

PROJE YÖNETİMİ DERSİ

Ders 6

Prof. Dr. Aydın Sipahioğlu

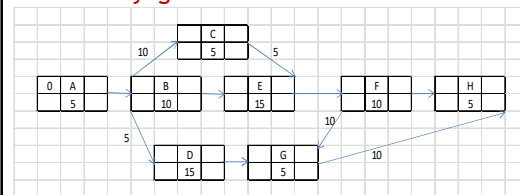
6. Dersin Kapsamı

- Karmaşık öncelik ilişkilerinin olduğu duruma 2. örnek
- Faaliyet sürelerinin tahmini
- Süreyi etkileyen nedenler
- PERT
- Beta dağılımı
- Merkezi limit teoremi
- Örnek

Örnek 2

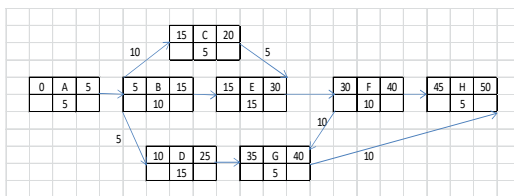
Faaliyet	Süre (gün)	Öncelik
A	5	-
B	10	A
C	5	B(SS+10)
D	15	B(SS+5)
E	15	B; C(FF+5)
F	10	E
G	5	D; F(SF+10)
H	5	F; G(FF+10)

Serim Diyagramı

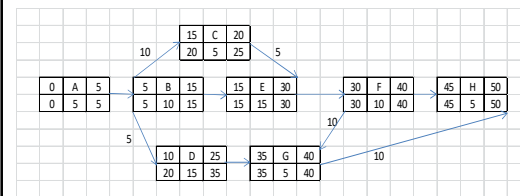


Faaliyet	Süre (gün)	Öncelik
A	5	-
B	10	A
C	5	B(SS+10)
D	15	B(SS+5)
E	15	B; C(FF+5)
F	10	E
G	5	D; F(SF+10)
H	5	F; G(FF+10)

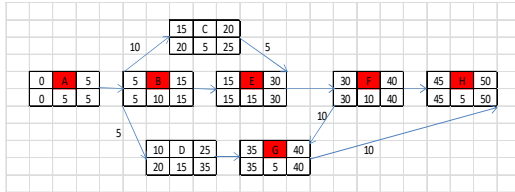
Hesaplamalar (Faaliyetler Bölünemez)



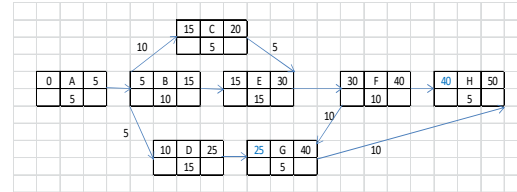
Hesaplamalar (Faaliyetler Bölünemez)



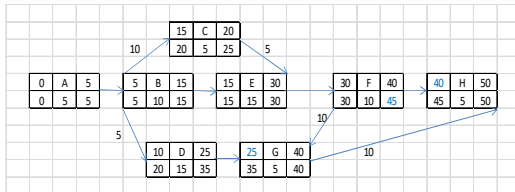
Kritik Faaliyetler (Faaliyetler Bölünemez)



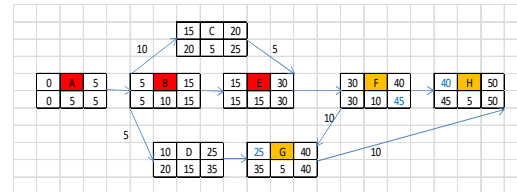
Hesaplamalar (Faaliyetler Bölünebilir)



Hesaplamalar (Faaliyetler Bölünebilir)



Kritik Faaliyetler (Faaliyetler Bölünebilir)



Faaliyet Sürelerinin Tahmini

Faaliyetlere ait süreler, 2 türde olabilir:

- Deterministik (Belirli)
CPM'de kullanılır
- Stokastik (Bir olasılık dağılımına uygun)
PERT'de kullanılır

