

# Einführung in Computational Engineering Grundlagen der Modellierung und Simulation



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Prof. Jan Peters, C. Daniel, MSc. und H. van Hoof, MSc.

Wintersemester 2013/2014

11. Übung

## Hinweise zu dieser Übung

- Für die Teilnahme an der Übung ist eine Anmeldung beim **Lernportal Informatik** notwendig. Dort sind auf der Kursseite zusätzliche Informationen zur Veranstaltung und die Regelungen zur Anrechnung der Übungsleistungen in die Endnote aufgeführt.
- **Abgabe der schriftlichen Übungsaufgaben:** In der Vorlesung, oder bis Montag, den 27.1.2014, um 13:00 Uhr im Briefkasten unseres Fachgebietes neben dem Sekretariat in Raum S2|02/E314.

## Aufgabe 1 Linear Least Squares (10 Punkte)

In dieser Aufgabe wollen wir den linear least squares Algorithmus in Matlab implementieren. Für diese Aufgabe gibt es kein Code Skeleton, stellen Sie sicher, dass Ihr Code gut leserlich und verständlich ist. Für schlecht strukturierten Code können Punkte abgezogen werden.

- Erstellen Sie eine Funktion  $[w] = \text{LeastSquares}(\phi, y)$  die Features  $\phi$  und beobachtete Werte  $y$  entgegennimmt und den errechneten Parametervektor  $w$  zurückgibt.
- Wir nehmen folgende Funktion an

$$f(x) = 3x$$

Wählen Sie 100 zufällige (gleichverteilte) Werte für  $x$  im Bereich  $[0, 100]$  aus und simulieren Sie rauschbelastete Messsensoren durch Hinzufügen von normalverteiltem Rauschen mit einem Mittelwert von 0 und einer Standardabweichung von 10. Plotten Sie die erzeugten Werte als Punktwolke und die Least Squares Lösung als Gerade.

- Linear Least Squares setzt voraus, dass unsere Funktion linear in den Features ist, nicht aber, dass die Funktion selbst linear ist. Wenn wir also nicht  $x$  als Feature benutzen, sondern kompliziertere Features, können wir mit der Least Squares Methode auch kompliziertere Funktionen fitten. Ein Beispiel für ein Polynom zweiter Ordnung wäre

$$y = w_0\phi_0 + w_1\phi_1 + w_2\phi_2,$$

mit

$$\phi_i = x^i.$$

Dies bedeutet, dass wir in einem ersten Schritt unsere Features  $\phi_i(x)$  berechnen müssen und dann den linear least squares Algorithmus aus der ersten Teilaufgabe benutzen können um die Gewichte  $w$  zu berechnen. Denken Sie daran, dass  $\phi$  in diesem Fall eine Matrix ist.

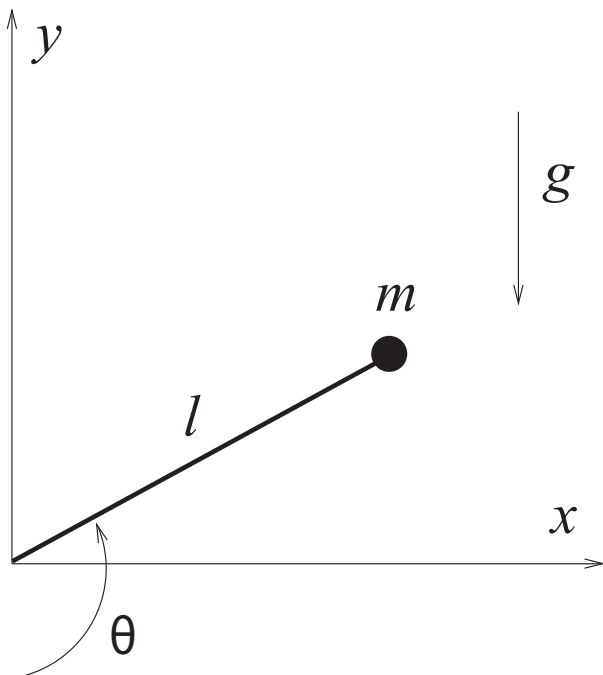
Laden Sie den Datensatz *Uebung-11-1c* fuer diese Uebung herunter und fitten Sie Polynome der Ordnung 0, 5, 10, 15, 20. Plotten Sie Ihre Ergebnisse und empfehlen Sie ein Polynom der Ordnung  $x$ . Ist es immer Sinnvoll die Ordnung des Polynoms so hoch wie moeglich zu waehlen? Begründen Sie Ihre Antworten.

