Einführung in Computational Engineering Grundlagen der Modellierung und Simulation

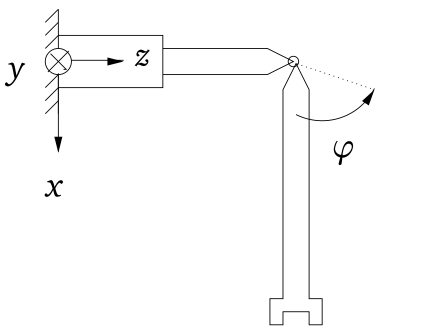
Prof. Jan Peters, C. Daniel, MSc. und H. van Hoof, MSc.

Wintersemester 2012/2013
6. Übung

Hinweise zu dieser Übung

- Für die Teilnahme an der Übung ist eine Anmeldung beim **Lernportal Informatik** notwendig. Dort sind auf der Kursseite zusätzliche Informationen zur Veranstaltung und die Regelungen zur Anrechnung der Übungsleistungen in die Endnote aufgeführt.
- **Abgabe der schriftlichen Übungsaufgaben:** In der Vorlesung, oder bis Montag, den 2.12.2013, um 13:00 Uhr im Briefkasten unseres Fachgebietes neben dem Sekretariat in Raum S2|02/E314.

Aufgabe 1 Untersuchung der Bewegung eines Roboterarms (10 Punkte)



Betrachtet wird der Roboterarm aus nebenstehender Abbildung. Er besitzt einen Teleskoparm, an dessen Ende ein Pendel hängt. Der Zustand des Roboters wird beschrieben durch die Geschwindigkeit v, mit der die Teleskopstange in z-Richtung ausfährt, den Winkel φ, der die Auslenkung des Pendels beschreibt, und die Winkelgeschwindigkeit ω, mit der das Pendel schwingt. Mit diesen Größen lautet die Bewegungsgleichung

$$\begin{aligned}
0 &= \dot{\varphi} - \omega \\
0 &= 2\dot{v} + \cos(\varphi)\dot{\omega} - \sin(\varphi)\omega^2 \\
0 &= 2\dot{\omega} + \cos(\varphi)\dot{v} + 9\sin(\varphi).
\end{aligned}$$

a) Berechnen Sie alle Gleichgewichtslagen $(\varphi^*, \omega^*, v^*)$ des Manipulators.
<u>Hinweis</u>: Eine Gleichgewichtslage liegt für $(\dot{\varphi}, \dot{\omega}, \dot{v}) = (0,0,0)$ vor. Sie dürfen ferner $v = 0$ annehmen.

b) Linearisieren Sie die rechten Seiten aller Gleichungen. Die Linearisierung einer mehrdimensionalen Funktion $f(x_1, \ldots, x_n)$ an der Stelle $(a_1, \ldots, a_n)$ ist: $f(a_1, \ldots, a_n) + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f(a_1, \ldots a_n)}{\partial x_j} \Delta x_j$. Die Gleichungen sollen um die Gleichgewichtslage, in der der Arm sich in aufrechter Position befindet, linearisiert werden.

c) Bringen Sie das linearisierte System in Standardform „$\Delta\dot{\boldsymbol{x}} = A\Delta\boldsymbol{x}$“. *Hinweis:* Es ist hilfreich, das System zunächst in der Form $\Delta\boldsymbol{x} = A^{-1}\Delta\dot{\boldsymbol{x}}$ zu schreiben.

d) Berechnen Sie die Eigenwerte des erhaltenen Systems. Ist das System stabil?

e) Erkläre Sie das Ergebnis aus (d). (Warum ist der Arm in dieser Lage stabil / nicht stabil?).

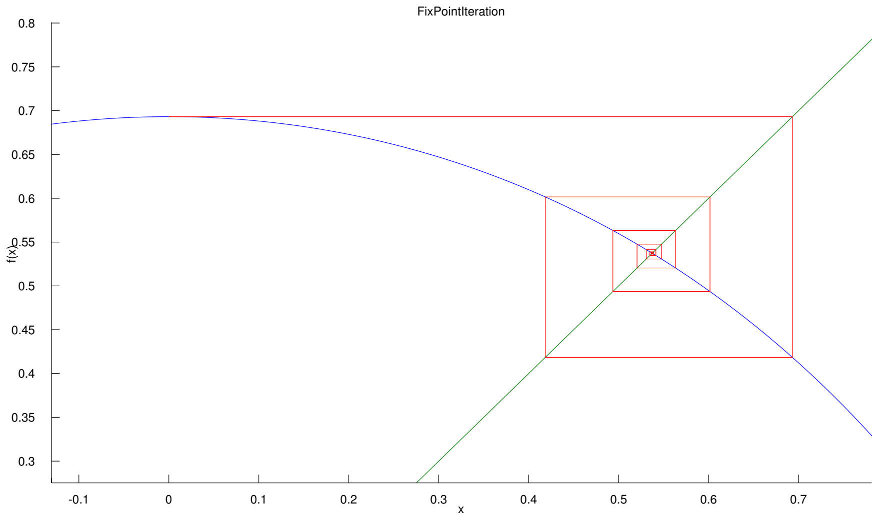


Abbildung 1: Design template

Aufgabe 2 Fix Point Iteration (10 Punkte)

