样本均值是随机向量 X 期望（若存在）的无偏估计：

$$\overline{X}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}X_i$$

样本方差是方差的无偏估计：

$$E\left[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2\right]=\sigma^2$$

之所以在分母使用（n-1）而非 n 证明如下：

首先：

$$D(CX)=C^2D(X)$$

（易证）

$$D(X+Y)=D(X)+D(Y)$$

（相互独立，易证）

$$E(X^2)=E(X)^2+D(X)$$

所以对于上述样本方差：

$$E\left[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2\right]$$

化简后得：

$$\frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n}E(X_i^2)-\sum_{i=1}^{n}2*E(X_i)*E(\overline{X})+\sum_{i=1}^{n}E(\overline{X}^2)\right]$$

再次化简：

$$\frac{1}{n-1}\left[nE(X_i)^2+nD(X_i)-2*n*E(\overline{X})^2+nE(\overline{X})^2+nD(\overline{X})\right]$$

再次化简：

$$\frac{1}{n-1}\left[nD(X_i)-nD(\overline{X})\right]$$

最后：

$$\frac{1}{n-1}\left[nD(X_i)-\frac{1}{n}D(X_i)\right]$$

于是样本方差是方差的无偏估计。

定性的思考，因为样本均值一定会偏离实际均值，所以样本减去样本均值的值一定会大于实际的方差，所以需要适当的做一次「缩小」。

参考：
https://www.cnblogs.com/yinheyi/p/6991715.html

https://www.zhihu.com/question/20099757

https://zhuanlan.zhihu.com/p/338260722