Einführung in CE / Grundlagen der Modellierung und Simulation

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Summer Term 2013 Exam

Prof. Dr. J. Peters, M.Sc. H. van Hoof, M.Sc. C. Daniel

Hinweise

- Schreiben Sie leserlich, wir koennen nur bewerten was wir auch lesen koennen.
- Loesungen ohne Herleitungen geben keine volle Punktzahl.
- Sie muessen genau fuenf Fragen mithilfe der Omit Boxen auslassen. Markieren Sie die Boxen der Fragen, die Sie auslassen wollen. Ausgelassene Fragen werden mit voller Punktzahl bewertet. Wenn Sie weniger als fuenf Omits nutzen, werden Ihre Fragen gewertet, Sie koennen aber nicht mehr Punkte als durch Nutzen der Omits erreichen.
- Sie duerfen ein Blatt (DIN A4, beidseitig) mit handschriftlichen Notizen nutzen. Beschriften Sie es mit Ihrem Namen und Matrikelnummer.
- Sie duerfen einen nichtprogrammierbaren Taschenrechner benutzen.

Problem 1 Klassifikation von Modellen

Omit: ☐

Wie kann man Modelle anhand der Art des Zustandraumes und der Art der Zustandsübergänge klassifizieren? Schreiben Sie jeweils zwei mögliche Klassen auf.

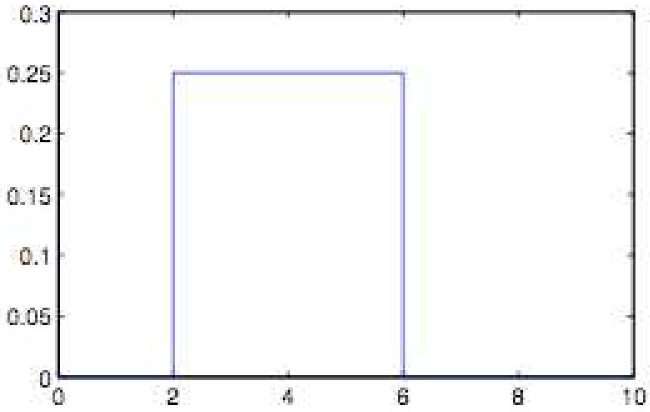
Problem 2 Warteschlangenmodelle Omit: ☐

Wir betrachten ein Warteschlangenmodell mit maximal 10 Kunden, maximal 5 Aufträgen in dem System, 2 parallele Bedienstationen, exponentialverteilte Ankunfts- und Bedienzeitverteilungen. Was ist die Abkürzung des Systems (in der Form $A/B/c/N/K$)?

Problem 3 Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Omit: ☐

Hier ist eine stetige Gleichverteilung. Was ist der Erwartungswert dieser Verteilung?



Problem 4 Wahrscheinlichkeitsverteilungen **Omit: ☐**

Betrachten Sie die folgenden Werte, entnommen aus einer unbekannten Verteilung. Schätzen Sie das zweite Moment dieser Verteilung.

0.42	0.85	0.51	0.58	0.27	0.97

Problem 5 Wahrscheinlichkeitsverteilungen Omit: ☐

Bestimme Verteilung $\Pr[A]$ basierend auf $\Pr[A, B]$.

Problem 6 Begriffe zum Beschreiben von Petrinetzen Omit: ☐

Zeige ein verklemmtes Petrinetz.

Aufgabe 7 Begriffe zum Beschreiben ereignisdiskreter Modelle **Omit: ☐**

Betrachten Sie diese Begriffe: Entität, Attribut, Aktivität. Erkläre diese Begriffe im Kontext eines Supermarkts mit Kunden

Aufgabe 8 Validierung Omit: ☐

Erkläre was Validierung ist und wofür sie dient.

