Fachbereich Mathematik
Martin Otto
Achim Blumensath
Tobias Löw

28.2.05

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Wintersemester 2004/05

Klausur

Formale Grundlagen der Informatik I

Name:								
Matr.-Nr.:								

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Σ	
Punkte (maximal)	12	12	12	12	12	12	60	(+12)
erreichte Punkte								

Versehen Sie bitte jedes Blatt mit Namen und Matrikelnummer und fangen Sie für jede Aufgabe eine neue Seite an.

Vor der Abgabe bitte hier falten und die Lösungsblätter hineinlegen.

Bearbeiten Sie **mindestens 5 Aufgaben** Ihrer Wahl von den folgenden 6 Aufgaben. Bei der Bewertung wird auf klare Darstellung und Begründungen Wert gelegt.

Aufgabe 1

12 Punkte

(a) Sei $\Sigma := \{a, b, c\}$. Geben Sie reguläre Ausdrücke an für die Sprachen

$L_0 := \{ w \in \Sigma^* :$ hinter jedem a steht unmittelbar ein $b \}$,
$L_1 := \{ w \in \Sigma^* :$ hinter jedem a steht unmittelbar ein b und vor jedem c steht unmittelbar ein $b \}$,
$L_2 := \{ w \in \Sigma^* :$ nach jedem a kommt an einer späteren Stelle ein $b \}$.

(b) Beschreiben Sie die folgenden Sprachen über $\Sigma = \{a, b\}$ in Worten und geben Sie reguläre Ausdrücke dafür an.

$$L_0 := L\big((a+b)^*aa(a+b)^*\big) \cap L\big((a+b)^*bb(a+b)^*\big)$$
$$L_1 := L\big(((a+b)(a+b))^*\big) \setminus L(a^*)$$

Aufgabe 2 **12 Punkte**

Sei $\Sigma := \{a, b, c\}$. Konstruieren Sie endliche Automaten, welche die folgenden Sprachen erkennen:

(a) Einen *nichtdeterministischen* Automaten für

$$L_0 := L\big((a+b)^*aa(a+b)(a+b)bb(a+b)^*\big).$$

(b) Einen *deterministischen* Automaten für

$$L_1 := \{\, w = a_1 \dots a_n \in \Sigma^* : a_i \in \{a, b\} \text{ für gerade } i \text{ und } a_i \in \{b, c\} \text{ für alle durch 3 teilbaren } i \,\}.$$

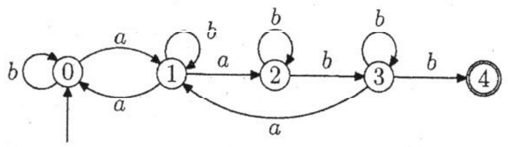
(c) Einen *minimalen deterministischen* Automaten für

$$L_2 := L\big((a+b+c)^*aaba(a+b+c)^*\big).$$

Beweisen Sie, dass ihr Automat minimal ist.

Aufgabe 3 **12 Punkte**

Sei $\Sigma := \{a, b\}$ und $\mathcal{A}$ der folgende Automat:



(a) Geben Sie alle Läufe von $\mathcal{A}$ auf den Eingabewörtern $w_0 := aabbaab$ und $w_1 := aabbb$ an (am einfachsten in einem Diagramm samt Verzweigungsstruktur).

(b) Konstuieren Sie einen deterministischen Automaten $\mathcal{B}$, der zu $\mathcal{A}$ äquivalent ist.
Geben Sie die Läufe von $\mathcal{B}$ auf w_0 und w_1 an.

(c) Welche Sprache erkennt $\mathcal{A}$? Beschreiben Sie diese präzise in Worten oder geben Sie einen regulären Ausdruck an.

Aufgabe 4

12 Punkte

Sei $\Sigma := \{a, b\}$ und

$$L_0 := \{\, a^l b a^m b a^n : l, m, n \in \mathbb{N},\ l \le m \,\},$$
$$L_1 := \{\, a^l b a^m b a^n : l, m, n \in \mathbb{N},\ l \le m \le n \,\}.$$

(a) Konstruieren Sie eine kontextfreie Grammatik für L_0.

(b) Verwenden Sie das Pumping Lemma für reguläre Sprachen, um zu zeigen, dass L_0 nicht regulär ist.

(c) Verwenden Sie das Pumping Lemma für kontextfreie Sprachen, um zu zeigen, dass L_1 nicht kontextfrei ist. *Hinweis.* Beachte, dass alle Wörter in L_1 genau zwei b enthalten.

Aufgabe 5

12 Punkte

(a) Sei $\mathcal{P}$ der Kellerautomat $\mathcal{P} := (\Sigma, Q, q_0, \Delta, A, \Gamma, \#)$, wobei

$$\Sigma := \{a, b\}, \quad \Gamma := \{\#, +, -\}, \quad Q := \{q_0, q_1, q_2\}, \quad A := \{q_2\}$$

und Δ die folgenden Transitionen enthält:

$$\left.\begin{array}{ll} (q_i, \#, a, +\#, q_{1-i}) & (q_i, \#, b, -\#, q_i) \\ (q_i, +, a, ++, q_{1-i}) & (q_i, +, b, \varepsilon, q_i) \\ (q_i, -, a, \varepsilon, q_{1-i}) & (q_i, -, b, --, q_i) \end{array}\right\} \text{ für } i = 0, 1$$
$$(q_0, \#, \varepsilon, \varepsilon, q_2)$$

Geben Sie einen akzeptierenden Lauf von $\mathcal{P}$ auf der Eingabe $w = baaabbba$ an.
Welche Sprache erkennt $\mathcal{P}$?

Hinweis. Überlegen Sie sich zuerst, welche Bedeutung die beiden Zustände q_0 und q_1 haben.

(b) Gegeben sei die Grammatik $G = (\Sigma, V, P, X)$ mit $\Sigma := \{a, b, », «\}$, $V := \{X\}$ und Produktionen

$$X \to »X« \mid XX \mid a \mid b\,.$$

Konstruieren Sie einen Kellerautomaten, der $L(G)$ erkennt.

Aufgabe 6

12 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche stimmen nicht? Geben Sie jeweils eine kurze Begründung bzw. ein Gegenbeispiel an.

(a) Die Differenz $(L_1 \setminus L_2)$ zweier regulärer Sprachen ist regulär.

Typ 3 Typ 0 Typ 3

(b) Der Durchschnitt einer regulären Sprache und einer beliebigen Sprache ist regulär.

Typ 3 Typ 2

(c) Die Vereinigung einer regulären und einer kontextfreien Sprache ist regulär.

(d) Die Vereinigung einer regulären und einer kontextfreien Sprache ist kontextfrei.

(e) Jedes Niveau der Chomsky Hierarchie ist abgeschlossen unter Umkehrung von Wörtern („Rückwärtslesen").