Labor 4. Aufgaben

1. Prüfe ob die folgenden Funktionen Lösungen der angegebenen DGL sind:

   (a) $xy'' - (x+1)y' - 2(x-1)y = 0, y_1(x) = \exp(2x), y_2(x) = x^2 + 1$

   (b) $y'' - \tan(x)y' + 2y = 0, y_1(x) = \cos(x), y_2(x) = \sin(x)$

   (c) $x^3y''' - 3x^2y'' + 6xy' - 6y = 0, y_1(x) = x, y_2(x) = x^2$

   (d) $xy'' - (2x+1)y' + (x+1)y = 2x^2\exp(x), y_1(x) = \frac{2}{3}x^3\exp(x), y_2(x) = x^2\exp(x)$

2. Finde eine Lösung der folgenden DGL, die in der partikulären Form gegeben ist.

   (a) $xy'' - (2x+1)y' + 2y = 0, u(x) = \exp(ax);$

   (b) $y'' + y' - \frac{y}{x} = 0, u(x) = ax + b$

   (c) $xy'' + 2y' - xy = 0, u(x) = \frac{\exp(ax)}{bx+c}$

   (d) $xy''' - y'' - xy' + y = -x^2, u(x) = ax^2 + bx + c.$

3. Zeige dass die folgenden Funktionen aus S ein Lösungsfundamentalsystem bilden, für die zugehörigen linearen homogenen DGL:

   (a) $S = \{x, \exp(x)\}, (x-1)y'' - xy' + y = 0;$

   (b) $S = \{\frac{\exp(x)}{x}, \frac{\exp(-x)}{x}\}, xy'' + 2y' - xy = 0$

   (c) $S = \{x, \exp(x), \exp(-x)\}, xy''' - y'' - xy' + y = 0$

   (d) $S = \{x, \frac{1}{x}, 2x\log(x)+2\}, x^2(2x-1)y''' + (4x-3)xy'' - 2xy' + 2y = 0.$

4. Bilde die lineare homogene DGL für die angegebene Lösungsfundamentalsystem S:

   (a) $S = \{\cos(x), \sin(x)\}$

   (b) $S = \{\exp(2x), x+1\}$

   (c) $S = \{x, x^3, x^{-1}\}$

   (d) $S = \{\exp(x), x, \frac{\exp(x)}{x}\}$