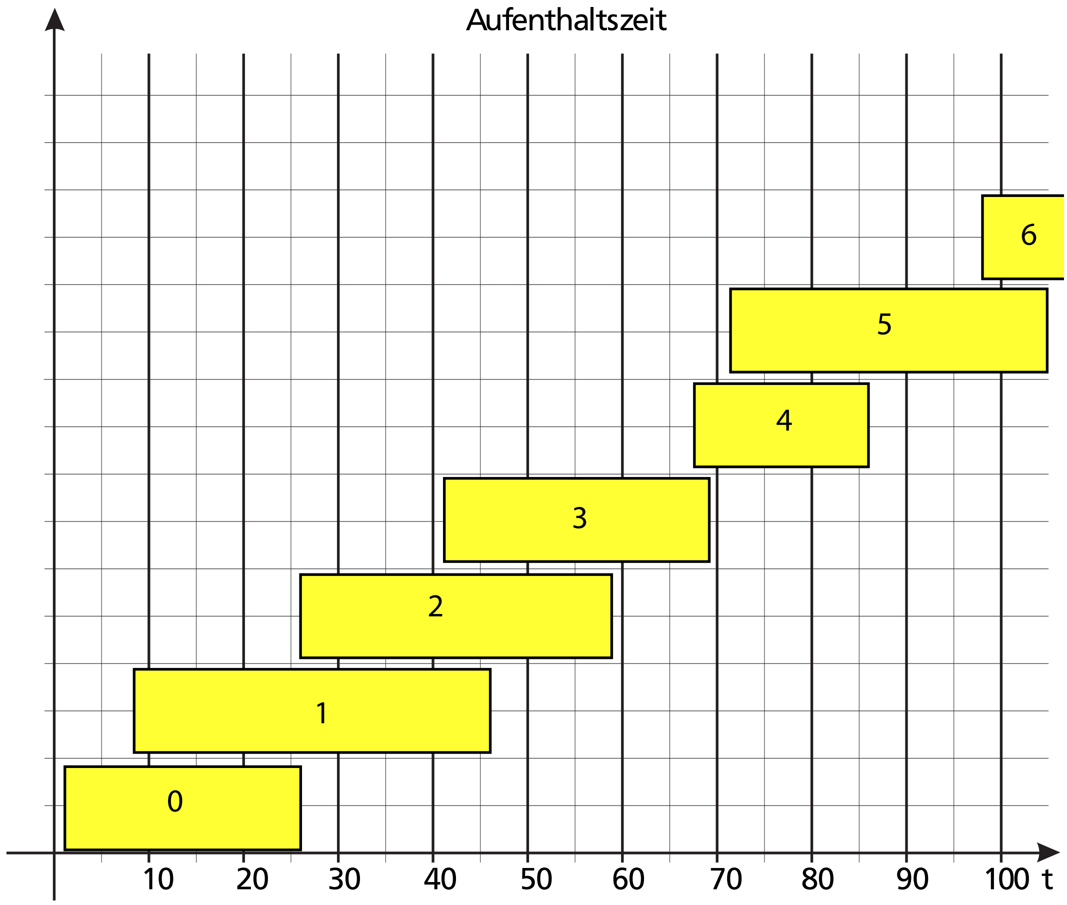


a) Geben Sie die zugehörige Inzidenzmatrix an.

b) Gegeben sei der Markierungsvektor $m_0 = (1, 0, 0, 0, 0, 1)^T$. Berechnen Sie die Markierung, nachdem Transition 1-3 je einmal gefeuert haben. Verwenden Sie dazu die Matrix aus a) sowie eine passende Aktivierungsfunktion.


Belegung der Kasse
0
1
2
3
4
5
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 t


Belegung der Warteschlange
3
4
1
2
5
6
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 t


Aufenthaltszeit
6
5
4
3
2
1
0
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 t

Lösungsvorschlag

a) Herleitung aus Graphen; das Modell entspricht bis auf Permuation dem Transmitter-Recievermodell aus der Vorlesung (2 Punkte):

$$W = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Verwendung des Matrixkalküls (2 Punkte):

$$m = m_0 + Wu = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Danach kann t_4 feuern und man landet wieder in der Ausgangskonfiguration.

Aufgabe 3 Petrinetz 2 (6 Punkte)

Die Schlange an der Kasse aus Aufgabe 1 haben Sie erfolgreich hinter sich gebracht. Am Tisch angekommen tritt das nächste Problem auf: Das Besteck ist knapp und für Ihre fünfköpfige Essensgruppe sind lediglich fünf Gabeln vorhanden. Die Konsistenz des Tagesgerichts ist jedoch so, dass man (um zumindest halbwegs angemessen essen zu können...) zwei Gabeln benötigt. Pro Person gibt es nur eine Gabel und sie müssen sich untereinander über deren Verwendung einigen.