Wir betrachten folgende Gleichung:

$$x_{i+1} = \sin^{-1}(\cos(x_i + 1)^2).$$

a) Fuehren Sie von Hand zwei Schritte der Fixpunktiteration durch. Starten Sie mit $x = 0$.

b) Schreiben Sie die Gleichung in der Form $0 = f(x)$ auf, und fuehren Sie zwei Iterationen des Newton Verfahrens von Hand durch. Die analytische Ableitung koennen Sie zB. von Wolfram Alpha errechnen lassen. Starten Sie mit $x = 0$.

c) Implementieren Sie die Fixpunktiteration und das Newtonverfahren in Matlab. Plotten Sie die Anzahl der benoetigten Iterationen gegen die gewuenschte Genauigkeit. Sie koennen ein Matlab Skeleton von der Webseite herunterladen. Starten Sie mit $x = 0$. Plotten Sie die Loesung im Format wie in Fig. 1, Fig. 2 und Fig. 3

Hinweis zu wissenschaftlichem Arbeiten

Der Fachbereich Informatik misst der Einhaltung der Grundregeln der wissenschaftlichen Ethik großen Wert bei. Mit der Abgabe einer Lösung für eine schriftliche Aufgabe oder eine Programmieraufgabe bestätigen Sie, dass Sie/Ihre Gruppe die alleinigen Autoren des gesamten Materials sind. Falls die Verwendung von Fremdmaterial gestattet ist, so müssen Quellen korrekt zitiert werden. Weiterführende Informationen finden Sie auf der Internetseite des Fachbereichs Informatik:

`http://www.informatik.tu-darmstadt.de/Plagiarismus`

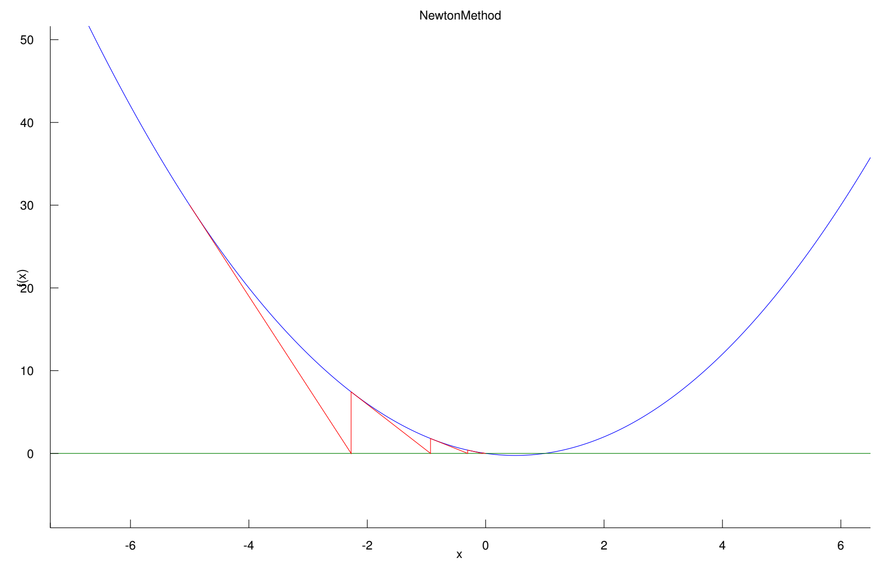


Abbildung 2: Design template

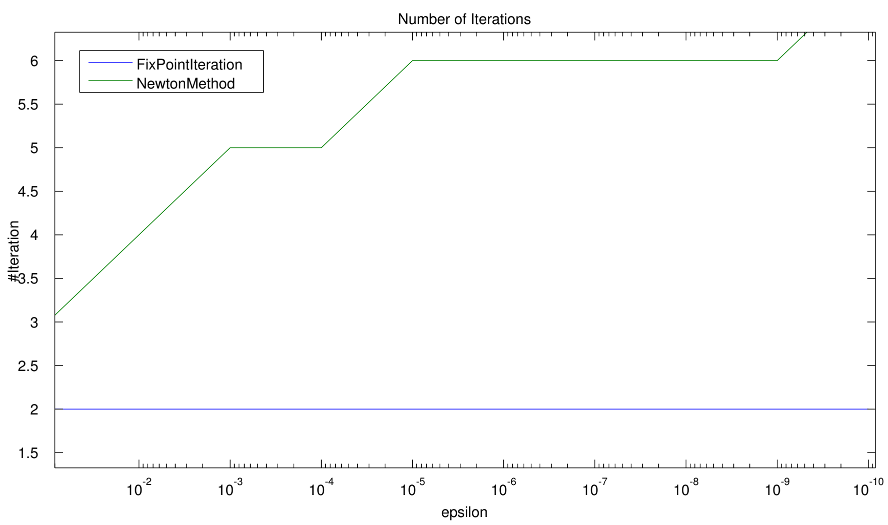


Abbildung 3: Design template