

PROJE YÖNETİMİ DERSİ

Ders 7

Prof. Dr. Aydın Sipahioğlu

7. Dersin Kapsamı

- Pert için fat ve fdt serimlerinde örnek
- Benzetim ile Pert analizi
- Excel üzerinde örnek

PERT için Örnek (FAT)

Faaliyet	Öncül	Ai	Ci	Bi
A	-	5	8	17
B	-	3	12	15
C	A	4	7	10
D	A	5	8	23
E	B, C	1	1	1
F	B, C	1	4	13
G	E, D	3	6	9
H	E, D	1	2,50	7
I	H	1	1	1
J	F, G	2	2	2
K	I, G	5	8	11

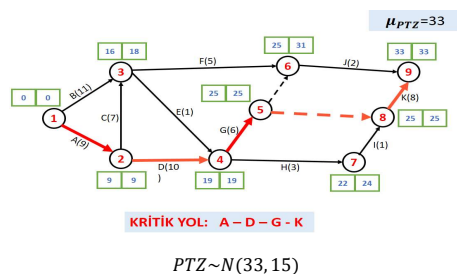
Beklenen Değer ve Varyanslar

Faaliyet	Öncül	Ai	Ci	Bi	μ_i	σ_i^2
A	-	5	8	17	9	4
B	-	3	12	15	11	4
C	A	4	7	10	7	1
D	A	5	8	23	10	9
E	B, C	1	1	1	1	0
F	B, C	1	4	13	5	4
G	E, D	3	6	9	6	1
H	E, D	1	2,50	7	3	1
I	H	1	1	1	1	0
J	F, G	2	2	2	2	0
K	I, G	5	8	11	8	1

KRİTİK YOL: A - D - G - K

$$\sigma_p^2 = 4+9+1+1=15$$

Serim ve Çözüm



Örneğe Dair Bazı Sorular

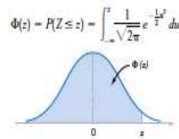
- Projenin en geç 33 gün içinde bitme olasılığı nedir?
- Projenin tam 33. günde bitme olasılığı nedir?
- Projenin en geç 30 gün içinde bitme olasılığı nedir?
- Projenin en geç 36 gün içinde bitme olasılığı nedir?
- Proje %75 olasılıkla en geç kaç gün içinde biter.
- Projeye dair 1σ , 2σ ve 3σ aralıklarını hesaplayarak yorumlayınız.

Örneğe Dair Sorular

→ Projenin en geç 33 gün içinde bitme olasılığı nedir?

$$P(PTZ \leq 33) = P\left(\frac{PTZ - 33}{\sqrt{15}} \leq \frac{33 - 33}{\sqrt{15}}\right) = P(Z \leq 0) = 0,5$$

O halde projenin en geç 33 gün içinde tamamlanma olasılığı %50'dir.

**Örneğe Dair Sorular**

→ Projenin tam 33. günde bitme olasılığı nedir?

$$P(PTZ = 33) = ?$$

Örneğe Dair Sorular

→ Projenin en geç 30 gün içinde bitme olasılığı nedir?

$$P(PTZ \leq 30) = P\left(\frac{PTZ - 33}{\sqrt{15}} \leq \frac{30 - 33}{\sqrt{15}}\right) \\ = P(Z \leq -0,775) = 1 - P(Z \leq 0,775) = 1 - 0,78 = 0,22$$

O halde projenin en geç 30 gün içinde tamamlanma olasılığı %22'dir.

Dikkat: Bazı tablolar $(-\infty, z)$ aralığına bazıları ise $(0, z)$ aralığına ait olasılıkları verir. Hesaplarken dikkatli olunuz.

Örneğe Dair Sorular

→ Projenin en geç 36 gün içinde bitme olasılığı nedir?

$$P(PTZ \leq 36) = P\left(\frac{PTZ - 33}{\sqrt{15}} \leq \frac{36 - 33}{\sqrt{15}}\right) = P(Z \leq 0,775) \\ = 0,78$$

O halde projenin en geç 36 gün içinde tamamlanma olasılığı %78'dir.

