

Einführung in Computational Engineering Grundlagen der Modellierung und Simulation



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Prof. Jan Peters, C. Daniel, MSc. und H. van Hoof, MSc.

Wintersemester 2013/2014

7. Übung

Hinweise zu dieser Übung

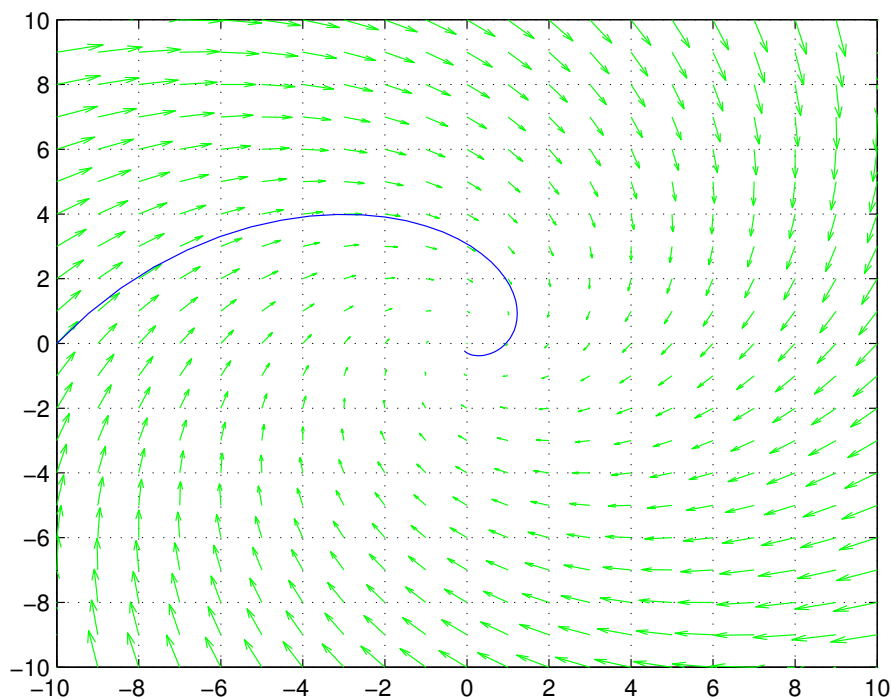
- Für die Teilnahme an der Übung ist eine Anmeldung beim **Lernportal Informatik** notwendig. Dort sind auf der Kursseite zusätzliche Informationen zur Veranstaltung und die Regelungen zur Anrechnung der Übungsleistungen in die Endnote aufgeführt.
- **Abgabe der schriftlichen Übungsaufgaben:** In der Vorlesung, oder bis Montag, den 9.12.2012, um 13:00 Uhr im Briefkasten unseres Fachgebietes neben dem Sekretariat in Raum S2|02/E314.

Aufgabe 1 Numerische Integration in zwei Dimensionen (16 Punkte)

Betrachten Sie das System $\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3/4 & 1 \\ -1 & -3/4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$, mit Anfangswerten $(-10 \ 0)^T$.

- Geben Sie den Verfahrensschritt für die Anwendung des expliziten Euler-Verfahrens auf obige Differentialgleichung an. Führen Sie die ersten drei Schritte für die Schrittweite $h = 1$ durch.
- Geben Sie den Verfahrensschritt für die Anwendung des impliziten Euler-Verfahrens auf obige Differentialgleichung an. Führen Sie die ersten drei Schritte für die Schrittweite $h = 1$ durch.

- c) Zeichnen Sie die gefundenen Punkte des expliziten und impliziten Euler-Verfahrens im folgenden Richtungsfeld:



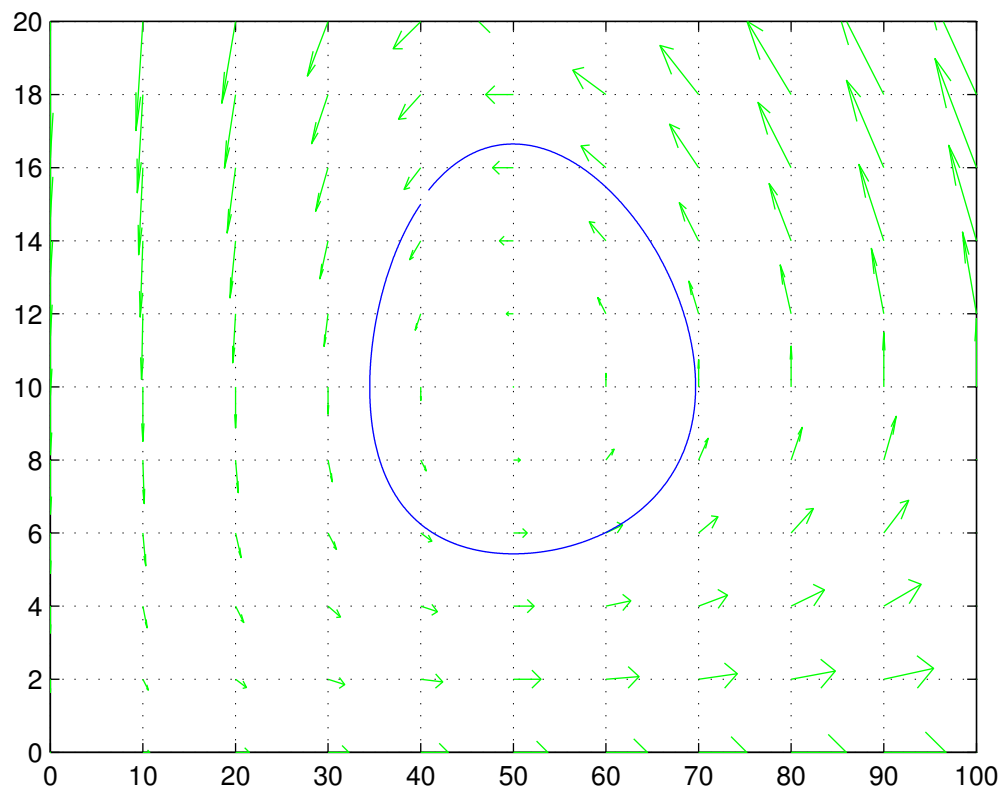
Betrachten Sie jetzt das System der Lotka-Volterra Gleichungen

