

2. Aufgabe (3 × 2 P)

(6 Punkte)

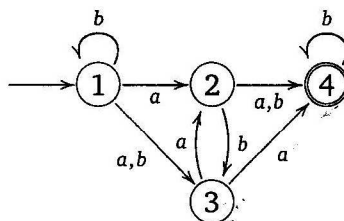
Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Entscheiden Sie, welche der folgenden Σ -Sprachen L_1, L_2, L_3 regulär sind. Falls die Sprache regulär ist, so geben Sie *sowohl* einen endlichen Automaten (NEA oder DEA), *als auch* einen regulären Ausdruck an. Falls nicht beweisen Sie, dass die Sprache nicht regulär ist.

- (a) L_1 sei die Menge aller Σ -Wörter w , die mit c beginnen und mit ac^* oder b enden, und für die gilt, dass $|w|_a + |w|_b \leq 2$.
- (b) L_2 sei die kleinste Σ -Sprache, für die $\varepsilon \in L_2$ und $(w \in L_2 \implies xwx \in L_2)$ für alle $x \in \Sigma$ gilt.
- (c) L_3 sei die Menge aller Σ -Wörter $w \in \{a^k c^\ell b^m \mid k = m \text{ und } \ell \geq k + m\}$.

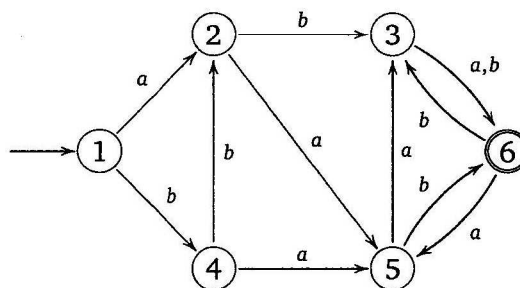
3. Aufgabe (2 × 3 P)

(6 Punkte)

- (a) Geben Sie für den folgenden NEA einen DEA an, der die gleiche Sprache erkennt.



- (b) Zeigen Sie, dass der folgende DEA minimal ist.



Hinweis: Ein DEA ist minimal, wenn für alle Zustände x, y gilt, dass $x \approx y$. Begründen Sie auch für jedes Paar (x, y) mit $x \approx y$, warum dies gilt.

4. Aufgabe (2 × 3 P)**(6 Punkte)**

- (a) Geben Sie einen Kellerautomaten für die Sprache $L = \{a^n b^{2n} c \mid n \geq 0\}$ über $\Sigma_1 = \{a, b, c\}$ an.
- (b) Betrachten Sie nun die folgende Grammatik $G = (\Sigma_2, V, P, S)$ mit $\Sigma_2 = \{a, b\}$, $V = \{S, T, X, Y\}$ und den folgenden Produktionen P :

$$S \rightarrow XX \mid XY \mid YY$$

$$X \rightarrow TS \mid a$$

$$Y \rightarrow YT \mid TT \mid b$$

$$T \rightarrow YX \mid a$$

Entscheiden Sie mithilfe des CYK-Algorithmus, ob das Wort *babba* in der von G erzeugten Sprache $L(G)$ enthalten ist.

5. Aufgabe (2 × 3 P)**(6 Punkte)**

- (a) Geben Sie eine Turingmaschine \mathcal{M} an, die das Folgende erfüllt:
- ihr Alphabet ist $\Sigma = \{a, b, |\}$,
 - als Eingabe erhält sie ein Wort aus Buchstaben a und b , gefolgt vom Separator $|$, gefolgt von noch einem Wort aus Buchstaben a und b , gefolgt von noch einem Separator $|$,
 - die Turingmaschine akzeptiert die Eingabe genau dann, wenn die beiden angegebenen Wörter gleich sind.

Zum Beispiel, die Maschine \mathcal{M} akzeptiert die Eingaben *aabba|aabba|* und *||*, aber nicht *ab|ba|* und *aba|ababa|* und *|a|*.

- (b) Sei L die Sprache der von \mathcal{M} akzeptierten Wörter. Ist L entscheidbar? Ist L semientscheidbar? Ist ihr Komplement \bar{L} semientscheidbar? Beweisen Sie Ihre Antworten.