

Formale Grundlagen der Informatik I

5. Übungsblatt



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Ulrich Kohlenbach
Davorin Lešnik, Daniel Günzel, Daniel Körnlein

SoSe 2014
21. Mai 2014

Gruppenübung

Aufgabe G13 (Pumping-Lemma und Abschlusseigenschaften der Typ-2 Sprachklasse)

Sei $\Sigma := \{a, b\}$. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen.

- (a) Die Sprache $L_1 := \{t t \mid t \in \Sigma^*\}$ ist kontextfrei.

Bemerkung: Zum Vergleich: Die Sprache der Palindrome, $L_0 := \{t t^{-1} \mid t \in \Sigma^*\}$, ist kontextfrei.

- (b) Die Sprache $L_2 := \{s t s^{-1} \mid s, t \in \Sigma^*, |s| = |t|\}$ ist kontextfrei.

- (c) Der Schnitt einer kontextfreien mit einer regulären Sprache ist wieder kontextfrei.

- (d) Der Schnitt einer kontextsensitiven mit einer regulären Sprache ist kontextfrei.

Aufgabe G14 (Chomsky-Hierarchie)

Welche der folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ sind (i) regulär, (ii) kontextfrei, aber nicht regulär, oder (iii) nicht kontextfrei? Begründen Sie Ihre Antwort!

$$L_1 = \{x \in \Sigma^* : |x|_a > |x|_b\}$$

$$L_2 = \{x \in \Sigma^* : |x|_a > |x|_b > |x|_c\}$$

$$L_3 = \{x \in \Sigma^* : |x|_a > |x|_b \text{ und } |x|_b \leq 17\}$$

$$L_4 = \{x \in \Sigma^* : |x|_a > |x|_b \text{ und } |x|_b \geq 17\}$$

Aufgabe G15 (Kellerautomaten)

Konstruieren Sie einen Kellerautomaten, der die folgende kontextfreie Sprache erkennt:

$$L = \{a^i b^j c^k : i = j + k\}.$$

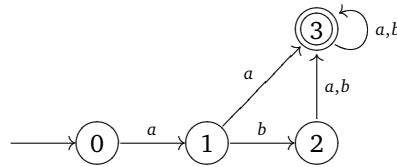
Hausübung

Aufgabe H13 (Grammatiken)

(12 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$.

(a) Betrachten Sie den Automaten \mathcal{A} :



Geben Sie eine reguläre Grammatik an, die die Sprache $L(\mathcal{A})$ erzeugt.

(b) Sei

$$L = \{x \in \Sigma^* : |x|_a = |x|_b\}.$$

Zeigen Sie, dass die Sprache L kontextfrei ist, indem Sie eine kontextfreie Grammatik angeben, die diese Sprache erzeugt. (Und begründen Sie Ihre Antwort!)

Aufgabe H14 (Chomsky-Normalform)

(12 Punkte)

Betrachten Sie die kontextfreie Grammatik $G = (\{a, b\}, \{X_0\}, P, X_0)$ mit

$$\begin{aligned} P : \quad X_0 &\rightarrow aXY \mid bXb \mid a \\ X &\rightarrow aXa \mid bY \mid \varepsilon \\ Y &\rightarrow bX_0a \mid aX_0 \end{aligned}$$

Konstruieren Sie eine zu G äquivalente Grammatik in Chomsky-Normalform.

Aufgabe H15 (Kellerautomaten)

(12 Punkte)

Konstruieren Sie einen PDA für die Sprache L der Palindrome über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.