

Niceliksel Kontrol Grafikleri

Bölüm 3

Birimler ve Hareketli R (MR) Kontrol Grafikleri

Prof. Dr. Ezgi AKTAR DEMİRTAŞ

BİRİMLER KONTROL GRAFİĞİ

(Control Chart for Individuals)

- Süreçten alınan örnekler her zaman 4-5 birimden oluşturulamaz.
- Zaman, maliyet, tahribatlı muayene, vb. nedenlerle tek birimlik örnekler ($n=1$) almak gerekir.
- Bu tip durumlarda $n>1$ olmadığından, \bar{X} -kontrol grafiği ve merkezi limit teoremi varsayımları kullanılmaz.

$n=1$ iken;

\bar{X} -KG yerine

X-KG (Birimler KG) kullanılır.

- **X-kontrol grafiği**, (Birimler-KG) olarak bilinen bu grafiğin kontrol sınırları belirlenirken;
- n birimlik örnek ortalamalarının ortalaması ($\bar{\bar{X}}$) ve n birimlik örneklerin standart sapması ($\hat{\sigma}/\sqrt{n}$) yerine, doğrudan gözlemlerin ortalamaları (\bar{X}) ve standart sapmaları ($\hat{\sigma}$) kullanılır.
- ***Parametrelerin bilindiği durumda ise \bar{X} yerine μ ve $\hat{\sigma}$ yerine σ kullanıldığını unutmayınız.***

Kontrol Sınırları Nasıl Hesaplanır ?

Süreç parametreleri biliniyor iken;

$$\dot{ÜKS}_Y = \mu_Y + 3\sigma_Y$$

Y: ilgilenilen kalite karakteristiği

$$OÇ_Y = \mu_Y$$

$$AKS_Y = \mu_Y - 3\sigma_Y$$



Parametreler bilinmiyor ise ???

$n > 1$ iken kontrol sınırlarının;

$\hat{\mu} \pm 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$ şeklinde oluşturulduğunu ve

süreç ortalaması ile süreç standart sapmasının

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}} \quad \hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \text{ ya da } \hat{\sigma} = \frac{\bar{s}}{c_4} \text{ ya da } \hat{\sigma} = \frac{\bar{s}'}{c_2}$$

şeklinde tahminlendiğini önceki haftalarda anlatılan derslerden (nicel-KG bölüm 1-2) hatırlayınız.

$n=1$ iken;

$\hat{\mu} = \bar{X}$ olur.

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{m}$$

Ancak $\hat{\sigma}$ nasıl tahminlenecek ???

- s hesaplanamaz. Tek gözlemin standart sapması (s) sıfırdır!!!
- R de (değişim aralığı) hesaplanamaz !!!

$$R = X_{\max} - X_{\min} = \text{?????}$$

- Bu durumda sürecin standart sapması, hareketli değişim aralıklarından (moving range-MR) yararlanılarak tahmin edilir.
- **Parametreler bilinmediğinde;**

- $MR_i = |X_i - X_{i-1}|$

- $\overline{MR} = \frac{\sum MR_i}{m-1}$

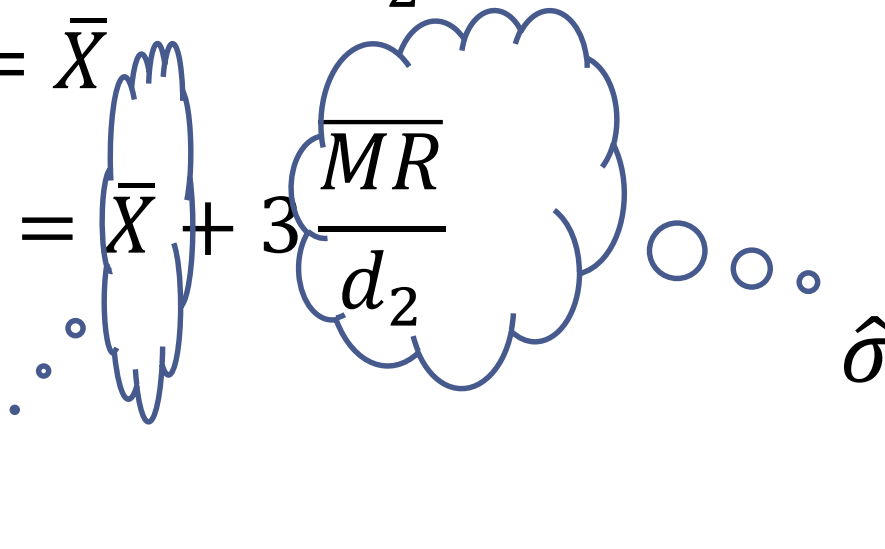
- $\hat{\sigma} = \frac{\overline{MR}}{d_2}$