Belirli süre: Kesin ve tek bir değer olarak tahminlenmiş değer

Stokastik süre: Faaliyete ait iyimser, olabilir ve kötümser sürelerin tahmin edilmesinden sonra beklenen değer hesabıyla bulunan süre

Faaliyet Sürelerinin Tahmini

Süre tahmini yapmak için izlenebilecek yöntemler:

- Daha önce benzeri yapılmış bir işin süresine bakmak
- Konuyla ilgili bir uzmana veya söz konusu işi yapan kişiye danışmak
- Benzer projelerdeki benzer faaliyet sürelerinden çıkarımda bulunmak
- Her şey yolunda gider ve hiçbir aksilik çıkmazsa faaliyetin tamamlanacağı en kısa süreyi iyimser süre (optimistic) olarak almak, işlerin umulandan ters gitmesi halinde oluşacak en uzun süreyi kötümser (pessimistic) süre olarak almak. Gerçekleşmesi en çok umulan süreyi olabilir süre (most likely) olarak kabul etmek

Süreyi Etkileyebilecek Nedenler

- Sahip olduğunuz kaynaklar ve **işin adam*gün** cinsinden işyükü miktarı
- Hava koşulları (Sıcaklık, nem, basınç, toz vb.)
- İşin yapıldığı yerin çevresel koşulları (Jeolojik durum, yükseklik vb.)
- Ülkenin ve dünyanın ekonomik ve siyasi durumu
- Şirketin proje konusundaki genel hedefleri (Süreyi kısa veya uzun tutma gayreti)

PERT

- PERT yöntemi Probabilistic Evaluation and Review Technique kelimelerinin baş harflerinden oluşur. Olasılıklı değerlendirme ve gözden geçirme tekniği anlamına gelir.
- PERT'de sürelerin beta dağılımına uygun dağıldığı varsayılır ve süre değerleri için beklenen değer hesabı yapılır.
- Bu nedenle hem süreler, hem PTZ, hem de projedeki maliyetler rassal değişken haline gelir ve olasılık hesapları gerektirir.

Beta Dağılımı

Beta Dağılımı

Tanım 7.5.5: u ve v değişkenlerinin tüm pozitif değerleri için tanımlanan aşağıdaki fonksiyona **beta fonksiyonu** denir.

$$B(u, v) = \int_0^1 x^{u-1} (1-x)^{v-1} dx$$

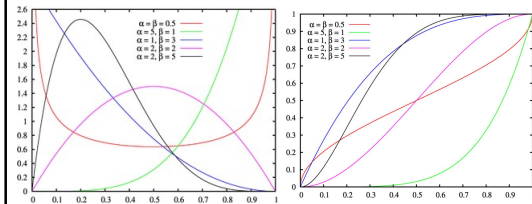
Tanım 7.5.6: Aşağıdaki yoğunluk fonksiyonuna sahip X rassal değişkenine **Beta dağılımına** sahiptir denir.

$$f(x; \alpha, \beta) = \begin{cases} \frac{1}{B(\alpha, \beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{aralığın dışında} \end{cases}$$

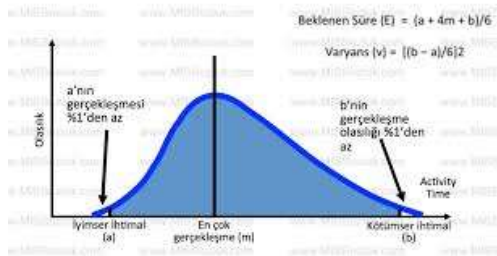
İstatistiksel Dağılımlar Hesapları (BAĞLIÇLI)

23

Beta Dağılımı Örnekleri



Proje Yönetiminde Beta Dağılımı



Soru: Beta dağılımının normal dağılımdan farkı nedir?

Olasılıklı Faaliyet Sürelerinin Tahmini

Stokastik sürenin hesaplanması:

- Her bir faaliyet için iyimser, olası ve kötümser süre değerleri belirli süre gibi düşünülerek tahminlenir.
- Beta dağılımı gereği beklenen değer hesabı ile stokastik süre ve varyans (değişkenlik) hesaplanır.

