16.2 The conductivity in terms of a general vertex function

有了单粒子格林函数$\mathcal{G}$和顶点函数Γ的表达式，我们可以从16.19式得到一个一般的电导公式。这个定义包含了一个对于松原频率的内部求和。如果我们丢掉4-矢量符号转而使用标准的符号，并且针对$\mathbf{q}=0$的情况，流-流关联函数为：

$$\Pi_{xx}(0,iq_n)=-\frac{1}{\beta}\sum_{ik_n}\frac{1}{\mathcal{V}}\sum_{\mathbf{k}}\Gamma_{0,x}(\mathbf{k},\mathbf{k})\mathcal{G}(\mathbf{k},ik_n)\mathcal{G}(\mathbf{k},ik_n+iq_n)\Gamma_x(\mathbf{k},\mathbf{k};ik_n+iq_n,ik_n) \tag{1}$$

关于ik_n的松原频率求和是使用一个包含i_n的围道积分进行。两个单粒子格林函数的存在导致了两次切割，一个沿着 $z=\varepsilon$ 一个沿着$z=-iq_n+\varepsilon$，因此我们研究一个如下形式的求和

$$\begin{aligned}S_{2F}(iq_n)&=\frac{1}{\beta}\sum_{ik_n}f(ik_n,ik_n+iq_n)\\&=-\int_{\mathcal{C}}\frac{dz}{2\pi i}n_F(z)f(z,z+iq_n),\end{aligned} \tag{2}$$

它的围道积分的形状为：

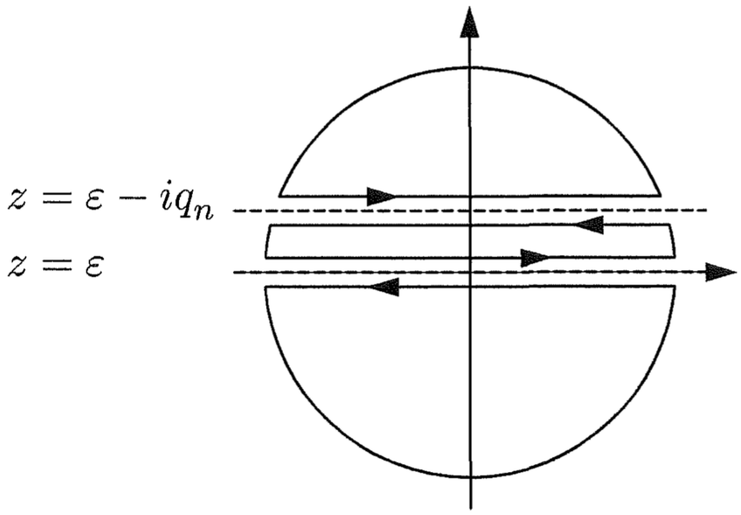


FIG. 16.1. The tripartite contour used in the frequency summation in Eq. (16.27).

$$\begin{aligned}S_{2F}(iq_n)=&-\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\varepsilon}{2\pi i}n_F(\varepsilon)\left[f(\varepsilon+i\eta,\varepsilon+iq_n)-f(\varepsilon-i\eta,\varepsilon+iq_n)\right]\\&-\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\varepsilon}{2\pi i}n_F(\varepsilon-iq_n)\left[f(\varepsilon-iq_n,\varepsilon+i\eta)-f(\varepsilon-iq_n,\varepsilon-i\eta)\right]\end{aligned} \tag{3}$$

在计算的最后我们将iq_n延拓到$\omega+i\eta$，得到

$$\begin{aligned}S_{2F}^{R}(\omega)=-\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\varepsilon}{2\pi i}n_F(\varepsilon)\Big[&f^{RR}(\varepsilon,\varepsilon+\omega)-f^{AR}(\varepsilon,\varepsilon+\omega)\\&+f^{AR}(\varepsilon-\omega,\varepsilon)-f^{AA}(\varepsilon-\omega,\varepsilon)\Big]\end{aligned} \tag{4}$$