Her seferinde bir sonraki gözlem ile önceki arasındaki fark: ikinci ile birinci, üçüncü ile ikinci dördüncü ile üçüncü gibi

Bu durumda örnek sayısı-1 kadar hareketli R hesaplanabilir.

ÖNEMLİ NOT: Tablodan d_2 katsayısı bulunurken hangi n değeri alınacak? İkili hareketli R kullanıldığından $n=2$ için olan d_2 kullanılır.

**Bu durumda,
Süreç parametreleri bilinmiyor iken kontrol sınırları**

$$\begin{aligned} AKS_X &= \bar{X} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \\ OÇ_X &= \bar{X} \\ ÜKS_X &= \bar{X} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \end{aligned}$$


- Bu sebeple Birimler-KG'de gözlem değerleri doğrudan spesifikasyon sınırlarının da bulunduğu kontrol grafiğine işaretlenebilir.
- Çünkü kontrol sınırları ile doğal tolerans sınırları aynı olduğundan, spesifikasyon sınırları ile doğal tolerans sınırları aynı kontrol grafiği üzerinde kıyaslanmış olur.

İSPAT

n>1 iken;

$$\text{KS} \longrightarrow \hat{\mu} \mp 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \quad \text{ve} \quad \text{DTS} \longrightarrow \hat{\mu} \mp 3\hat{\sigma}$$

$$\left[\begin{array}{l} \hat{\mu} = \bar{\bar{X}} \\ \hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad \text{ya da} \quad \hat{\sigma} = \frac{\bar{s}}{c_4} \quad \text{ya da} \quad \hat{\sigma} = \frac{\bar{s'}}{c_2} \end{array} \right]$$

n=1 iken;

$$\text{KS} \longrightarrow \hat{\mu} \mp 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \quad \text{ve} \quad \text{DTS} \longrightarrow \hat{\mu} \mp 3\hat{\sigma}$$

- $\sqrt{n}=1$ olduğuna göre KS ve DTS aynı sınırlara sahiptir.

$$\left[\hat{\mu} = \bar{X} \quad \text{ve} \quad \hat{\sigma} = \frac{\overline{MR}}{d_2} \right]$$

Hareketli R KONTROL GRAFİĞİ

(Moving Range Control Chart)

$n=1$ iken;

R-KG,
s-KG
S' –KG

} **yerine** Hareketli R (MR)-KG

kullanılır.

Hareketli R Kontrol Grafiği

parametreler

bilinmiyor;

$$\ddot{U}KS_{MR} = D_4 \overline{MR}$$

$$O\check{C}_{MR} = \overline{MR}$$

$$AKS_{MR} = D_3 \overline{MR}$$

biliniyor;

$$\ddot{U}KS_{MR} = D_2 \sigma$$

$$O\check{C}_{MR} = d_2 \sigma$$

$$AKS_{MR} = D_1 \sigma$$

Örnek

Boya üreticisi bir firma astar boya olarak kullanılan bir ürünün akışkanlığını (viskozite) kalite karakteristiği olarak belirlemiştir. Üretim sürecinin kontrol altında olup olmadığını belirlemek için 15 farklı zaman diliminde 1'er litrelik boya örnekleri alınarak akışkanlık değerleri kaydedilmiştir:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	ortalama
33,75	33,05	34	33,81	33,46	34,02	33,68	33,27	33,49	33,2	33,62	33	33,54	33,12	33,84	33,5233
MR _i	0,7	0,95	0,19	0,35	0,56	0,34	0,41	0,22	0,29	0,42	0,62	0,54	0,42	0,72	0,48071

$$MR_2 = |33,05 - 33,75| = 0,7 \dots MR_{15} = |33,84 - 33,12| = 0,72$$

μ ve σ bilinmiyor.