A_i : i. faaliyete ait iyimser süre,
 B_i : i. faaliyete ait kötümser süre,
 C_i : i. faaliyete ait olası süre,
 μ_i : i. faaliyete ait beklenen süre,
 σ_i^2 : i. faaliyete ait varyans

Beklenen Süre ve Varyansın Hesabı

$$\mu_i = \frac{A_i + 4.C_i + B_i}{6} \quad \sigma_i^2 = \left(\frac{B_i - A_i}{6} \right)^2$$

Bu hesaplamada $C \neq (A+B)/2$ durumunun sağlanması, yani tahmin edilen süre değerlerinin simetrik olmaması gerektiği düşünülür. Ama bu bir zorunluluk değildir. Birkaç faaliyet için simetriklik olsa da kabul edilir. Bütün faaliyetler için simetriklik olmamalıdır.

Bir faaliyet için hesaplanan μ değeri, olabilir süre değerinden büyükse, dağılım sola çarpık (sola yaslanmış); küçükse sağa çarpık (sağa yaslanmış) demektir.

Örnek Hesaplama

$$\mu_i = \frac{A_i + 4.C_i + B_i}{6} \quad \sigma_i^2 = \left(\frac{B_i - A_i}{6} \right)^2$$

Faaliyet	Ai	Ci	Bi	μ_i	σ_i^2
A	3	7,5	12	7,5	2,25
B	3	6	12	6,5	2,25
C	3	9	12	8,5	2,25
D	8	8	8	8	0

Merkezi Limit Teoremi

Merkezi limit teoremine göre, hepsi aynı dağılımdan gelmek koşuluyla eğer yeterli sayıda rassal değişken bir araya getirilirse bunlar normal dağılıma uygun olarak dağılır. (Rassal değişkenlerin hangi dağılımdan geldiklerinin bir önemi yoktur).

Bu nedenle çok sayıda faaliyeti olan bir projede hepsi beta dağılımından gelen yeterli sayıda faaliyet (kritik faaliyetler) bir araya geldiğinde; proje tamamlanma zamanı (PTZ), ortalaması kritik faaliyetlerin beklenen değerleri toplamı ve varyansı da yine kritik faaliyetlerin varyansları toplam olan normal dağılıma uygun olarak dağılır.

PTZ'nin Tahmini

$I=\{1,2,3,\dots,n\}$ faaliyetlere ait indisler kümesi, X ise kritik faaliyetler kümesi olarak tanımlansın. $X \subset I$

$$\mu_x = \sum_{i \in X} \mu_i \quad \text{ve} \quad \sigma_x^2 = \sum_{i \in X} \sigma_i^2$$

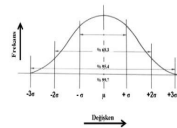
$$PTZ \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$$

Dikkat: μ_x için verilen bu hesap sadece projede bütün öncelik ilişkileri FS tipinde ise geçerlidir. FF, SS ve SF gibi ilişkiler ve α gibi bekleme sürelerinin olduğu durumda μ_x değerini serimden hesaplanan PTZ değeri olarak almak gerekir.

PERT'te PTZ'nin Hesabı (devam)

- Merkezi limit teoremi bilgisi, projenin hangi olasılıkla ne zaman tamamlanacağını belirlemede kullanılır. Örneğin projenin hesaplanan μ_x değerinden daha önce (en geç μ_x değerine kadar) tamamlanma olasılığı %50'dir.
- Çünkü $P(PTZ \leq \mu_x) = P((PTZ - \mu_x)/\sigma_x) \leq (\mu_x - \mu_x)/\sigma_x) = P(z \leq 0) = 0.5$ 'dir.
- Yani serimde hesaplama sonucu bulduğunuz PTZ değeri, projenin %50 olasılıkla en geç bu kadar zaman içinde tamamlanabileceğini gösterir.
- Diğer olasılıklar da benzer şekilde standart normal dağılım tablosundan yararlanarak hesaplanır.