Problem 9 Grundbegriffe der Simulation

Omit: ☐

Erklaere die folgenden drei Begriffe mit wenigen Sätzen:

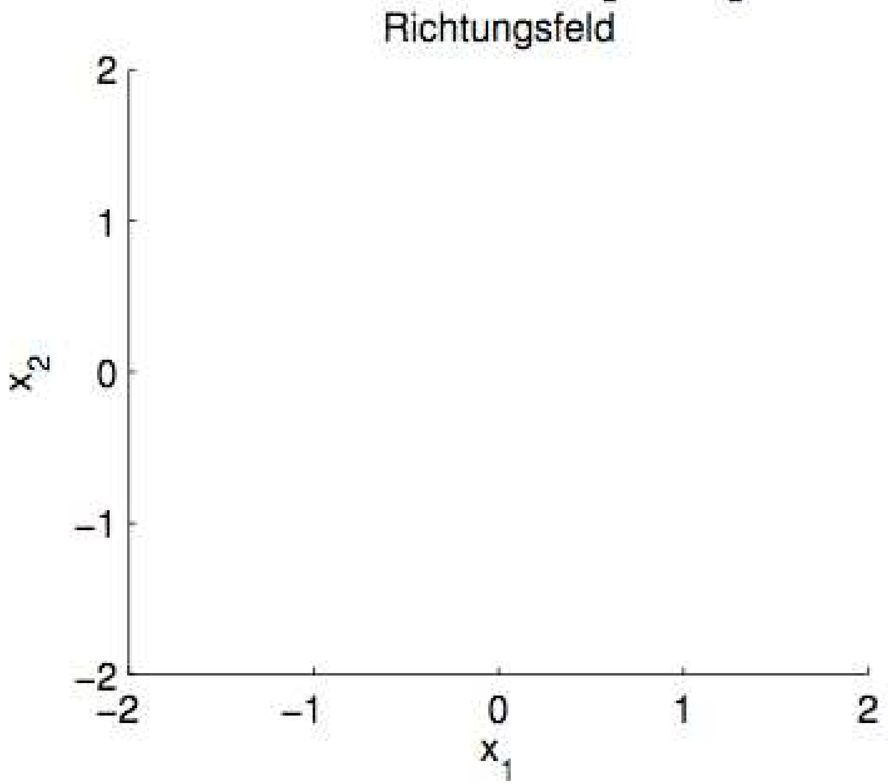
Stellgrößen:

Systemzustand:

Systemparameter:

Aufgabe 10 DGL und Richtungsfelder **Omit: ☐**

Gegeben ist ein System $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}$, wobei $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$. Skizzieren Sie, wie das Richtungsfeld ungefähr aussieht.



Problem 11 Steife Differentialgleichungen Omit: ☐

Was ist das Problem, wenn wir das explizite Eulerverfahren benutzen um ein steifes System zu integrieren?

Problem 12 Validierung Omit: ☐

Wir betrachten einen Fallschirmsprung. Wir modellieren den Sprung als $\ddot{x} = -g$, wobei x die Höhe des Springers und g die Gravitationskonstante ist. Bestimmen Sie eine gemachte Modellannahme und erklären Sie wie geprüft werden kann, ob die Annahme plausibel ist.

Problem 13 Unstetigkeiten

Omit: ☐

Wir betrachten einen hüpfenden Ball. Was kann passieren, wenn wir Unstetigkeiten nicht explizit berücksichtigen und einfach ein numerisches Integrationsverfahren benutzen?

Problem 14 Eulerverfahren **Omit: ☐**

Betrachten Sie das System $\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \ddot{x}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ \dot{x}\end{bmatrix}$. Führen Sie einen Schritt des symplektischen Eulerverfahrens durch, mit Startwert $\begin{bmatrix}x_0\\ \dot{x}_0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}$ und Schrittweite $h = 0.1$.

Problem 15 Konditionszahl   Omit: ☐

Betrachten Sie die Funktion $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } x \geq 0 \\ -1 & \text{wenn } x < 0 \end{cases}$. Erklären Sie: ist die Funktion gut konditioniert?