$$\bar{X} = 33,5233$$

$$\overline{MR} = 0,48071$$

$$AKS_X = \bar{X} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} = 33,52 - 3 * \frac{0,48}{1,128} = \\ = 32,245$$

$$OÇ_X = \bar{X} = 33,52$$

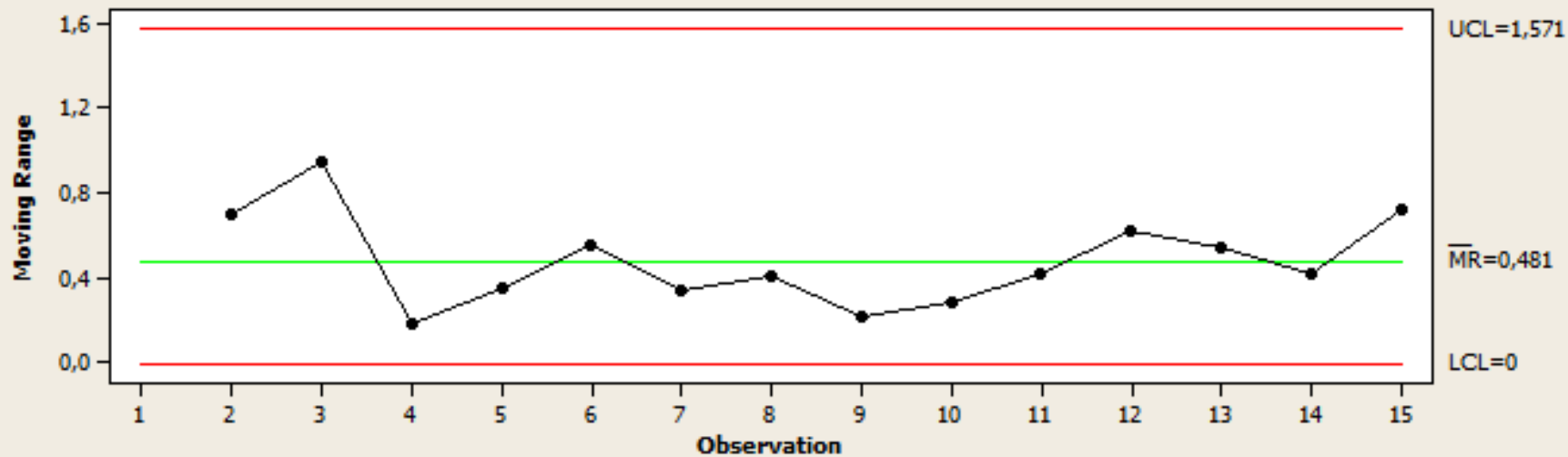
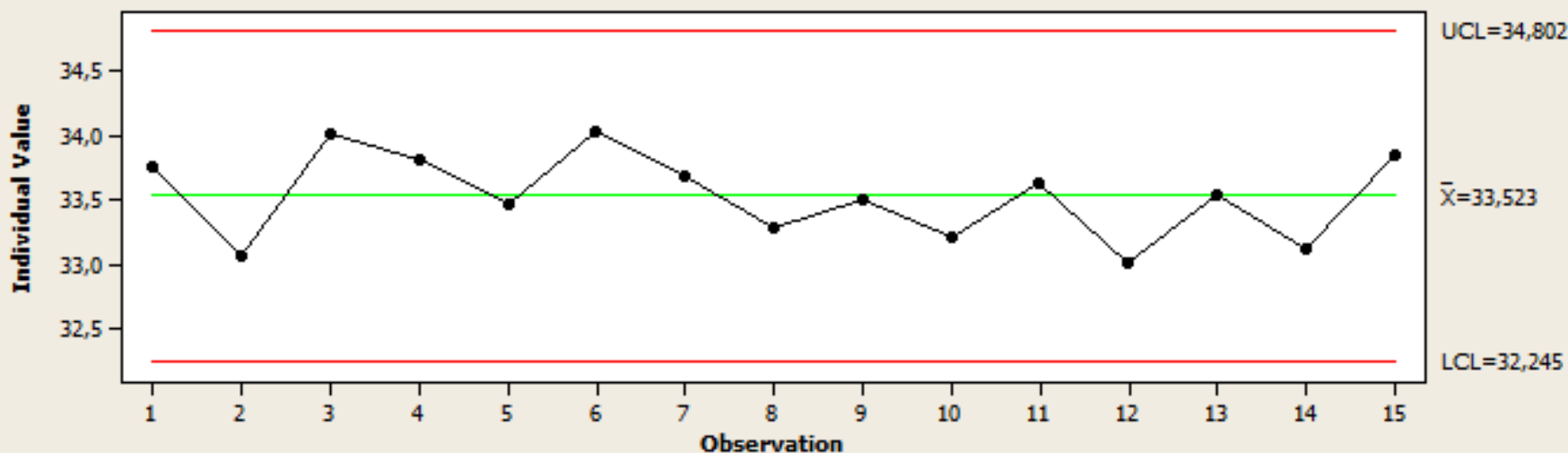
$$ÜKS_X = \bar{X} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} = 33,52 + 3 * \frac{0,48}{1,128} \\ = 34,802$$