好像不对这个形式，推不出来

$f^{AR}(\varepsilon,\varepsilon')$表示第一个参数是超前的，$\varepsilon-i\eta$，第二个参数是推迟的，$\varepsilon+i\eta$。如果我们令后两项中的变量$\varepsilon\to\varepsilon+\omega$我们得到：

$$
\begin{aligned}
S_{2F}^R(\omega) = &\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi i}[n_F(\varepsilon) - n_F(\varepsilon+\omega)] f^{AR}(\varepsilon, \varepsilon+\omega) \\
&- \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi i}\Big[n_F(\varepsilon) f^{RR}(\varepsilon, \varepsilon+\omega) - n_F(\varepsilon+\omega) f^{AA}(\varepsilon, \varepsilon+\omega)\Big].
\end{aligned} \tag{5}
$$

因为我们对低频极限的情况感兴趣，我们把函数展开到ω一阶。更进一步我们取这个函数的虚部。由于$\left(f^{AA}\right)^* = f^{RR}$，我们发现

$$
\operatorname{Im} S_{2F}^R(\omega) = \omega \operatorname{Im} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi i}\left(-\frac{\partial n_F(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}\right)\left[f^{AR}(\varepsilon, \varepsilon) - f^{RR}(\varepsilon, \varepsilon)\right] \tag{6}
$$

低温时，Fermi-Dirac分布的导数可以用delta函数近似

$$
\left(-\frac{\partial n_F(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}\right) \approx \delta(\varepsilon) \tag{7}
$$

因此

$$
\operatorname{Im} S_{2F}^R(\omega) = \frac{\omega}{2\pi} \operatorname{Re}\Big[f^{AA}(0,0) - f^{AR}(0,0)\Big]. \tag{8}
$$

写的好乱啊这里

$$
\begin{aligned}
S_{2F}^R(\omega) = &\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi i}[n_F(\varepsilon) - n_F(\varepsilon+\omega)] f^{AR}(\varepsilon, \varepsilon+\omega) \\
&- \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi i}\Big[n_F(\varepsilon) f^{RR}(\varepsilon, \varepsilon+\omega) - n_F(\varepsilon+\omega) f^{AA}(\varepsilon, \varepsilon+\omega)\Big]
\end{aligned} \tag{9}
$$

$$
\begin{aligned}
S_{2F}^R(\omega) = &\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi i}\left[-\frac{\partial n_F(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}\omega\right]\left[f^{AR}(\varepsilon, \varepsilon) + \frac{\partial f^{AR}(\varepsilon, \varepsilon)}{\partial \varepsilon}\omega\right] \\
&- \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi i} n_F(\varepsilon)\left[f^{RR}(\varepsilon, \varepsilon+\omega) - f^{AA}(\varepsilon, \varepsilon+\omega)\right] \\
&+ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi i} \frac{\partial n_F(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}\omega\left[f^{AA}(\varepsilon, \varepsilon) + \frac{\partial f^{AA}(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}\omega\right]
\end{aligned} \tag{10}
$$

$$
\begin{aligned}
\operatorname{Im} S_{2F}^R(\omega) &= -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi}\left[-\frac{\partial n_F(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}\omega\right] \operatorname{Re}\left[f^{AR}(\varepsilon, \varepsilon) - f^{AA}(\varepsilon, \varepsilon)\right] \\
&= \frac{\omega}{2\pi} \operatorname{Re}\left[f^{AA}(0,0) - f^{AR}(0,0)\right]
\end{aligned} \tag{11}
$$

我们把上式代入16.26然后插入到16.3式中就得到了

$$
\begin{aligned}
\operatorname{Re} \sigma_{xx} = 2 \operatorname{Re} \frac{e^2}{2\pi} \frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{k}} \Gamma_{0,x}(\mathbf{k}, \mathbf{k}) \Big[&G^A(\mathbf{k}, 0) G^R(\mathbf{k}, 0) \Gamma_x^{RA}(\mathbf{k}, \mathbf{k}; 0, 0) \\
&- G^A(\mathbf{k}, 0) G^A(\mathbf{k}, 0) \Gamma_x^{AA}(\mathbf{k}, \mathbf{k}; 0, 0)\Big]
\end{aligned} \tag{12}
$$

