

# Formale Grundlagen der Informatik I

## 4. Übungsblatt



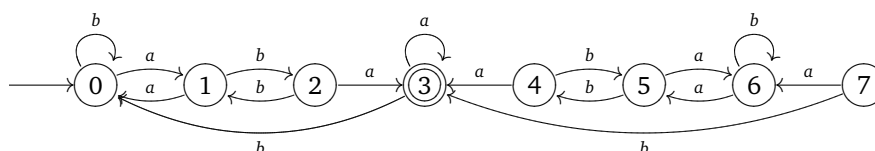
TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik  
Prof. Dr. Ulrich Kohlenbach  
Davorin Lešnik, Daniel Günzel, Daniel Körnlein

SoSe 2014  
14. Mai 2014

### Gruppenübung

**Aufgabe G10** (DFA Minimierung)  
Betrachten Sie den folgenden DFA:



Gegeben ist die folgende unvollständige Tabelle für die Relation  $\approx$ . (Ein  $\times$  an der Stelle  $p, q$  in der Tabelle bedeutet, dass  $p \approx q$ .) Vervollständigen Sie die Tabelle und geben Sie ggf. ein Wort an, für das diese Unterscheidung notwendig ist, d.h. ein Wort  $w$ , das zu  $L_q$  gehört, aber nicht zu  $L_q'$  (oder umgekehrt), wobei  $L_q := \{w \in \Sigma^* \mid \delta(q, w) \in A\}$ .

$\approx$	0	1	2	3	4	5	6	7
0			$\times$	$\times$	$\times$			$\times$
1			$\times$	$\times$	$\times$			$\times$
2	$\times$	$\times$		$\times$		$\times$	$\times$	$\times$
3	$\times$	$\times$	$\times$		$\times$	$\times$	$\times$	$\times$
4	$\times$	$\times$		$\times$		$\times$	$\times$	$\times$
5			$\times$	$\times$	$\times$		$\times$	$\times$
6			$\times$	$\times$	$\times$	$\times$		$\times$
7	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	

**Aufgabe G11** ((Nicht-)Regularität von Sprachen)

- (a) Sei  $L$  eine reguläre Sprache über einem Alphabet  $\Sigma$ . Formal geschrieben lautet das Pumping-Lemma wie folgt (vgl. Skript Lemma 2.5.2):

$$\exists n \in \mathbb{N} \forall x \in L \left( |x| \geq n \implies \exists u, v, w \in \Sigma^* (x = uvw \wedge |uv| \leq n \wedge |v| \geq 1 \wedge \forall m \in \mathbb{N} (u v^m w \in L)) \right) \quad (1)$$

Geben Sie die Negation von (1) an (d.h. die Aussage, dessen Korrektheit Sie beweisen müssen, wenn Sie mittels Pumping-Lemmas die *Nichtregularität* der Sprache  $L$  nachweisen wollen).

- (b) Zeigen Sie mittels Pumping-Lemmas, dass die Sprache

$$L = \{a^m b^n \mid m, n \in \mathbb{N}, m \leq n\}$$

nicht regulär ist.

**Aufgabe G12** (Grammatiken)

Geben Sie Grammatiken zu den folgenden Sprachen über dem Alphabet  $\Sigma := \{a, b, c\}$  an:

- (a)  $L((ab + bc)^* aa(b + c)^*)$   
(b)  $L := \{ubw \in \{a, b, c\}^* : |u|_a = |w|_a\}$

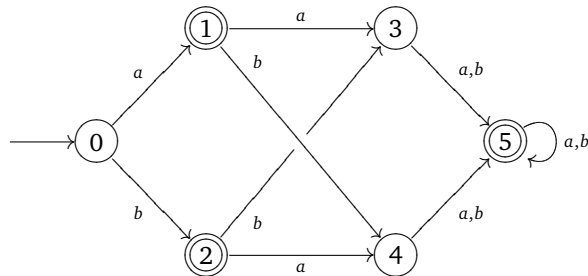
---

## Hausübung

---

### Aufgabe H10 (Minimalautomaten und Minimierung)

Finden Sie einen äquivalenten DFA minimaler Größe für den folgenden DFA:



### Aufgabe H11 (Chomsky-Hierarchie)

Bestimmen Sie für die folgenden Sprachen das Niveau der Chomsky-Hierarchie. Dazu gehört einerseits der Nachweis, dass die Sprache im entsprechenden Niveau liegt, und andererseits muss gezeigt werden, dass sie nicht zu einem höheren Niveau gehört, also etwa, dass sie kontextsensitiv aber nicht kontextfrei ist.

- (a)  $L_1 := \{w \in \{a, b\}^* : |w|_a - |w|_b \text{ ist eine gerade ganze Zahl} \}$
- (b)  $L_2 := \{w \in \{a, b\}^* : |w|_a - |w|_b \geq 0 \}$  *Hinweis.* Zerlegen Sie  $w$  in Teilworte, die jeweils gleichviele  $a$  wie  $b$  enthalten.

### Aufgabe H12 (Pumping Lemma)

Zeigen Sie, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind.

- (i)  $L_1 = \{a^n b^m \in \{a, b\}^* : n \geq m\}$
- (ii)  $L_2 = \{a^{n!} \in \{a\}^* : n \geq 0\}$
- (iii)  $L_3 = \{a^p \in \{a\}^* : p \text{ prim}\}$