$$\ddot{U}KS_{MR} = D_4 \overline{MR} = 3,267 * 0,48071 = 1,571$$

$$O\check{C}_{MR} = \overline{MR} = 0,48071$$

$$AKS_{MR} = D_3 \overline{MR} = 0 * 0,480701 = 0$$

I-MR Chart of visco



Sürecin kontrol altında olduğu söylenebilir.

Süreç parametreleri tahminlenirse;

$$\hat{\mu} = \bar{X} = 33,52 \quad \text{ve} \quad \hat{\sigma} = \frac{\overline{MR}}{d_2} = \frac{0,481}{1,128} = 0,4262$$

Doğal Tolerans Sınırları;

$$\text{ÜDTS} = 33,52 - 3 * 0,4262 = 34,8$$

$$\text{ADTS} = 33,52 + 3 * 0,4262 = 32,24$$

****** Spesifikasyon sınırları verilmiş olsaydı, DTS'lerle mukayese edilecekti.

Sonraki çalışmalar...

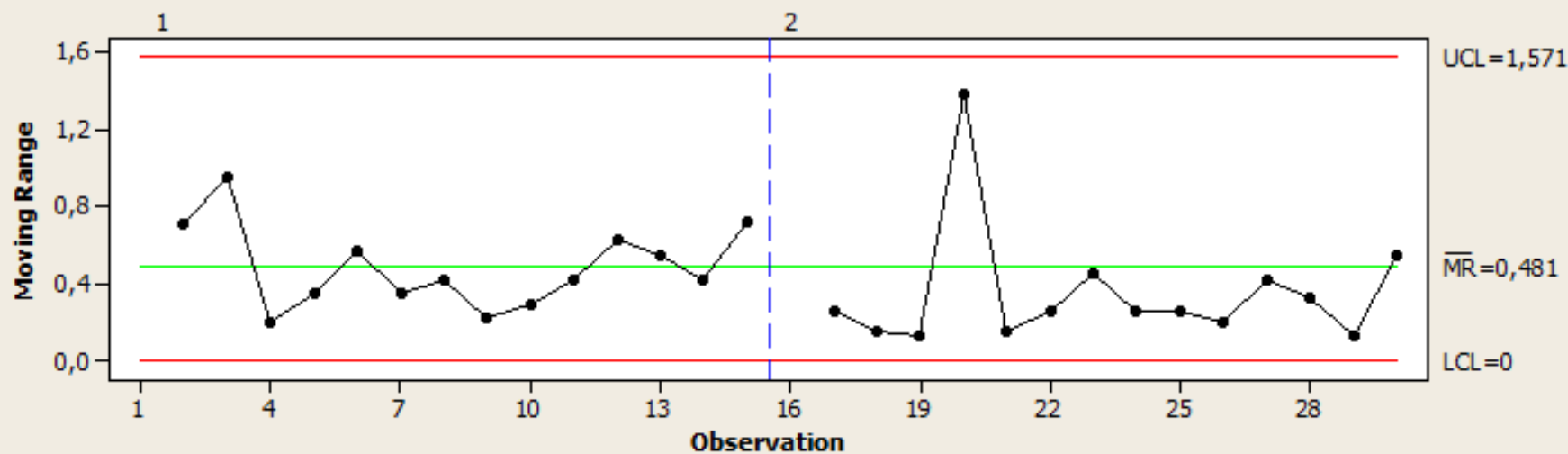
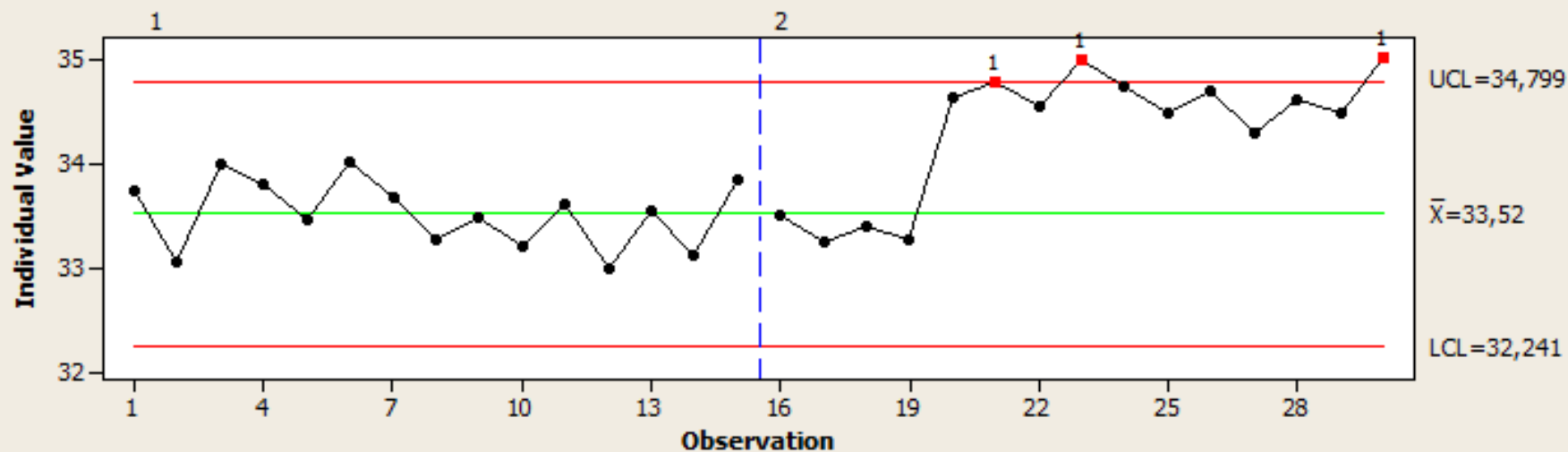
Bu örnekten hareketle hesaplanan süreç parametrelerinin sonraki çalışmalarda kullanılacağını varsayarak (μ ve σ biliniyor kabul ederek) farklı zaman dilimlerinde 15 örnek daha alınmış sürecin durumu izlenmeye devam edilmiştir.

33,5	33,25	33,4	33,27	34,65	34,8	34,55	35	34,75	34,5	34,7	34,29	34,61	34,49	35,03
------	-------	------	-------	-------	------	-------	----	-------	------	------	-------	-------	-------	-------

$\mu=33,52$ ve $\sigma=0,4262$ iken

(Kontrol sınırları aynı kalmışken) izleyen 15 örnek kontrol grafiğine işaretlendiğinde;
(Bkz. 16. Örnek ve sonrası)

I-MR Chart of viscosity by stage



Son 15 veri dikkate alındığında sürecin kontrol dışına çıktığı görülmüştür.

Süreç ortalamasının son 15 örnek için 34,32'ye yükseldiği görülmüştür. Grafikte ikinci aşamadan sonra (stage 2) bu net bir şekilde görülmektedir. Ortalamadaki bu yükseliş, MR kontrol grafiğine de sivri bir tepe şeklinde yansımıştır.

