Inferențe în Rețele Bayesiene

Tudor Berariu
tudor.berariu@gmail.com

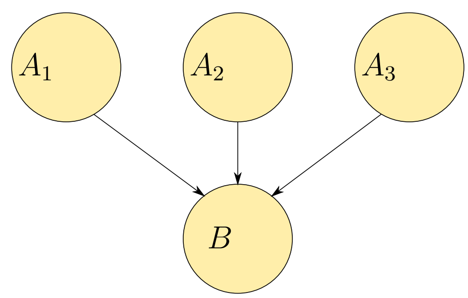
3 februarie 2015

1. Mai multe cauze ale aceluiași eveniment

Trei cauze

Fie rețeaua bayesiană din figura de mai jos. Aceasta este descrisă de următorii parametri:

$P(A_1)$
$P(A_2)$
$P(A_3)$
$P(B|A_1, A_2, A_3)$
$P(B|A_1, A_2, \neg A_3)$
$P(B|A_1, \neg A_2, A_3)$
$\ldots$
$P(B|\neg A_1, \neg A_2, \neg A_3)$



Problema Să prespupunem că dorim să calculăm $P(A_1|B)$.

Conform Teoremei lui Bayes:

$$P(A_1|B) = \frac{P(B|A_1) \cdot P(A_1)}{P(B)} \tag{1}$$

În Ecuația 1 avem două cantități necunoscute: $P(B|A_1)$ și $P(B)$.

Aplicând formula probailităților totale:

$$P(B|A_1) = P(B|A_1, A_2) \cdot P(A_2|A_1) + P(B|A_1, \neg A_2) \cdot P(\neg A_2|A_1) \qquad (2)$$

Dar, cum [fără a fi B observat] A_1 și A_2 sunt condițional independente, $P(A_2|A_1) = P(A_2)$ și $P(\neg A_2|A_1) = P(\neg A_2)$, iar Ecuația2 devine:

$$P(B|A_1) = P(B|A_1, A_2) \cdot P(A_2) + P(B|A_1, \neg A_2) \cdot P(\neg A_2) \qquad (3)$$

Aplicând din nou formula probabilităților totale pentru a factoriza după A_3:

$$\begin{aligned}
P(B|A_1) &= P(B|A_1, A_2) \cdot P(A_2) + P(B|A_1, \neg A_2) \cdot P(\neg A_2) \\
P(B|A_1) &= \big(P(B|A_1, A_2, A_3) \cdot P(A_3|A_1, A_2) + \\
&\quad P(B|A_1, A_2, \neg A_3) \cdot P(\neg A_3|A_1, A_2)\big) \cdot P(A_2) + \\
&\big(P(B|A_1, \neg A_2, A_3) \cdot P(A_3|A_1, \neg A_2) + \\
&\quad P(B|A_1, \neg A_2, \neg A_3) \cdot P(\neg A_3|A_1, \neg A_2)\big) \cdot P(\neg A_2)
\end{aligned}$$

N **cauze**