这里我们包含了一个来自自旋简并的因子2。这是我们能够到达的一般形式，如果要更进一步我们需要结合具体的物理实例求出对应的顶点函数并插入到上面的式子中。下面我们会考虑一些例子，但是它们的无序都是比较弱的。

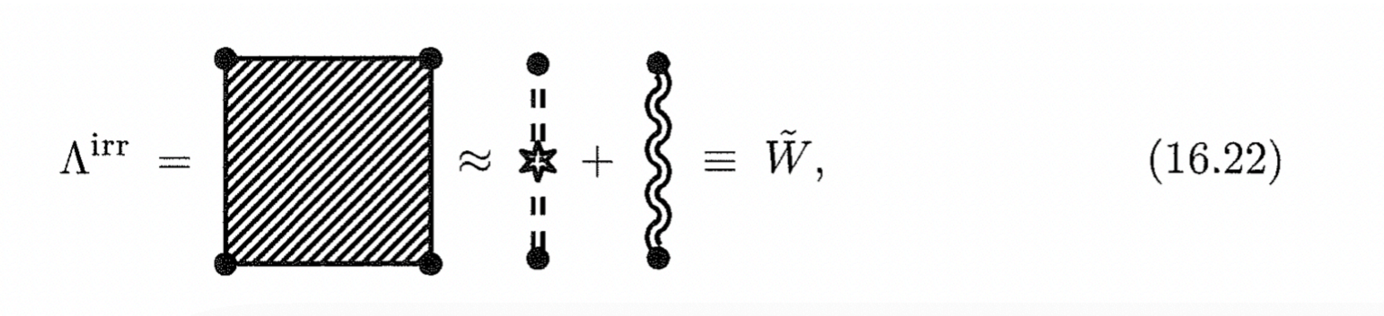
$\Pi_{xx}(0, iq_n) = -\frac{1}{\beta} \sum_{ik_n} \frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{k}} \Gamma_{0,x}(\mathbf{k}, \mathbf{k}) \mathcal{G}(\mathbf{k}, ik_n) \mathcal{G}(\mathbf{k}, ik_n + iq_n) \Gamma_x(\mathbf{k}, \mathbf{k}; ik_n + iq_n, ik_n)$

$$
\operatorname{Re} \sigma_{\alpha\beta} = -e^2 \lim_{\omega \to 0} \lim_{q \to 0} \frac{1}{\omega} \operatorname{Im} \Pi_{\alpha\beta}^R(\mathbf{q}, \omega) \tag{13}
$$

16.3 The conductivity in the first Born approximation

在15.3中我们使用半经典近似得到了杂质散射的电导，半经典近似和一阶Born近似是相似的，只包含被单个杂质散射并且忽略干涉效应。因此，如果我们在图计算中只包含一阶Born近似，我们期望重新得到半经典的结果。本节的出发点是被杂质散射的无相互作用电子。

现在我们用Born近似得到顶点函数，也就是16.22的第一张图。此外我们令$\mathbf{q}=0$，积分方程就变成了：



$$\Gamma_x(\tilde{k}+\tilde{q},\tilde{k})=\Gamma_{0,x}(\tilde{k}+\tilde{q},\tilde{k})+\int d\tilde{q}'\tilde{W}\left(\tilde{q}'\right)\mathcal{G}\left(\tilde{k}+\tilde{q}'\right)\mathcal{G}\left(\tilde{k}+\tilde{q}'+\tilde{q}\right)\Gamma_x\left(\tilde{k}+\tilde{q}'+\tilde{q},\tilde{k}+\tilde{q}'\right) \tag{14}$$

