

## Seminar 1 - mulțimi

Ex 1:  $A = \{x \mid x = \frac{a+1}{2a+1} \mid a \in \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}\} = \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\} = B$

Ex 2:  $(3N+2) \cap (5N+1) = 15N+11$

Ex 3: Det  $A, B$ ,  $A \cup B = \{1, \dots, 5\}$ ,  $A \setminus B = \{1, 3\}$ ,  $A \cap B = \{2, 4\}$

Ex 4:  $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid x = \frac{n^2+1}{2n^2+n+1} \mid n \in \{1, 2, \dots, 1000\}\}$ ,  $|A| = ?$

Ex 5:  $A = \{1, 2, \dots, m\}$  - Căți mulțimi  $\neq \text{cont } A$ ?

## Seminar 2 - Principiul includerii și Excluderii

Ex 1 <sup>Calc</sup>  $f(n) \mid p \mid n \geq 2$

Ex 2:  $f: M \rightarrow M$ . Ac.  $f$  inj,  $f$  surj,  $f$  bij

Ex 3 Ac  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(n) = \{n\sqrt{2}\}$  e inj.

## Seminar 3 - Funcții

Ex 1:  $f: A \rightarrow B$ . Ac  $f$  e surj  $\Leftrightarrow g: B \rightarrow A$  ai  $f \circ g = 1_B$   
 $f$  e inj  $\Leftrightarrow h: B \rightarrow A$  ai  $h \circ f = 1_A$

Ex 2: Ac nu există  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  prop.  $|f(x) - f(y)| > 1$

## Seminar 4 - Relații de echivalență

Ex 1  $x \sim y \Leftrightarrow x^2 - 3x = y^2 - 3y$ . AC  $\sim$  e rel de echiv.

~~Ex 2~~ calc IR, det SCR, e bimedel

$$f(E) = E^2 + 17E$$

Ex 2 Pe  $\mathbb{C}$  def  $\sim^4 z \sim y \Leftrightarrow |z| = |y|$

AC  $\sim$  e rel de echiv

Ex 4  $x \rho y \Leftrightarrow x \cap B = y \cap B$  AC Prelechi și

$P(A)_\rho$  este în bij cu  $P(B)$

Ex 5 Toate partițiile pe  $\emptyset$  mult

## Seminar 5 - Legi de compoziție, grupuri

Ex - AC. e grup

~~Seminar 6~~ -  $2019^{2019} \pmod{100}$

~~Ex 1~~  $2019^{2019} \pmod{100}$

Ex 2 -  $x * y = \frac{1}{2}(x+y)$  AC  $*$  e grup abelian.

Ex 3 AC subgr lui  $(\mathbb{Z}, +)$  sunt submult  $n\mathbb{Z}$



## Seminar 7 Grupuri izomorfe

Ex 1  $\langle x \rangle$ ,  $x^2 = 1$  e abelian

Ex 2  $(\mathbb{Z}_8, +)$  si  $(U_8, \cdot)$  ( $U_8 = \{z \in \mathbb{C} \mid z^8 = 1\}$ ). Sunt izomorfe intre ele? Cum sunt izom?

## Seminar 8 - Ordinul unui elem.

Ex 1  $\langle x \rangle$  un grup cu elem e izomorf cu  $(\mathbb{Z}_n, +)$  ori cu  $(\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2, +)$

Ex 2, 4  $\text{ord}(x) \mid n$  in  $(\mathbb{Z}_n, +)$  cum se face asta?

Ex 3 Det elem de ord 8 din  $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_{10}$ .

## Seminar 9 - Permutări

Ex 1 - cikli disj,  $\text{sgn}(\sigma)$ ,  $\sigma^{2017}$ ,  $\text{ord}(\sigma)$ ,  $\sigma^{-1}$ , toate perm  $\sigma^2 = \tau$ ,  $\tau$  perm pară? Există perm de ord 35 in  $S_{10}$ ?

## Seminar 10 - Permutări

Ex 1 - cikli disj, transp,  $\text{sgn}(\sigma)$ ,  $\sigma^{2020}$ , toate perm  $\sigma$  cu  $\sigma^3 = \tau$ ,  $\text{ord}(\tau) = 9$ , poate fi perm pară?

Ex 2  $\sigma = (12)(34)(56)(78)$ ,  $\sigma^2 = \tau$ . Per ec.

Ex 3  $\sigma = (12)(34)(56)(78)(910)$ . Există un  $n$ -ciclu cu  $\sigma = \tau^n$ ?

## Seminar 11 - Permutari - k-ciclu, ord

Ex 1 nr de permutari in  $S_n$ , care se scriu ca prod de 2-cicli disj.

Ex 2 ord in  $k$ -ciclu

Ex 3 Ac  $S_n$  e generat de transp  $(12), (13), (14), \dots, (1n)$   
 $(12), (123), (1234), \dots, (123\dots n)$

## Seminar 12 - Inele, ideale, lemma chinezesc

Ex 1  $a\mathbb{Z} + b\mathbb{Z} = (a, b)\mathbb{Z}$

Ex 2 Calc idealele:  $18\mathbb{Z} + (2\mathbb{Z} \cap 3\mathbb{Z}) =$   
 $= 18\mathbb{Z} + 6\mathbb{Z} = 6\mathbb{Z}$

Ex 4 Ac  $f: \mathbb{Z}[i] \rightarrow \mathbb{Z}_2$   $f(a+bi) = a+b$  este un morfism de inele.

Ex 5 Def. idealele indului produs direct  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$

Ex 6  $d = a \cdot m + b \cdot t$ .  $m$  si  $t = ?$

Ex 7 Cel mai mic nr natn imp la 5 rest 3,  
 $m: 7 = \text{rest } 2$ ,  $m: 9 = \text{rest } 8$ .

## Seminar 13 - Teorema lui Euler rest

Ex 1 aflat restul imp

Ex 5 AC -  $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 / x^{46} + x^{33} + x^{22} + x^{11} + 1$

Ex 4 Rez. ec.  $\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{97x} = 5$

Ex 8  $p$ -prim  $\Leftrightarrow (p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$



Crit lui Eisenstein

## Seminar 14 - Izomorfisme de inele

Ex 1 AC. avem even izom  $\mathbb{Q}[x] \underset{(A-2)}{\simeq} \mathbb{Q}[\sqrt{2}] =$

Ex 2  $AC(x^m - 1, x^n - 1) = x^{\frac{m, n}{-1}} = \sqrt{a + b\sqrt{2}}$

Ex 4 AC  $x^{100} - 125$  este ireductibil în  $\mathbb{Q}[x]$