

Labor 4: Übungsblatt

Übung 1 Bestimme die allgemeine Lösung der folgenden DGL-Systeme und stelle etwa Lösungen graphisch dar:

$$(a) \begin{cases} x' = x + 4y \\ y' = x + y \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x' = 2x - y \\ y' = x + 2y \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x' = x - y + z \\ y' = x + y - z \\ z' = -y + 2z \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x' = 5x + 3y + 1 \\ y' = -6x - 4y + e^{-t} \end{cases}$$

Übung 2 Bestimme die Lösungen der folgenden AWP und stelle diese Lösungen graphisch dar:

$$(a) \begin{cases} x' = x + 4y \\ y' = x + y \\ x(0) = 1 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x' = x - y + t - 1 \\ y' = -2x + 4y + \cos(t) \\ x(0) = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x' = x + 2y + e^{-t} \\ y' = -2x + y + 1 \\ x(0) = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Übung 3 Betrachte das DGL-System::

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -x - 2y \end{cases}$$

(a) Bestimme die allgemeine Lösung des Systems.

(b) Berechne: $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$ und $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$.

(c) Stelle das Phasenporträt dar.

Übung 4 Stelle für die folgenden DGL-Systeme das Phasenporträt dar und entscheide (ohne die Lösung zu berechnen) ob die folgende Gleichung gilt:
 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0.$

$$(a) \begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = x + 2y \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x' = y \\ y' = -x \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x' = -x - y \\ y' = x - y \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x' = -2x \\ y' = -4x - 2y \end{cases}$$