Problem 16 Stabilität und DGL 1. Ordnung Omit: ☐

Betrachten Sie das System $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}$, wobei $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.

- Ist das System periodisch?
- Ist das System stabil?

Begründen Sie ihre Antworten.

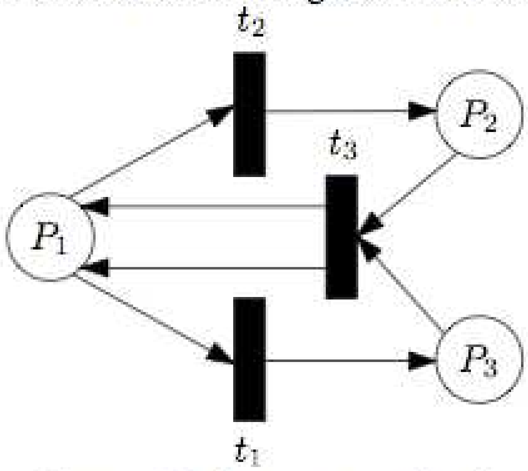
Problem 17 Differentialgleichungssysteme 1. Ordnung **Omit: ☐**

Betrachten sie das Differentialgleichungssytem $\dot{x} = \sin(t) - x$. Transformieren Sie das System in ein autonomes System der 1. Ordnung. Definieren Sie dazu einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{y}$.

Problem 18 Petrinetze

Omit: ☐

Betrachten Sie das folgende Petrinetz :



zeichnen Sie den entsprechenden Ereigbarkeitsgraph. Gehen Sie von dem Anfangszustand $\mathbf{m}_0 = [0, 2, 0]$ aus.

Aufgabe 19 Stationärität **Omit: ☐**

Gegeben ist das System $x_{n+1} = x + 2$. Ist dieses System stationär? Wenn ja, zu welchem Fixpunkt konvergiert es?