$$\tilde{W}(\tilde{q})=W^{\mathrm{RPA}}(\tilde{q})+n_{\mathrm{imp}}\frac{u(\mathbf{q})}{\varepsilon^{\mathrm{RPA}}(q,0)}\frac{u(-\mathbf{q})}{\varepsilon^{\mathrm{RPA}}(-q,0)}\delta_{q_n,0} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}\Gamma_x\left(\mathbf{k},\mathbf{k};ik_n+iq_n,ik_n\right)=&\Gamma_{0,x}(\mathbf{k},\mathbf{k})+\frac{1}{\mathcal{V}}\sum_{\mathbf{q}'}n_{\mathrm{imp}}\left|u^{\mathrm{RPA}}\left(\mathbf{q}'\right)\right|^2\mathcal{G}\left(\mathbf{k}+\mathbf{q}',ik_n\right)\\&\times\mathcal{G}\left(\mathbf{k}+\mathbf{q}',ik_n+iq_n\right)\Gamma_x\left(\mathbf{k}+\mathbf{q}',\mathbf{k}+\mathbf{q}';ik_n+iq_n,ik_n\right)\end{aligned} \tag{16}$$

其中第二项我们使用了$u^{\mathrm{RPA}}=u/\varepsilon^{\mathrm{RPA}}$，注意到这里没有松原频率的求和，以为杂质散射保持能量守恒。因为我们不期望动力学屏蔽在弹性散射中比较重要，因此我们设$\varepsilon^{\mathrm{RPA}}(\mathbf{q},0)$中的频率为0。

Γ_x是顶点函数Γ的一个分量并且无围绕的顶点为$\Gamma_0(\mathbf{k},\mathbf{k})=\mathbf{k}/m$，因此我们定义一个标量函数$\gamma(\mathbf{k},\varepsilon)$为$\Gamma(\mathbf{k},\varepsilon)=\mathbf{k}\gamma(\mathbf{k},\varepsilon)/m$，我们实际上认为系统是各向同性的，也就是只有矢量$\mathbf{k}$可以给出方向。我们把这个式子代入并且乘$\left(1/k^2\right)\mathbf{k}$，最后令变量$\mathbf{q}'$偏移为$\mathbf{q}'=\mathbf{k}'-\mathbf{k}$，我们得到

$$\begin{aligned}\gamma\left(\mathbf{k},\mathbf{k};ik_n+iq_n,ik_n\right)=&1+\frac{1}{\mathcal{V}}\sum_{\mathbf{k}'}n_{\mathrm{imp}}\left|u^{\mathrm{RPA}}\left(\mathbf{k}'-\mathbf{k}\right)\right|^2\mathcal{G}\left(\mathbf{k}',ik_n\right)\\&\times\mathcal{G}\left(\mathbf{k}',ik_n+iq_n\right)\frac{\mathbf{k}\cdot\mathbf{k}'}{k^2}\gamma^{\mathrm{1BA}}\left(\mathbf{k}',\mathbf{k}';ik_n+iq_n,ik_n\right)\end{aligned} \tag{17}$$

