

Einführung in Computational Engineering Grundlagen der Modellierung und Simulation



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Prof. Jan Peters, C. Daniel, MSc. und H. van Hoof, MSc.

Wintersemester 2012/2013

5. Übung

Hinweise zu dieser Übung

- Für die Teilnahme an der Übung ist eine Anmeldung beim **Lernportal Informatik** notwendig. Dort sind auf der Kursseite zusätzliche Informationen zur Veranstaltung und die Regelungen zur Anrechnung der Übungsleistungen in die Endnote aufgeführt.
- **Abgabe der schriftlichen Übungsaufgaben:** In der Vorlesung, oder bis Montag, den 25.11.2012, um 13:15 Uhr im Briefkasten unseres Fachgebietes neben dem Sekretariat in Raum S2|02/E314.
- **Abgabe der Programmieraufgabe:** Bis Montag, den 25.11.2012, um 13:15 Uhr per Datei-Upload im Lernportal Informatik.

Aufgabe 1 Arithmetik und Zahldarstellung nach IEEE 754 (10 Punkte)

- (a) Welche charakteristische Problematik zeigt sich bei der Umwandlung von $\frac{1}{3}$ in eine Gleitpunktzahl?
- (b) Wie groß ist der absolute Fehler bei der Darstellung der Zahl 1 000 000 009 mit einfacher Genauigkeit? Begründen Sie Ihre Antwort.
- (c) Welche beiden Bedingungen müssen erfüllt sein, damit eine Zahl ohne Genauigkeitsverluste von double nach single konvertiert werden kann?
- (d) Die Entfernung von Darmstadt und New Orleans ist ca. 8 100 km. Wenn man diese Zahl nach IEEE 754 als 32 Bit Zahl im Computer speichern will, tritt ein Rundungsfehler auf. Wie gross kann hier der absolute Rundungsfehler sein? *Hinweis: Betrachten Sie Werte der Größenordnung 8100 und treffen Sie eine allgemeine Aussage. Der Rundungsfehler entsteht durch die beschränkte Mantissenlänge.*
- (e) Wie groß kann der maximale absolute Rundungsfehler werden, wenn man statt 8 100 km 8 100 000 m speichern will?
- (f) Warum wird zur Darstellung der Zahl 0 als normalisierte, einfach genaue Gleitkommazahl nach IEEE 754 eine Ausnahmeregel benötigt?

Aufgabe 2 Kondition und Stabilität (10 Punkte)

Wenn p die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist, dann ist die Wahrscheinlichkeit dass dieses Ereignis in n unabhängigen Versuchen zumindest ein mal auftritt

$$f(p) = 1 - (1 - p)^n.$$

- a) Berechnen Sie die Konditionszahlen von f . Hinweis: $0 \leq p \leq 1$ (p ist eine Wahrscheinlichkeit).
- b) Betrachten Sie den Fall $n = 2$. Ist f gut konditioniert für $p > 0$ (Konditionszahl ≤ 1)?
- c) Kann man die Konditionszahl durch die Verwendung eines anderen Algorithmus verbessern?
- d) Was könnte ein Problem sein, wenn $p \approx 1$ ist?

Betrachten Sie die auf den reellen Zahlen \mathbb{R} definierte Funktion

$$f(x) := -x^2 + x$$

- e) Geben Sie eine Begründung an, warum sich die numerische Stabilität erhöht, wenn man die erste Funktion an der Stelle $x = 1$ mit $f(x) := x(1 - x)$ auswertet. Ersetzen Sie dazu jeweils alle Gleitpunktimplementierungen $gl(x \diamond y)$ durch $(x \diamond y) \cdot (1 + \epsilon_\diamond)$, und betrachten Sie $x \rightarrow 1$.
Beispiel: $\sin(x) - 2$ wird nach ersetzen $(\sin(x)(1 + \epsilon_1) - 2)(1 + \epsilon_2)$.

Hinweis zu wissenschaftlichem Arbeiten

Der Fachbereich Informatik misst der Einhaltung der Grundregeln der wissenschaftlichen Ethik großen Wert bei. Mit der Abgabe einer Lösung für eine schriftliche Aufgabe oder eine Programmieraufgabe bestätigen Sie, dass Sie/Ihre Gruppe die alleinigen Autoren des gesamten Materials sind. Falls die Verwendung von Fremdmaterial gestattet ist, so müssen Quellen korrekt zitiert werden. Weiterführende Informationen finden Sie auf der Internetseite des Fachbereichs Informatik:

<http://www.informatik.tu-darmstadt.de/Plagiarismus>