Örneğe Dair Sorular

→ Proje %75 olasılıkla en geç kaç gün içinde biter?

$$\frac{P(PTZ \leq X) = z_{0,75} = 0,675 \\ \frac{X - 33}{\sqrt{15}} = 0,675 \rightarrow X = 35,6 \text{ gün}$$

Proje %75 olasılıkla en geç 35,6 gün içinde tamamlanacaktır.

Örneğe Dair Sorular

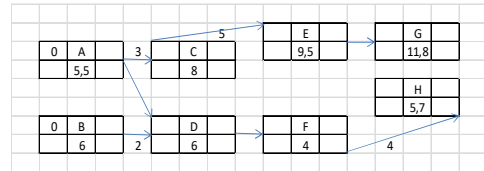
→ Projeye dair 1σ , 2σ ve 3σ aralıklarını hesaplayarak yorumlayınız.

- $(\mu_x \mp 1.\sigma_x) = (29,12; 36,87) \rightarrow \%68$
- $(\mu_x \mp 2.\sigma_x) = (25,25; 40,75) \rightarrow \%95$
- $(\mu_x \mp 3.\sigma_x) = (21,38; 44,62) \rightarrow \%99$

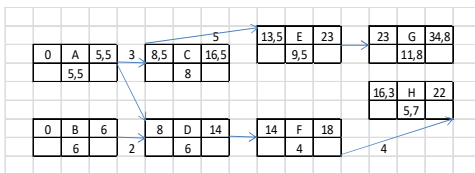
Pert için Örnek (FDT)

Faa.	A	C	B	Öncelik	μ	σ^2
A	3	5	10	-	5,5	1,36
B	4	6	8	-	6	0,44
C	6	8	10	A(FS+3)	8	0,44
D	3	6	9	A; B(FS+2)	6	1
E	6	9	15	C(SS+5)	9,5	2,25
F	3	4	5	D	4	0,11
G	8	12	15	E	11,8	1,36
H	2	6	8	F(FF+4)	5,7	1

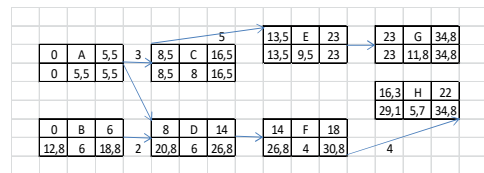
Serim



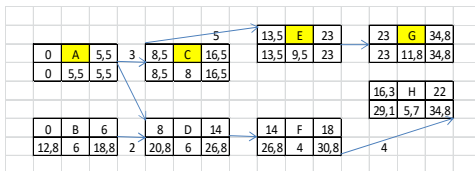
Hesaplamalar



Hesaplamalar



Kritik Faaliyetler



$$\sigma_x^2 = \sigma_A^2 + \sigma_C^2 + \sigma_E^2 + \sigma_G^2 = 1,36 + 0,44 + 2,25 + 1,36 = 5,41$$

$$PTZ \sim N(34,8; 5,41)$$

Önceki örnekte olduğu gibi benzer olasılık hesapları yapmak mümkündür.

Örneğe Dair Bazı Sorular

- Projenin en geç 25 gün içinde bitme olasılığı nedir?
- Projenin en geç 32 gün içinde bitme olasılığı nedir?
- Proje %80 olasılıkla en geç kaç gün içinde biter.
- Projeye dair 1σ , 2σ ve 3σ aralıklarını hesaplayarak yorumlayınız.

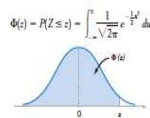
Örneğe Dair Sorular

→ Projenin en geç 25 gün içinde bitme olasılığı nedir?

$$P(PTZ \leq 25) = P\left(\frac{PTZ - 34,8}{\sqrt{5,41}} \leq \frac{25 - 34,8}{\sqrt{5,41}}\right)$$

$$= P(z \leq -4,21) = 0$$

O halde proje en geç 25 gün içinde tamamlanamaz.

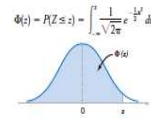
**Örneğe Dair Sorular**

→ Projenin en geç 32 gün içinde bitme olasılığı nedir?

$$P(PTZ \leq 32) = P\left(\frac{PTZ - 34,8}{\sqrt{5,41}} \leq \frac{32 - 34,8}{\sqrt{5,41}}\right)$$

$$= P(z \leq -1,20) = 1 - P(z \leq 1,20) = 1 - 0,8849 = 0,1151$$

O halde projenin en geç 32 gün içinde tamamlanma olasılığı yaklaşık %11'dir.