$$
\begin{aligned}
\Gamma_x\left(\mathbf{k},\mathbf{k};ik_n+iq_n,ik_n\right) &= \Gamma_{0,x}(\mathbf{k},\mathbf{k})+\frac{1}{\mathcal{V}}\sum_{\mathbf{q}'} n_{\mathrm{imp}}\left|u^{\mathrm{RPA}}\left(\mathbf{q}'\right)\right|^2\mathcal{G}\left(\mathbf{k}+\mathbf{q}',ik_n\right) \\
&\quad\times\mathcal{G}\left(\mathbf{k}+\mathbf{q}',ik_n+iq_n\right)\Gamma_x\left(\mathbf{k}+\mathbf{q}',\mathbf{k}+\mathbf{q}';ik_n+iq_n,ik_n\right) \\
\mathbf{k}\gamma\left(\mathbf{k},\mathbf{k};ik_n+iq_n,ik_n\right)/m &= \mathbf{k}/m+\frac{1}{\mathcal{V}}\sum_{\mathbf{q}'} n_{\mathrm{imp}}\left|u^{\mathrm{RPA}}\left(\mathbf{q}'\right)\right|^2\mathcal{G}\left(\mathbf{k}+\mathbf{q}',ik_n\right) \\
&\quad\times\mathcal{G}\left(\mathbf{k}+\mathbf{q}',ik_n+iq_n\right)(\mathbf{k}+\mathbf{q}')\gamma\left(\mathbf{k}+\mathbf{q}',\mathbf{k}+\mathbf{q}';ik_n+iq_n,ik_n\right)/m \\
\mathbf{k}\gamma\left(\mathbf{k},\mathbf{k};ik_n+iq_n,ik_n\right)/m &= \mathbf{k}/m+\frac{1}{\mathcal{V}}\sum_{\mathbf{k}'} n_{\mathrm{imp}}\left|u^{\mathrm{RPA}}\left(\mathbf{k}'-\mathbf{k}\right)\right|^2\mathcal{G}\left(\mathbf{k}',ik_n\right) \\
&\quad\times\mathcal{G}\left(\mathbf{k}',ik_n+iq_n\right)\mathbf{k}'\gamma\left(\mathbf{k}',\mathbf{k}';ik_n+iq_n,ik_n\right)/m \\
\gamma\left(\mathbf{k},\mathbf{k};ik_n+iq_n,ik_n\right) &= 1+\frac{1}{\mathcal{V}}\sum_{\mathbf{k}'} n_{\mathrm{imp}}\left|u^{\mathrm{RPA}}\left(\mathbf{k}'-\mathbf{k}\right)\right|^2\mathcal{G}\left(\mathbf{k}',ik_n\right) \\
&\quad\times\mathcal{G}\left(\mathbf{k}',ik_n+iq_n\right)\frac{\mathbf{k}\cdot\mathbf{k}'}{k^2}\gamma^{\mathrm{1BA}}\left(\mathbf{k}',\mathbf{k}';ik_n+iq_n,ik_n\right)
\end{aligned} \tag{18}
$$

在公式16.34中Γ_x^{RA}和Γ_x^{RR}都出现了，它们满足两个不同的积分方程，因此我们需要修改上式，$iq_n+ik_n\to\omega+\varepsilon+i\eta$并且$ik_n\to\varepsilon\pm i\eta$，然后取极限$\omega\to 0$，最后我们得到

$$
\begin{aligned}
\operatorname{Re}\sigma_{xx}=2\operatorname{Re}\frac{e^2}{2\pi}\frac{1}{\mathcal{V}}\sum_{\mathbf{k}}\Gamma_{0,x}(\mathbf{k},\mathbf{k})\Big[&G^A(\mathbf{k},0)G^R(\mathbf{k},0)\Gamma_x^{RA}(\mathbf{k},\mathbf{k};0,0) \\
&-G^A(\mathbf{k},0)G^A(\mathbf{k},0)\Gamma_x^{AA}(\mathbf{k},\mathbf{k};0,0)\Big]
\end{aligned} \tag{16.34}
$$

$$
\gamma^{RX}(\mathbf{k},\varepsilon)=1+\frac{1}{\mathcal{V}}\sum_{\mathbf{k}'} n_{\mathrm{imp}}\left|u^{\mathrm{RPA}}\left(\mathbf{k}'-\mathbf{k}\right)\right|^2 G^X\left(\mathbf{k}',\varepsilon\right)G^R\left(\mathbf{k}',\varepsilon\right)\frac{\mathbf{k}\cdot\mathbf{k}'}{k^2}\gamma^{RX}\left(\mathbf{k}',\varepsilon\right) \tag{19}
$$

其中 X = A or R，我们可以看到n_{imp}倾向于另求和消失，并且在弱散射极限下我们期望方程的解为$\gamma^{RX}(\mathbf{k},\varepsilon)\approx 1$，之后我们会看到对于$\gamma^{RA}$和$\gamma^{RR}$的虚部这是成立的，但是对于$\gamma^{RA}$的实部一个因子$1/n_{\mathrm{imp}}$被包含在格林函数中。

