

Formale Grundlagen der Informatik I

4. Übungsblatt



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

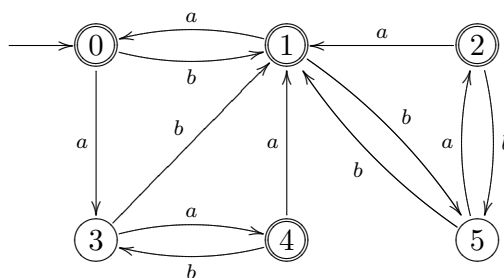
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Ulrich Kohlenbach
Alexander Kreuzer
Pavol Safarik

SS 2012

Gruppenübung

Aufgabe G1

Finden Sie einen äquivalenten DFA minimaler Größe für den folgenden DFA:



Geben Sie jedesmal, wenn Sie feststellen, dass zwei Zustände q und q' nicht identifiziert werden können, ein Wort w an, für das diese Unterscheidung notwendig ist, d.h. ein Wort w , das zu L_q gehört, aber nicht zu $L_{q'}$ (oder umgekehrt), wobei:

$$L_q = \{w \in \Sigma^* : \hat{\delta}(q, w) \in A\}.$$

Aufgabe G2

Zeigen Sie, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind.

- (a) $L_1 = \{a^n b^m \in \{a, b\}^* : n < m\}$
- (b) $L_2 = \{a^{n^2} \in \{a\}^* : n \geq 0\}$
- (c) $\text{PALINDROM} = \{w \in \{a, b\}^* : w = w^{-1}\}$ (Dies ist Übung 2.5.4 im Skript.)

Aufgabe G3

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping Lemmas, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind.

- (a) $L_1 = \{x \in \Sigma^* : 2|x|_a = |x|_b\}$
- (b*) Zusatzaufgabe:
 $L_2 = \{a^n b^m \in \Sigma^* : \text{ggT}(n, m) = 1\}$

Hinweise:

- $\text{ggT}(n, m)$ bezeichnet den größten gemeinsamen Teiler von n, m .
- Verwenden Sie in Aufgabe (b*), dass es beliebig große Primzahlen gibt (wobei eine Primzahl eine Zahl größer als 1 ist, die nur durch 1 und durch sich selbst teilbar ist).

Hausübung

Aufgabe H1

(2+2+2 Punkte)

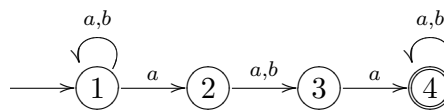
Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Entscheiden Sie, welche der folgenden Σ -Sprachen regulär sind. Falls die Sprache regulär ist, so geben Sie sowohl einen endlichen Automaten (NFA oder DFA), als auch einen regulären Ausdruck an. Falls nicht beweisen Sie, dass die Sprache nicht regulär ist.

- (a) Alle Σ -Wörter, die mit „a“ anfangen, insgesamt mindestens zwei „a“ enthalten und *genau* ein „b“ enthalten.
- (b) Alle Σ -Wörter w , so dass gilt $|w|_b \leq |w|_a \leq 2 \cdot |w|_b$.
- (c) Alle Σ -Wörter w , die mit „a“ anfangen und für die gilt, dass $|w| = 4$ und $|w|_a = |w|_b$.

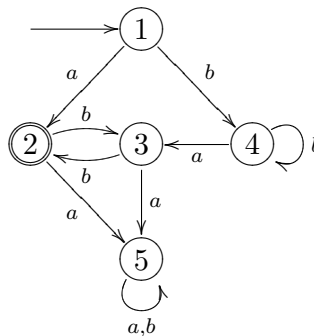
Aufgabe H2

(2+2 Punkte)

- (a) Geben Sie für den folgenden NFA einen DFA an, der die gleiche Sprache erkennt.



- (b) Zeigen Sie, dass der folgende DFA minimal ist.



Hinweis: Ein DFA ist minimal, wenn für alle Zustände x, y gilt, dass $x \not\sim y$.