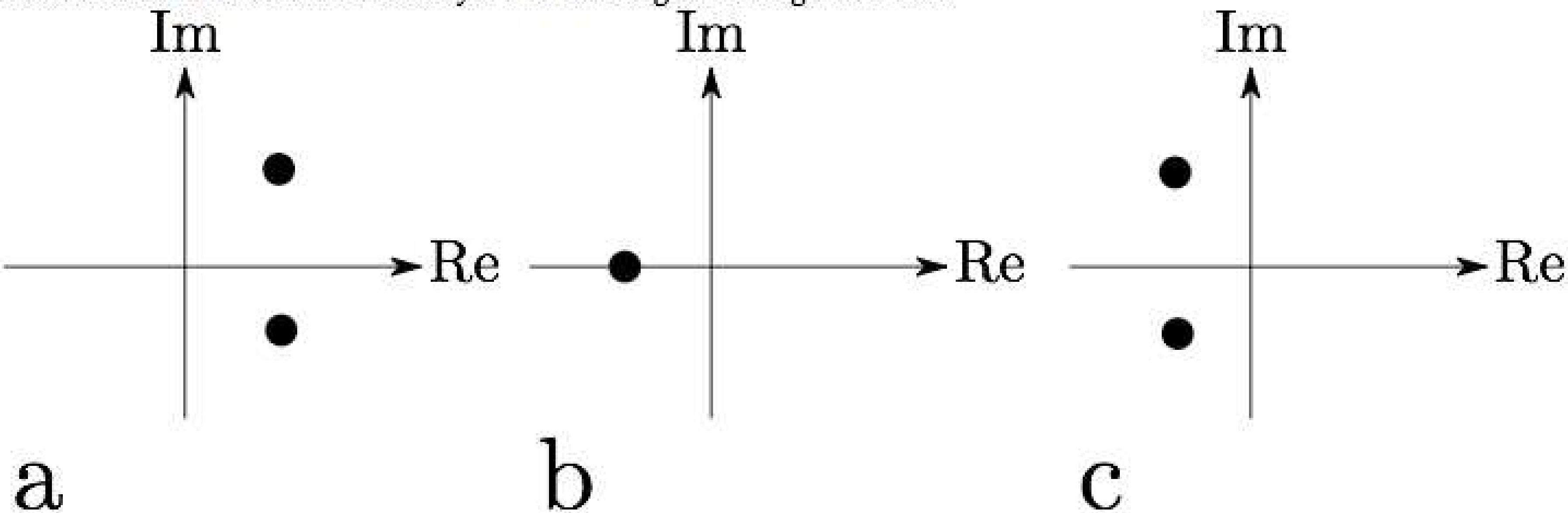
Aufgabe 20 Zahlendarstellung — Omit: ☐

Geben Sie die Dezimaldarstellung an:

a) 01000011100000000000000000000000

b)11000001010000000000000000000000

Zeichnen Sie das Verhalten der Systeme mit folgenden Eigenwerten:



Aufgabe 22 Zahlendarstellung

Omit: ☐

Nennen Sie einen Grund warum Rundungsfehler wichtig sind!

Problem 23 Blockdarstellung **Omit: ☐**

Zeichnen Sie das Blockdiagramm fuer folgende DGL:
$\ddot{x}(a + b^2) - b\cos(\dot{x}) + ax.$

Problem 24 Heun und Runge Kutta Omit: ☐

Wann ist das Heunverfahren zu bevorzugen und wann das standard Runge-Kutta Verfahren?
Welche Ordnung haben die beiden Verfahren.

Problem 25 Linearisierung Omit: ☐

Linearisieren Sie das Folgende System um die Gleichgewichtslage:

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix},$$

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ cos(\theta) \end{pmatrix}.$$

Problem 26 Verteilungen **Omit: ☐**

Wir wissen das 10 Prozent aller Autos Rot sind $p(R) = 0.1$ und das 20 Prozent aller Autos schnell sind $p(S) = 0.2$, sowie dass 50 Prozent aller roten Autos schnell sind $p(S|R) = 0.5$. Berechnen Sie mit Hilfe von Bayes' Law die Wahrscheinlichkeit, dass ein schnelles Auto Rot ist $p(R|S)$.

Problem 27 DES **Omit: ☐**

Zeigen Sie anhand eines Beispiels, dass ein System mit einer Warteschlange effizienter ist, als ein System mit zwei Warteschlangen (gemessen an der erwarteten Aufenthaltszeit).
Im ersten System (M/M/2) haben wir eine Ankunftsrate $\lambda = 2/s$ und zwei Kassierer mit $\mu_1 = 2/s$ und $\mu_2 = 3/s$. Die mittlere Zeit eines Auftrages im System ist $L = \frac{956}{1075}$.
Im getrennten Fall modellieren wir zwei Systeme 2(M/M/1) die gleichzeitig arbeiten, wobei $\lambda_1 = \lambda_2 = 1/s$ und die Kassierer die gleichen wie im ersten System sind.

Problem 28 Loesungsansaetze **Omit: ☐**

Welchen Loesungsansatz wuerden Sie fuer folgende mathematische Modelle vorschlagen (nur vorschlagen, nicht loesen):
a) $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$
b) $\dot{\boldsymbol{x}} = \sin(\tanh(\boldsymbol{x}) + 3x)$.

Aufgabe 29 Zahlendarstellung Omit: ☐

Warum war der IEEE 754 Gleitpunktstandard noetig?

Problem 30 Lineare Regression **Omit:** □

Gegeben sind Daten $\mathscr{D} = \{(x_i, \dot{x}_i) | i = 1, 2, \ldots, n\}$ von dem dynamischen System $\dot{x} = c \exp(ax)$. Bestimme Basisfunktionen, Parameter und reduziere dieses Problem auf linearer Regression.