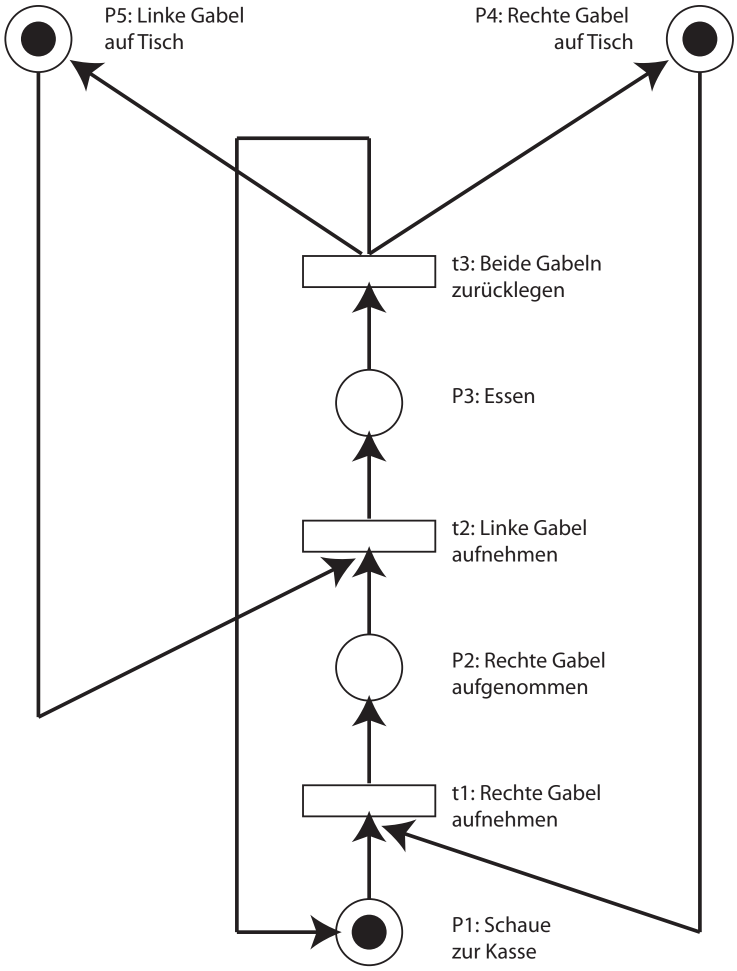
Die fünf Personen, die am Essen teilnehmen, sitzen in einem Kreis. Jede Gabel liegt jeweils zwischen zwei Personen, so dass jede Person prinzipiell Zugriff auf zwei Gabeln hat (vgl. *Philosophen-Problem*). Jede Person darf nur die direkt neben ihr liegenden Gabeln verwenden, d.h. zwei benachbarte Personen können nicht gleichzeitig essen. Die Person, die essen möchte, nimmt zuerst die rechte Gabel. Wenn sie diese hat, nimmt sie die linke Gabel. Wenn eine Person nicht isst, schaut sie sich das Treiben an der Kasse an. Am Anfang schauen alle in Richtung der Kasse.

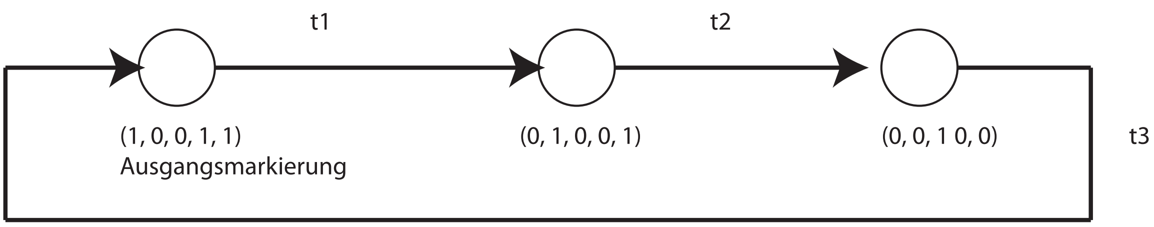
a) Erstellen Sie ein Petri-Netz, mit dem das Essen für eine Person modelliert werden kann. Geben Sie die dazugehörigen Zustände und Zustandsübergänge an. Nehmen Sie dazu als Anfangsbelegung an, dass die Person sich die Kasse anschaut. Stellen Sie den zugehörigen Erreichbarkeitsgraphen dar.

b) Erstellen Sie durch geeignete Verknüpfung von Petri-Netzen aus Aufgabenteil a) ein Petri-Netz, mit dem das Essen für alle fünf Personen modelliert werden kann. Können in dem Netz Verklemmungen entstehen?

Lösungsvorschlag

a) Petrinetz und Ereichbarkeitsgraph folgen unten (je 2 Punkte)





b) Darstellung (1 Punkt) s.u, Skizze genügt. Es können Verklemmungen entstehen, z.B. wenn jede Person gleichzeitig seine/ihre rechte Gabel aufnimmt. Dann kann keine Transition mehr schalten und das Petri-Netz ist verklemmt (1 Punkt). Als Lösung bietet es sich an, für genau eine Person die Aufnahmereihenfolge zu verändern: Statt der rechten Gabel nimmt diese dann die linke Gabel zuerst auf.