Çalışma Soruları

Plastik pencere üretiminde kullanılan profillerin belirli bir genişlik ölçüsü, sürecin diğer aşamaları için izlenmesi gereken bir ölçüdür. Üretim sürecinde, bu aşaması tamamlanan pencerelerden eşit zaman aralıkları sonunda dört pencere seçilmekte ve ilgilenilen genişlik ölçülmektedir. Son 15 örnekte alınan ölçüler aşağıdaki Tablo'da verilmiştir.

Profil genişlik ölçüleri (mm), n sabit (BURNAK&DEMİRTAŞ, 2019)

Örnek No	x_1	x_2	x_3	x_4	\bar{X}	R	s
1	8,15	8,15	8,05	8,00	8,0875	0,15	0,075
2	8,15	8,15	8,05	8,00			
3	8,10	8,10	8,00	8,05	8,0625	0,10	0,048
4	8,10	8,15	8,05	8,05	8,0875	0,10	0,048
5	8,15	8,10	8,10	8,10			
6	8,15	8,05	8,10	8,05	8,0875	0,10	0,048
7	8,15	8,15	8,10	8,00			
8	8,20	8,15	8,15	8,20			
9	8,20	8,10	8,10	8,10	8,1250	0,10	0,050
10	8,15	8,10	8,20	8,10			
11	8,15	8,15	8,10	8,15			
12	8,10	8,10	8,10	8,05	8,0875	0,05	0,025
13	8,10	8,15	8,05	8,00			
14	8,15	8,10	8,05	8,10			
15	8,20	8,05	8,15	8,20	8,1500	0,15	0,071

- Bir önceki slayttaki tabloda ilgili boşlukları doldurarak, tercihen excel'de hesaplamaları yaparak, uygun kontrol grafikleri ile sürecin durumunu değerlendiriniz. (Ortalama, R ve/ya s kontrol grafiklerini kullanabilirsiniz.)
- Süreç parametrelerini tahminleyiniz. Doğal tolerans sınırlarını hesaplayınız.
- Profil genişliği için spesifikasyon sınırları $8,1 \pm 0,3$ mm olarak verilmiştir. Bu durumda spesifikasyon sınırları ile doğal tolerans sınırlarını karşılaştırarak süreç değişkenliğini yorumlayınız.
- Spek dışı üretim oranını hesaplayınız.

Bazı cevaplar...

$$\bar{\bar{X}} = 8,1075 \quad \bar{R} = 0,1033 \quad \bar{s} = 0,0495$$

- X-ortalama KG için sınırlar;
ÜKS=8,1881
OÇ=8,1075
AKS=8,0269

- R ve s grafikleri için sınırları siz hesaplayınız.

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}} = 8,1075 \quad \hat{\sigma} = \frac{\bar{s}}{c_4} = 0,053 \text{ ya da } \hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = 0,050$$

- Doğal tolerans sınırlarını siz hesaplayarak önceki slaytta yer alan soruları cevaplayınız.

Profil kalınlığı (devam)

- Aynı örnek için dört yerine birer birimlik örnekler alınmış olsaydı; ilk sütundaki verileri (X_1 sütunu) dikkate alarak Birimler-KG ve Hareketli R (MR/HR) grafikleri yardımıyla süreci yorumlayınız.
- Süreç parametrelerini tahminleyerek, doğal tolerans sınırlarını (DTS) hesaplayınız.
- DTS'leri spesifikasyon sınırları ile karşılaştırınız.

Bazı Çözümler...

$$\bar{X} = 8,1467$$

$$\overline{HR} = 0,025$$

$$\bar{ÜKS}_R = D_4 \overline{HR} = 3,267 \cdot 0,025 = 0,08168$$

$$OC_R = \overline{HR} = 0,025$$

$$AKS_R = D_3 \overline{HR} = 0 \cdot 0,025 = 0$$

Çalışma Önerileri

- Elinde kalite kontrol ile ilgili kaynak kitabı olanlar nitel ve nicel kontrol grafikleri ile ilgili bölümleri,
- Elinde kaynak kitabı bulunan/bulunmayanlar önerilen açık erişimli ders notundan Bölüm 6'nın tamamını (Süreç Yetenek Analizi'ne kadar) çalışmalıdır. Çözümlü soruların hepsini incelemeniz önemle rica olunur.