PTZ İçin Çeşitli Aralıklar



Şekil 3.5: Normal Dağılım eğrisi

$$[\mu_x - \sigma_x; \mu_x + \sigma_x] \sim \%68.3$$

$$[\mu_x - 2\sigma_x; \mu_x + 2\sigma_x] \sim \%95.4$$

$$[\mu_x - 3\sigma_x; \mu_x + 3\sigma_x] \sim \%99.7$$

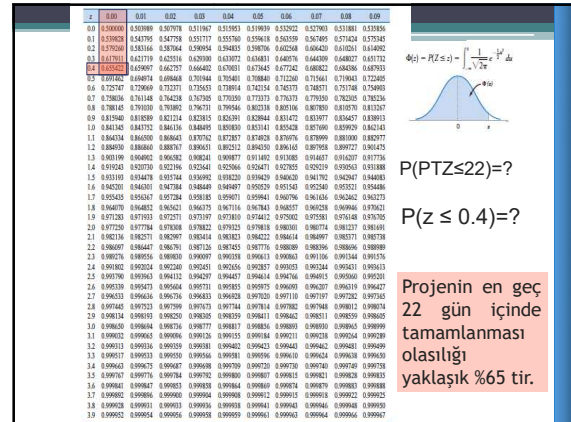
Küçük Bir Örnek

Varsayalım ki bir proje için $\mu_x=20$ gün ve $\sigma_x^2=25$ gün² olarak hesaplanmış olsun. Projenin en geç 22 gün içinde tamamlanma olasılığı nedir?

$PTZ \sim N(20,25)$

$P(z \leq -0.4)$ standart normal dağılım olasılığını elde ederiz. Bu olasılığı bulmak için [standart normal dağılım tablosundan](#) yararlanmamız gerekmektedir.

$$\frac{22 - 20}{5} = z \sim N(0,1)$$



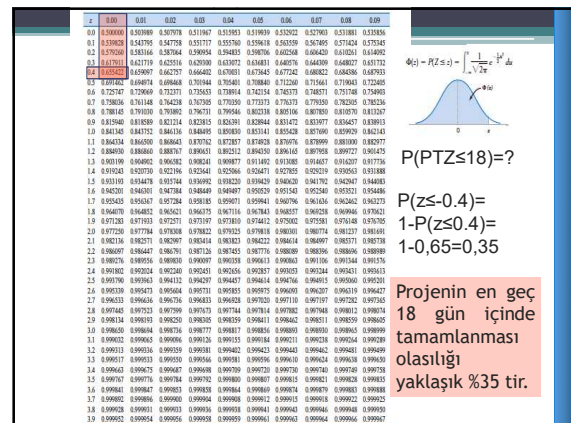
Küçük Bir Örnek (devam)

Varsayalım ki bir proje için $\mu_x=20$ gün ve $\sigma_x^2=25$ gün² olarak hesaplanmış olsun. Projenin en geç 18 gün içinde tamamlanma olasılığı nedir?

$PTZ \sim N(20,25)$

$P(z \leq -0.4)$ standart normal dağılım olasılığını elde ederiz. Bu olasılığı bulmak için [standart normal dağılım tablosundan](#) yararlanmamız gerekmektedir.

$$\frac{18 - 20}{5} = z \sim N(0,1)$$



Küçük Bir Örnek (devam)

Verilen proje için zaman aralıkları şöyle hesaplanabilir.

$$[\mu_x - \sigma_x; \mu_x + \sigma_x] = [15; 25]$$

$$[\mu_x - 2\sigma_x; \mu_x + 2\sigma_x] = [10; 30]$$

$$[\mu_x - 3\sigma_x; \mu_x + 3\sigma_x] = [5; 35]$$

Buna göre projenin 5 ile 35 günleri arasında tamamlanması neredeyse kesindir. 10 ile 30 gün arasında tamamlanması olasılığı %95'dir. En geç 20 gün içinde tamamlanması olasılığı ise %50'dir.