这告诉我们，对于有着相同参数的格林函数的乘积，我们要小心处理。因为在小n_{imp}极限下$\mathrm{Im}G^X$倾向于是一个delta函数，而两个delta函数的乘积是要小心处理的，下面我们将处理G^AG^R和G^RG^R

$$
\begin{aligned}
G^A(\mathbf{k},\varepsilon)G^R(\mathbf{k},\varepsilon) &= \left|G^R(\mathbf{k},\varepsilon)\right|^2\equiv\left|\frac{1}{\varepsilon-\xi_{\mathbf{k}}-\Sigma^R(\mathbf{k},\varepsilon)}\right|^2 \\
&= \frac{1}{\operatorname{Im}\Sigma^R(\mathbf{k},\varepsilon)}\operatorname{Im}\frac{1}{\varepsilon-\xi_{\mathbf{k}}-\Sigma^R(\mathbf{k},\varepsilon)} \\
&\equiv \frac{1}{-2\operatorname{Im}\Sigma^R(\mathbf{k},\varepsilon)}A(\mathbf{k},\varepsilon)\equiv\tau A(\mathbf{k},\varepsilon)
\end{aligned} \tag{20}
$$

其中$A=-2\operatorname{Im}G^R$是谱函数，寿命τ和之前的定义相同$\tau^{-1}=-2\operatorname{Im}\Sigma^R(\mathbf{k},\varepsilon)$，在弱杂质散射的情况下，散射率$\tau^{-1}$非常小所以我们用delta函数近似谱函数。在小$n_{\mathrm{imp}}$ 的情况下，我们得到

$$
G^A(\mathbf{k},\varepsilon)G^R(\mathbf{k},\varepsilon)\approx\tau 2\pi\delta\left(\varepsilon-\xi_{\mathbf{k}}\right). \tag{21}
$$

因为$\tau\propto n_{\mathrm{imp}}^{-1}$，所以乘积$n_{\mathrm{imp}}G^AG^R$在极限$n_{\mathrm{imp}}\to 0$是有限的。另一方面组合$G^RG^R$是不发散的，实际上$n_{\mathrm{imp}}\, G^RG^R\to 0$在极限$n_{\mathrm{imp}}\to 0$，下面我们可以看到$G^RG^R$是有限的：

$$
\begin{aligned}
G^R(\mathbf{k},\varepsilon)G^R(\mathbf{k},\varepsilon) &= \left(\frac{\varepsilon-\xi_{\mathbf{k}}-\frac{i}{2\tau}}{\left(\varepsilon-\xi_{\mathbf{k}}\right)^2+\left(\frac{1}{2\tau}\right)^2}\right)^2 \\
&= \frac{\left(\varepsilon-\xi_{\mathbf{k}}\right)^2-\left(\frac{1}{2\tau}\right)^2}{\left(\left(\varepsilon-\xi_{\mathbf{k}}\right)^2+\left(\frac{1}{2\tau}\right)^2\right)^2}+i\left(\varepsilon-\xi_{\mathbf{k}}\right)A(\mathbf{k},\varepsilon)
\end{aligned} \tag{22}
$$

最后一项当τ很大时为0，所以A可以使用delta函数近似。第一项是一个在$\varepsilon-\xi_{\mathbf{k}}=0$的峰函数，但是如果对$\xi_{\mathbf{k}}$积分，这个权重为0。

从上面的论述中，我们看到$G^R G^R$是可以消去的，只需要考虑$G^R G^A$。

如上面所解释我们使用一阶Born近似计算自能，下面我们使用一阶Born近似τ_0代替τ

$$\tau^{-1} \approx \tau_0^{-1} \equiv 2\pi n_{\mathrm{imp}} \sum_{\mathbf{k}'} \left|u\left(\mathbf{k}-\mathbf{k}'\right)\right|^2 \delta\left(\xi_{\mathbf{k}}-\xi_{\mathbf{k}'}\right). \tag{23}$$

