KOSARAJU - determinarea C.T.C. (în graf orientat) : $O(n+m)$

1. constr G^T
2. DFS pe G + ad. în stivă nodurile, în ordinea finalizării
3. DFS pe G^T, în ord. în care scoatem nodurile din stivă.

SORTARE TOPOLOGICĂ 1 - dacă G este aciclic => are o sort. topol.
(= ord. a vârfurilor)

cât timp $|V(G)| > 0$ execută
alege v ~~din~~ cu $d^-(v) = 0$
adaugă v în ordonare
$G \leftarrow G - v$

Similar cu BF : - pornim cu toate vf. cu grad intern 0 și le ad. în coadă
- extr. vf. din coadă, îl elim din graf (doar scădem gr. int ale vec, nu îl elim. din reprez);
ad. în coadă vecinii al căror grad intern devine 0

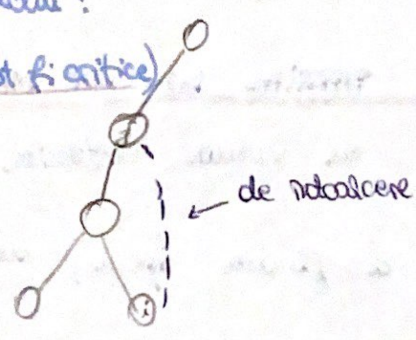
Def: MUCHIE CRITICĂ (punte) = prin eliminarea sa crește nr. de compon. conexe ale grafului

⇕

nu este conținută într-un ciclu (dem: dc nu e critică => este conț în ciclu)

Facem parc. DF => 2 t. de muchii:

- de avansare (doar ele pot fi critice)
- de întoarcere



- (i,j) critică <=>
- nu este conț. într-un ciclu închis de o m. de întoarcere <=>
- nu există o muchie de întoarcere cu extremitățile
  a) j / un desc al lui j
  b) i / un asc al lui i

niv_min [i] = cât de sus putem ajunge din i mergând în sensul parc. DF

Def: PUNCT CRITIC = v este pct. critic $\Leftrightarrow \exists$ 2 vf. $x, y \neq v$ a.î. v aparține oricărui lanț de la x la y.

ex: În arb. DF → răd. este PCT-CRITIC
↳ un alt vf. este critic $\Leftrightarrow$ are cel puțin un fiu j cu niv_min[j] $\geq$ nivel[i]

Def: GRAF BICONEX = graf fără pct. critice

Cum det?
- când un fiu j semnalează că vf. curent i este critic, adică niv [i] $\leq$ niv_min [j], afișăm compon. care conț. muchia ij

Def: GRAF BIPARTIT = graf în care $\exists$ o partiție în 2 submulț. de vârfuri, V_1 și V_2, $\begin{cases} V = V_1 \cup V_2 \\ V_1 \cap V_2 = \emptyset \end{cases}$, a.î. orice muchie are o extremitate în V_1 și alta în V_2.

! Arborele = graf bipartit

$$\boxed{|e \cap V_1| = |e \cap V_2| = 1, \forall e \in E}$$

Th: ($n \geq 2$) G bipartit $\Leftrightarrow$ toate ciclurile elementare din G sunt pare
KONIG dem: un ciclu impar nu poate fi colorat regulat cu 2 culori

ARBORE PARȚIAL DE COST MINIM : GRAF CONEX + FĂRĂ CICLURI (= ARBORE) cu suma costurilor muchiilor minimă

Pt. a forma apcm, adăugăm succesiv muchii cu cost final min.

Algoritmi de determinare APCM:

Culori

Kruskal

unim doar nodurile cu cul. dif., până au toate aceeași culoare

- Inițial T= (V; ∅)
- pentru i = 1, n−1
  - alege o muchie uv cu cost **minim** a.î. u,v sunt în componente conexe diferite (T+uv aciclic)
  - E(T) = E(T) ∪ uv

N-de[illegible]: $O(m \log n + n^2)$

- la un pas selectam o muchie de cost minim care unește 2 comp. conexe, dar NU formează ciclu

Prim

sursa

- s- vârful de start
- Inițial T= ({s}; ∅)
- pentru i = 1, n−1
  - alege o muchie uv cu cost minim a.î. u∈V(T) și v∉V(T)
  - V(T) = V(T) ∪ {v}
  - E(T) = E(T) ∪ uv

pleacă din sursă și avansează mereu pe ~~[illegible]~~ muchia cu costul minim (dintre toate posibilitățile)

- pornim dintr-un vârf și la fiecare pas selectam o muchie de cost minim de la un vf adăugat la unul neadăugat