## Aufgabe 2 Parameterbestimmung in dynamischen Systemen (10 Punkte)

Wir betrachten (wieder) ein stark vereinfachtes Modell einer Schiffsschaukel. Eine punktförmige Masse  $m$  repräsentiere den Schaukelkorb, der mit einem starren, masselosen Stab der Länge  $l$  aufgehängt ist. Für die Auslenkung  $\theta = 0$  hängt die Schiffsschaukel senkrecht nach unten. Die Schwingungen der Schaukel sind im Drehgelenk gedämpft mit einer zur Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\theta}$  proportionalen Dämpfung. Der Luftwiderstand wird vernachlässigt. Als Differentialgleichung für den Winkel  $\theta(t)$  ergibt sich damit

$$ml \sin(\theta)g + d\dot{\theta} + ml^2\ddot{\theta} = 0.$$

Wir haben die Masse gemessen ( $m = 55\text{kg}$ ), und uns ist bekannt, dass  $g = 9.81\text{ms}^{-2}$ . Die Länge  $l$  und der Dämpfungskoeffizient  $d$  sind uns jedoch nicht bekannt, und wir wollen lineare Regression benutzen um diese Werte zu bestimmen.



- a) Schreiben Sie die Differentialgleichung um in der Form  $\ddot{\theta} = \mathbf{w}^T \boldsymbol{\phi}(\theta, \dot{\theta}) = \sum_{i=1}^2 w_i \phi_i(\theta, \dot{\theta})$ . Hinweis: Die Features (Merkmale)  $\phi_i(\theta, \dot{\theta})$  sollen nur von bekannten Werten und  $\theta, \dot{\theta}$  aber nicht von den unbekannten Werten abhängen! Die Elemente  $w_i$  von  $\mathbf{w}$  hängen nur von unbekannten Werten ab.

Laden Sie den Datensatz von Moodle herunter. Der Datensatz enthält gemessene Werte von  $\theta$  (*theta*),  $\dot{\theta}$  (*theta\_d*) und  $\ddot{\theta}$  (*theta\_dd*). Die gemessenen Werte von  $\ddot{\theta}$  enthalten leider additives Rauschen. Berechnen Sie (z.B. in Matlab) die in (a) definierten features für jeden Datenpunkt  $(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$ .

- b) Wie können wir jetzt die Werte  $\mathbf{w}$  mittels linearer Regression abschätzen? Schreiben Sie die allgemeine Gleichung auf.
- c) Welche Werte erhalten Sie für  $\mathbf{w}$ ?
- d) Benutzen Sie die in (a) bestimmte Definition von  $\mathbf{w}^T$  um die Modellparameter  $l, d$  zu schätzen.
- e) Plotten Sie die gemessenen Werte von  $\ddot{\theta}$  zusammen mit den Voraussagen  $\mathbf{w}^T \boldsymbol{\phi}(\theta, \dot{\theta})$ .

---

## **Hinweis zu wissenschaftlichem Arbeiten**

---

Der Fachbereich Informatik misst der Einhaltung der Grundregeln der wissenschaftlichen Ethik großen Wert bei. Mit der Abgabe einer Lösung für eine schriftliche Aufgabe oder eine Programmieraufgabe bestätigen Sie, dass Sie/Ihre Gruppe die alleinigen Autoren des gesamten Materials sind. Falls die Verwendung von Fremdmaterial gestattet ist, so müssen Quellen korrekt zitiert werden. Weiterführende Informationen finden Sie auf der Internetseite des Fachbereichs Informatik:

<http://www.informatik.tu-darmstadt.de/Plagiarismus>