

Chapter 19 1D electron gases and Luttinger liquids

一维相互作用电子气体与高维电子气体的主要区别在于**Fermi液体理论在一维中的失效**。

- 在第15章中，我们看到Fermi液体理论的主要成就是让我们能够用准粒子的形式来描述元激发。
- 在本章中，我们将看到，在一维电子系统中，准粒子激发被Luttinger-Tomonaga激发所取代，一种具有完全不同本质的密度波。相应的电子液体被称为Luttinger液体。

研究相互作用的一维电子气体并不仅仅是一个学术上的练习。在凝聚态物理学中，有几个系统可以研究被限制在一维的相互作用费米子，因此激发我们目前对一维和三维物理学之间的区别进行研究。

- 近年来，由于人们可以在**人造纳米结构**和**碳纳米管**中观察到一维电子气体的异常性质，因此Luttinger液体的概念备受关注。
- 这种活动也受到了单个杂质如何导致1D系统的输运特性发生巨大变化的研究（Fisher和Glazman, 1997）的影响，这与第7章中我们所看到的介观系统的相干输运的通常理解形成了对比。

本章的目的是简要介绍一些关键点，对于Luttinger液体理论及其许多应用的更全面概述，我们将读者引荐到本章末尾列出的综述论文。

Contents

- 19.1 What is a Luttinger liquid? 347
- 19.2 Experimental realizations of Luttinger liquid physics 348
 - 19.2.1 Example: Carbon Nanotubes 348
 - 19.2.2 Example: semiconductor wires 348
 - 19.2.3 Example: quasi 1D materials 348
 - 19.2.4 Example: Edge states in fractional quantum Hall effect 348
- 19.3 A first look at the theory of interacting electrons in 1D 348
 - 19.3.1 The “quasiparticles” in 1D 350
 - 19.3.2 The lifetime of the “quasiparticles” in 1D 351
- 19.4 The spinless Luttinger- Tomonaga model 352
 - 19.4.1 The Luttinger-Tomonaga model Hamiltonian 352
 - 19.4.2 Inter-branch interaction 354

- 19.4.3 Intra-branch interaction and charge conservation 355
- 19.4.4 Umklapp processes in the half-filled band case 356
- 19.5 Bosonization of the Tomonaga model Hamiltonian 357
 - 19.5.1 Derivation of the bosonized Hamiltonian 357
 - 19.5.2 Diagonalization of the bosonized Hamiltonian 360
 - 19.5.3 Real space representation 360
- 19.6 Electron operators in bosonized form 363
- 19.7 Green's functions 368
- 19.8 Measuring local density of states by tunneling 369
- 19.9 Luttinger liquid with spin 373

Summary and outlook

19.1 What is a Luttinger liquid?

对于一维电子系统, Luttinger 液体取代了 Fermi 液体来作为通用多粒子态. 这一概念由Haldane在1981年提出。在Luttinger液体中, 元激发与自由电子的元激发非常不同, 不能像3D情况下一样定义准粒子。

- 一般的Luttinger液体图像与Fermi液体图像类似, 它们都描述许多粒子的基态的**低能激发**.
- 但对于Luttinger液体, 这些**低能激发不是准粒子**, 而是由Luttinger-Tomonaga模型 (参见19.3和19.5节) 给出的**密度波**.
 - 即使我们包括了更复杂的相互作用 (例如自旋翻转背向散射, 参见19.9节), 这个模型的有效低能哈密顿量的简单形式 (参见方程 (19.52c)) 通常仍然相同, 因此称为“Luttinger液体”。
 - 这样的过程在低能区域通常是不重要的, 可以通过更一般哈密顿量的仔细重整化群处理来证明。但是这个讨论超出了本书的范围。

19.2 Luttinger 液体物理的实验实现

自然，自然界中没有真正的一维系统。然而，凝聚态物理中有许多物理系统可以用一维模型很好地描述。

关键要求: 在两个垂直方向上施加足够强的量子束缚，以便在低能量下，人们可以忽略除一维模式之外的所有量子能级。下面我们列出了一些已被分配了一维金属特性的系统。在本章末尾列出的综述论文中可以找到更多的参考文献。

1. 碳纳米管 (Carbon Nanotubes): 碳纳米管是一种实验上被广泛用于仔细研究一维物理的候选系统。
 - 1) 在Tomonaga-Luttinger模型中，假定了一个线性色散关系（见式(19.15)）。
 - 2) 在**金属碳纳米管**中，这的确是一个非常好的近似。这一从半金属石墨烯继承的色散关系，在数百meV的范围内具有线性色散关系（详见 Saito et al. 1998）。
 - A. 例如，碳纳米管的隧穿数据显示出类似于第19.8节中推导出的幂律隧穿态密度的特征（Egger et al. 2001）。
2. 半导体导线 (semiconductor wires): 半导体异质结中制成的细线是另一个准一维系统的例子，其中也观察到了著名的**自旋电荷分离 (spin charge separation)** 的迹象。
 - 1) 具体来说，所谓的**削切边超生长系统(cleaved edge overgrowth systems)**中开展的两条导线之间的隧穿实验，已被用于证明 Luttinger 液体的自旋-电荷分离特征（Tserkovnyak et al. 2003）。
3. 准一维材料 (quasi 1D materials): 一些有机晶体和其他晶体具有非常大的**各向异性**，在一个晶体方向上的导电性远远大于其他两个方向。
 - 1) 一个例子是所谓的Bechgaard盐。
 - 2) 有人认为，这些系统的光学响应可以用Luttinger液体的幂律来描述（详见Giamarchi 2003）。
4. 分数量子霍尔效应中的边缘态: 分数量子霍尔效应中的二维电子气的一维边缘态。
 - 1) 事实证明，我们可以提出一个类似于第19.4和19.5节中将要考虑的Luttinger液体模型的1D边缘态理论。
 - 2) 文小刚于1992年和2004年提出了关于FQH状态中Luttinger液体的理论。在习题19.6中，我们将介绍这个理论的一个简单版本。