



## Değişkenlik Ölçüleri

Doç. Dr. Meryem ULUSKAN

2021

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Değişkenlik Ölçüleri

- Herhangi bir merkezi eğilim ölçüsü anakütle hakkında yeterli bilgiyi veremez.
- Anakütle değerlerinin birbirlerinden ne kadar farklı olduklarını gösteremez.
- Bir anakütlenin değişkenliğinin (dağılımının) ölçülmesi, onun merkezi eğiliminin ölçülmesi kadar önemlidir.
- Değişkenlik temelde iki şekilde ölçülür:
  - Değişkenlik ölçüsü olarak, belirli gözlem değerleri arasındaki uzaklığın ölçülmesi (belirlenmesi),
  - Her bir gözlemin anakütle merkezinden sapmaların ortalamasının ölçülmesi (belirlenmesi)

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Değişkenlik Ölçüleri

### 1) Değişim Aralığı

- En büyük gözlem değeri ile en küçük gözlem değeri arasındaki farktır.

$$DA = R = X_{enb} - X_{enk}$$

- Gözlemlerin ölçü birimi ile ifade edilir.
- Gözlemlerin aşırı büyük veya aşırı küçük olmasından etkilenir / etkilenmez ??

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Değişkenlik Ölçüleri

### 1) Değişim Aralığı

- Gözlemlerdeki sadece iki uç değere bağlı olduğundan değişimi sadece kabaca açıklar.
- Gözlem sayısı artarsa R'de de artma eğilimi gözlenir.
- Gözlem gruplarının (örneklerin) karşılaştırılmasına uygun değildir.
- **Küçük örnekler için değişkenliğin ölçümünde iyi bir ölçüdür.**
- **Büyük örneklerde kararsız bir ölçüdür.**
- İSK'da yaygın olarak kullanılır.

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Değişkenlik Ölçüleri

### 2) Ortalama Sapma

- Gözlem değerlerinin aritmetik ortalamadan veya ortancadan mutlak sapmalarının AO'sına denir.

$$OS = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sum |X_i - \bar{X}|}{n} \\ \frac{\sum |X_i - \tilde{X}|}{n} \end{array} \right.$$

- Tüm gözlem değerlerine bağlı bir ölçüdür.
- Mutlak değer işlemlere uygun olmayışı bu ölçünün sakıncalı yanıdır.

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Değişkenlik Ölçüleri

### Varyans ve Standart Sapma

- DA ve OS'nin yetersiz olması başka değişim ölçülerinin belirlenmesini gerektirmiştir.

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Değişkenlik Ölçüleri

### 3) Varyans

- Gözlem değerlerinin AO'sından sapmalarının karelerinin AO'sıdır.
- En iyi değişkenlik ölçüsüdür.

$X_1, X_2, \dots, X_N$  : Anakütleden yapılan gözlem değerleri

$\mu$  = Anakütlenin AO'sı

$$V(X) = B [(X - \mu)^2] \quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}$$

- Varyans (birim)<sup>2</sup> şeklinde ifade edilir.

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Değişkenlik Ölçüleri

### 3) Varyans

<u>Basit Seri</u>	
Anakütle	Örneklem
$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}$	$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}$

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Değişkenlik Ölçüleri

### 3) Varyans

<i>Frekans Serisi</i>	
Anakütle	Örneklem
$\sigma^2 = \frac{\sum n_i (X_i - \mu)^2}{N}$	$s^2 = \frac{\sum n_i (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}$

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Değişkenlik Ölçüleri

### 3) Varyans

<i>Sınıflandırılmış Seri</i>	
Anakütle	Örneklem
$\sigma^2 = \frac{\sum n_i (X_i^* - \mu)^2}{N}$	$s^2 = \frac{\sum n_i (X_i^* - \bar{X})^2}{n - 1}$

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Değişkenlik Ölçüleri

### 4) Standart Sapma

- Varyansın pozitif kareköküne veya gözlemlerin ortalamadan farklarının kareli ortalamasına denir.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \mu)^2}{N}}$$

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Değişkenlik Ölçüleri

### 5) Değişim Katsayısı

- Gözlemlerin standart sapmasının AO'ya oranının 100 ile çarpılmasından elde edilir.

<u>Anakütle</u>	<u>Örneklem</u>
$DK = \frac{\sigma}{\mu} * 100$	$DK = \frac{s}{\bar{X}} * 100$

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Değişkenlik Ölçüleri

### 5) Değişim Katsayısı

- Birimsizdir.
- Boy (cm), ağırlık (kg) gibi **ölçü birimleri farklı** olan 2 veya daha fazla değişkeni kıyaslamada kullanılır.
- **Ölçü birimleri aynı fakat terimlerin sayıları ve büyüklükleri farklı** olan serilerin değişkenliğini kıyaslamada kullanılır.