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(\alpha - \beta y) \\ -y(\gamma - \delta x) \end{pmatrix}.$$

Die Gleichungen modellieren die Wechselwirkung von Jäger- und Beutepopulationen, wobei x die Anzahl der Beutetiere ist, y die Anzahl der Jäger, α die Reproduktionsrate der Beutetiere, β die Sterberate der Beutetiere pro Jäger, γ die Sterberate der Jäger, und δ die Reproduktionsrate der Jäger pro Beutetier. In diesem Fall gilt $\alpha = 100$, $\beta = 2$, $\gamma = 50$, $\delta = 1$, $x(0) = 40$, $y(0) = 15$.

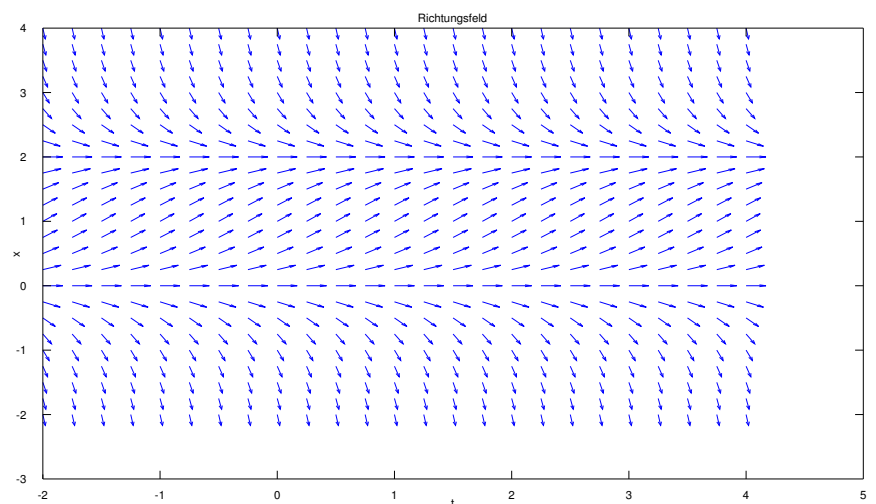
- d) Geben Sie den Verfahrensschritt für die Anwendung des expliziten Euler-Verfahrens auf obige Differentialgleichung an. Führen Sie die ersten drei Schritte für die Schrittweite $h = 0.02$ durch.
- e) Welches Problem entsteht, wenn wir versuchen das implizite Euler-Verfahren an zu wenden?

f) Zeichnen Sie die gefundenen Punkte für das explizite Euler-Verfahren im folgenden Richtungsfeld:

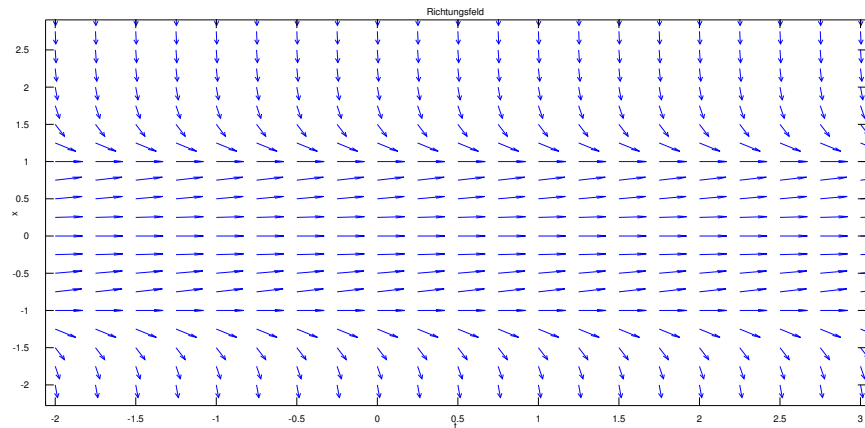


Aufgabe 2 Geometrischer Euler (4 Punkte)

Der explizite und implizite Euler Algorithmus wird normalerweise am Computer berechnet, aber wir koennen die Loesung auch von Hand in ein Richtungsfeld eintragen. Tun Sie dies fuer die beiden folgenden Richtungsfelder, die Sie schon aus vorhergehenden Uebungen kennen fuer die gegebenen Startwerte und eine Schrittweite von $h = 1$.



a) Startwert = $[-2, 1.5]$



b) Startwert = $[-2, 2]$

Hinweis zu wissenschaftlichem Arbeiten

Der Fachbereich Informatik misst der Einhaltung der Grundregeln der wissenschaftlichen Ethik großen Wert bei. Mit der Abgabe einer Lösung für eine schriftliche Aufgabe oder eine Programmieraufgabe bestätigen Sie, dass Sie/Ihre Gruppe die alleinigen Autoren des gesamten Materials sind. Falls die Verwendung von Fremdmaterial gestattet ist, so müssen Quellen korrekt zitiert werden. Weiterführende Informationen finden Sie auf der Internetseite des Fachbereichs Informatik:

<http://www.informatik.tu-darmstadt.de/Plagiarismus>