**Örneğe Dair Sorular**

→ Proje %80 olasılıkla en geç kaç gün içinde biter?

$$P(PTZ \leq X) = z_{0,80} = 0,845$$

$$\frac{X - 34,8}{\sqrt{5,41}} = 0,845 \rightarrow X = 36,76 \text{ gün}$$

Proje %80 olasılıkla en geç 36,76 gün içinde tamamlanacaktır.

Örneğe Dair Sorular

→ Projeye dair 1σ, 2σ ve 3σ aralıklarını hesaplayarak yorumlayınız.

- $(\mu_x \mp 1. \sigma_x) = (32,47; 37,12) \rightarrow \% 68,3$
- $(\mu_x \mp 2. \sigma_x) = (30,14; 39,45) \rightarrow \% 95,4$
- $(\mu_x \mp 3. \sigma_x) = (27,82; 41,77) \rightarrow \% 99,7$

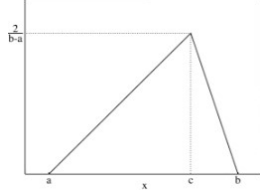
Benzetim ile PERT

- PERT yönteminde süreler stokastik olduğu için benzetim kullanarak proje tamamlanma zamanını hesaplamak mümkündür.
- Bunun için faaliyet sürelerinin rassal değişken olarak türetilmesi ve öncelik ilişkilerine göre PTZ'nin hesaplanması gerekir.
- Aynı proje için yüzlerce defa benzetim yapılarak hesaplanan PTZ'lerin ortalamasının alınması, projenin tamamlanma zamanı hakkında güvenilir bilgi verir.

Benzetim ile PERT

- Bilindiği gibi PERT yönteminde süreler beta dağılımına uygun dağılır. Ancak 0-1 düzgün dağılmış rassal sayılardan beta dağılmış rassal değişkenler türetmek epey işlem yükü gerektirir.
- Bu nedenle beta dağılımı yerine üçgensel dağılım kullanılır.
- Çok sayıda benzetim yapıldığında oluşacak hata azalacağı için üçgensel dağılımı kullanmak bir sorun yaratmaz.

Üçgensel Dağılım



$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} & a \leq x \leq c \\ \frac{2(b-x)}{(b-c)(b-a)} & c < x \leq b \\ 0 & \text{d.d.} \end{cases}$$

Üçgensel Dağılımın Birikimli Olasılık Fonksiyonu

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)} & a < x \leq c \\ 1 - \frac{(b-x)^2}{(b-c)(b-a)} & c < x \leq b \\ 1 & x > b \end{cases}$$

Ters Dönüşüm Tekniği

$$\begin{aligned} \frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)} &= R \rightarrow \\ x_i &= a + \sqrt{R_i(b-a)(c-a)} \quad \text{eğer } R_i \leq \frac{c-a}{b-a} \\ 1 - \frac{(b-x)^2}{(b-c)(b-a)} &= R \rightarrow \\ x_i &= b - \sqrt{(1-R_i)(b-c)(b-a)} \quad \text{eğer } \frac{c-a}{b-a} < R_i \leq 1 \end{aligned}$$

Benzetim için İzlenecek Süreç

- i. faaliyet için 0-1 arasında düzgün dağılmış rassal sayı türet (R_i)
- i. faaliyetin süresi olarak a, b, c ve R_i 'den yararlanıp üçgensel dağılıma uygun dağılan rassal değişkeni hesapla (x_i)
- Bunu bütün faaliyetler için yaptıktan sonra öncelik ilişkilerinden yararlanarak PTZ'yi hesapla
- Hesabı k defa tekrar ederek PTZ'lerin ortalamasını ve varyansını (Proje varyansı) hesapla
- İsteniyorsa normal dağılımdan yararlanarak farklı olasılıklar için proje tamamlanma olasılıklarını hesapla.



Haftaya aynı saatte görüşmek üzere,