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Değişkenlik Ölçüleri

### 5) Değişim Katsayısı

- Aynı değişkene ilişkin iki veri seti için AO'lar eşit ise varyansı küçük olan veri setindeki birimlerin ölçüm alınan değişken bakımından daha homojen oldukları söylenir.
- Örneğin A ve B atölyelerinden alınan çıktıların ortalama ve varyansları

	Aritmetik ortalama	Varyans
A makinesi	80	100
B makinesi	80	25

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Değişkenlik Ölçüleri

### 5) Değişim Katsayısı

	Aritmetik ortalama	Varyans
A makinesi	80	100
B makinesi	80	25

- ... makinasının çıktılarının ... makinasının çıktılarına göre daha homojen oldukları söylenebilir.

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Değişkenlik Ölçüleri

### 5) Değişim Katsayısı

	Aritmetik ortalama	Varyans
A makinesi	80	100
B makinesi	80	25

- B makinasının çıktılarının A makinasının çıktılarına göre daha homojen oldukları söylenebilir.

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021



## Değişkenlik Ölçüleri

### 5) Değişim Katsayısı

- Ters durumda??
- Yani aynı değişkene ilişkin iki veri seti için AO'lar farklı ise varyansı küçük olan diğerine göre daha homojen olmayabilir.
- Bu durumda ölçüm alına değişken bakımında daha homojen olan birimleri belirlemek için **değişim katsayısı** kullanılır.

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Değişkenlik Ölçüleri

### 5) Değişim Katsayısı

- **Değişim katsayısı küçük olan veri seti** ile ilgili birimlerin ölçüm alınan değişken bakımından **daha homojen** olduğu söylenir.
- Hangi veri seti daha homojendir?

	Aritmetik ortalama	Varyans
A makinesi	100	10
B makinesi	1000	10

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Değişkenlik Ölçüleri

### 5) Değişim Katsayısı

- Hangi veri seti daha homojendir? Neden?

	Aritmetik ortalama	Varyans
A makinesi	100	10
B makinesi	1000	10

$$DK_A = \frac{10}{100}$$

$$DK_A = \frac{10}{100} * 100$$

$$DK_B = \frac{10}{1000}$$

$$DK_B = \frac{10}{1000} * 100$$

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Değişkenlik Ölçüleri

### 5) Değişim Katsayısı

	Aritmetik ortalama	Varyans
A makinesi	100	10
B makinesi	1000	10

- 100'e göre 10 değişim mi?
- 1000'e göre 10 değişim mi fazladır?

$$DK_A = \frac{10}{100} * 100$$

$$DK_B = \frac{10}{1000} * 100$$

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Değişkenlik Ölçüleri

### 5) Değişim Katsayısı

	Aritmetik ortalama	Varyans
A makinesi	100	10
B makinesi	1000	10

- 100'e göre 10 değişim mi?
- 1000'e göre 10 değişim mi fazladır?

$$DK_A = \frac{10}{100} * 100 \quad DK_B = \frac{10}{1000} * 100$$

$DK_B < DK_A$  olduğundan B makinesinden elde edilen veriler daha homojendir.

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Çarpıklık (Asimetri)

- Bir serinin simetriklikten uzaklaşma ölçüsüne **Çarpıklık (Asimetri)** denir.


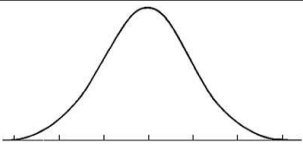

Serinin  $\mu$ 'ye göre durumunun bir ölçüsüdür.

AO civarındaki 3. momentin  $\sigma^3$ 'e oranı şeklinde bulunur.

$$\alpha_3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\frac{\sum (X_i - \mu)^3}{n}}{\left[ \frac{\sum (X_i - \mu)^2}{n} \right]^{\frac{3}{2}}}$$

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Çarpıklık (Asimetri) hangisi?

$\alpha_3$	
$\alpha_3 > 0$ ise seri sağa yaygın	 <p>Right skewed distribution: Mean is to the right</p> <p>Left skewed: Mean is to the left</p>
$\alpha_3 = 0$ ise seri simetrik	
$\alpha_3 < 0$ ise seri sola yaygın	 <p>Right skewed distribution: Mean is to the right</p> <p>Left skewed: Mean is to the left</p>

Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Basıklık (Kurtosis)

- Bir serinin sivrilik ölçüsüne Basıklık ölçüsü denir.

AO civarındaki 4. momentin  $\sigma^4$ 'e oranı şeklinde bulunur.

$$\alpha_4 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{\frac{\sum (X_i - \mu)^4}{n}}{\left[ \frac{\sum (X_i - \mu)^2}{n} \right]^2}$$

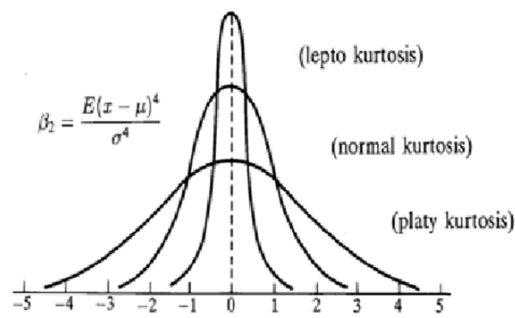
Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021

## Basıklık (Kurtosis)

$\alpha_4 > 3$  ise seri (sivri)dik

$\alpha_4 = 3$  ise seri normal

$\alpha_4 < 3$  ise seri basık



Doç. Dr. Meryem Uluskan - 2021