因为所有的能量都处于费米能，所以寿命与$\mathbf{k}$的选取无关。电导因此变为

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\sigma_{xx} &= 2e^2 \operatorname{Re} \frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{k}} \Gamma_{0,x}(\mathbf{k},\mathbf{k}) \tau_0 \delta\left(\xi_{\mathbf{k}}\right) \Gamma_x^{RA}(\mathbf{k},\mathbf{k};0,0) \\ &= 2e^2 \tau_0 \operatorname{Re} \frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{k}} \frac{k_x}{m} \delta\left(\xi_{\mathbf{k}}\right) \frac{k_x}{m} \gamma^{RA}(\mathbf{k},\mathbf{k};0,0) = \frac{e^2 n}{m} \tau_0 \gamma^{RA}\left(k_F,k_F;0,0\right) \end{aligned} \tag{24}$$

这里我们使用了 $\frac{2}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{k}}\left(k_x^2/m^2\right) \delta\left(\xi_{\mathbf{k}}\right)=\frac{2}{3\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{k}}\left(k^2/m^2\right) \delta\left(\xi_{\mathbf{k}}\right)=\frac{2m}{\pi_R^2} \int_0^{\infty} dk k^4 \delta\left(k^2-k_F^2\right)=n/m$ (see Eq. (2.26)). 下面的问题就是找到$|\mathbf{k}|=k_F$时的$\gamma^{RA}(\mathbf{k},\mathbf{k};0,0)$，它的结果遵循公式16.36

$$\gamma^{RA}(\mathbf{k})=1+\frac{2\pi}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{k}'} n_{\mathrm{imp}}\left|u^{\mathrm{RPA}}\left(\mathbf{k}'-\mathbf{k}\right)\right|^2 \tau_0 \delta\left(\xi_{\mathbf{k}'}\right) \frac{\mathbf{k}\cdot\mathbf{k}'}{k^2} \gamma^{RA}\left(\mathbf{k}'\right) \tag{25}$$

因为这个公式不取决于$\mathbf{k}$的方向，并且因为$\mathbf{k}$和$\mathbf{k}'$的长度都是费米波矢k_F，γ^{RA}只取决于k_F，所以

$$\gamma^{RA}=1+\left[\frac{2\pi}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{k}'} n_{\mathrm{imp}}\left|u^{\mathrm{RPA}}\left(\mathbf{k}'-\mathbf{k}\right)\right|^2 \delta\left(\xi_{\mathbf{k}'}\right) \frac{\mathbf{k}\cdot\mathbf{k}'}{k^2}\right] \tau_0 \gamma^{RA}, \tag{26}$$

$$\gamma^{RA}=\frac{1}{1-\lambda\tau_0}, \tag{27}$$

其中

$$\lambda=\frac{2\pi}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{k}'} n_{\mathrm{imp}}\left|u^{\mathrm{RPA}}\left(\mathbf{k}'-\mathbf{k}\right)\right|^2 \delta\left(\xi_{\mathbf{k}'}\right) \frac{\mathbf{k}\cdot\mathbf{k}'}{k^2}=\left(\tau_0\right)^{-1}-\left(\tau^{\mathrm{tr}}\right)^{-1}. \tag{28}$$

运输时间τ^{tr} 定义为

$$\left(\tau^{\mathrm{tr}}\right)^{-1} \equiv \frac{2\pi}{\mathcal{V}} \sum_{|\mathbf{k}'|=k_F} n_{\mathrm{imp}}\left|u^{\mathrm{RPA}}\left(\mathbf{k}'-\mathbf{k}\right)\right|^2\left(1-\frac{\mathbf{k}\cdot\mathbf{k}'}{k^2}\right). \tag{29}$$

这就是15.38中推导出的运输时间，把它带回16.45我们得到

$$\gamma^{RA}=\frac{\tau^{\mathrm{tr}}}{\tau_0}. \tag{30}$$

最后电导方程在0温时为：

$$\sigma=\frac{e^2\tau^{\mathrm{tr}}}{m^2} \frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{k}} \delta\left(\xi_{\mathbf{k}}\right) k_x^2=\frac{e^2 n\tau^{\mathrm{tr}}}{m}. \tag{31}$$

和期望的一样我们得到了和半经典完全相同的结果。