文章编号: 1007-5429(2010) 03-0111-04

# 竞争环境中的截流选址与设计问题

马满,杨超,胡丹丹(华中科技大学管理学院,湖北武汉430074)

摘要: 研究了在竞争环境下同时优化选址和设计决策的截流选址问题。产生于网络路径上的顾客流按| 定概率分布来选择各个设施,概率分布由设施服务台数量与偏移原路径距离共同决定。在已有竞争设施存在的情况下,通过选址和设计服务台数量的决策使净收益最大。采用| 种带权重的贪婪算法来求解该问题,经过大量计算实验表明该方法求解质量和求解速度都比较理想。

关键词: 选址; 设计; 截流; 竞争; 启发式

中图分类号: N94; O22 文献标识码: A

## Flow Interception Location and Design Problem in Competitive Environment

MA Man, YANG Chao, HU Dan-dan

(School of Management, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: A flow interception location problem is studied simultaneously optimizing location and design decisions in competitive environment. Customer flows on the paths obtain service from facilities according to a probabilistic distribution, which is determined by the number of facility servers and deviation distance from the given path. With some competitive facilities existed, the objective is to maximize the net profit through their locations and designs. An adapted weighted greedy heuristic is employed to solve this model. A great deal of computation tests show that this method is efficient.

**Key words:** location; design; flow interception; competitive; heuristic

# 1 引言

竞争选址的研究始于 Hotelling <sup>11</sup>的论文,将距离作为唯一的竞争因素,顾客选择最近的设施为其服务。竞争选址问题可以分为静态竞争选址模型、考虑未来竞争的选址模型和动态均衡竞争选址模型三类<sup>[2]</sup>。目前研究较多的是静态竞争选址问题。包括确定和随机两种情形。确定型的竞争选址问题基于以下基本假设:现有的竞争者已知且固定不变;消费者以全部需求选择最具吸引力的设施服务。随机型的竞争选址问题考虑的是:消费者以一定概率选择设施服务。目前,静态随机型的竞争设施选址一般采用空间交互作用模型 <sup>1-4</sup>,顾客选择考虑顾客到设施的距离以及设施的吸

引力,其中设施吸引力包括设施容量、商品价格、服务质量、停车便利及服务台数量等诸多因素。

本文研究的竞争环境中的截流选址与设计问题考虑的是需求产生在路径上,即设施服务的对象主要是经过该设施的顾客流。这在实际情形中是常见的,比如便利店、加油站、自动取款机等,经过它们的顾客流是其主要需求。Berman<sup>[5]</sup> 和 Hodgson<sup>[6]</sup> 提出了截流问题模型(Flow Interception Problem, FIP), 研究了在顾客流路径和流量确定的前提下,如何在网络节点上选址使截得的流量最大。Berman 和 Krass<sup>[7]</sup> 结合空间相互作用模型和截流选址研究了竞争性设施的选址问题。Yang 等<sup>[8]</sup> 考虑了将服务设施设在边上的截流选址问题。Gendreau 和 Laporte<sup>[9]</sup> 研究了使风险

收稿日期: 2010-02-13; 修回日期: 2010-04-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目( 70871044; 70601011); 教育部新世纪优秀人才支持计划项目( NCET-06~0653)

作者简介: 马满(1986), 男, 湖北黄冈人, 硕士研究生, 主要研究方向为网络优化、科学决策。

下降最大的截流选址问题。Wu 和 Lin<sup>[10]</sup> 研究了一类 竞争环境下的服务设施选址问题。

由于选址和设计决策的连续性和相关性,为使整 体收益最大, 在做选址决策时应该考虑到设计的问题 这就要求我们同时对选址和设计决策进行优化。目 前,对于选址与设计问题国际上已有一些研究,但是文 献较少,尤其是在竞争环境中。Zhang 和 Rushton[11] 研 究了竞争设施的选址问题,将顾客等待时间作为约束 条件, 需求分配与设施容量成正比, 距离成反比, 通过 选址和容量调整, 使顾客的空间效用最大, 其中设施容 量是离散的,与服务台数目相关。Plastria Plastria 和Carrizosa[13], Zhang[14]研究了同时优化选址和设计 决策的多设施选址问题, 但他们采用的假设是消费者 以全部需求到最有吸引力的设施且需求没有弹性。 Dasci 和 Laporte [15] 对单个设计属性进行了优化, 但仍 然不是随机型的选址模型。Eiselt 和 Laport e<sup>[16]</sup> 考虑了 单个设施、一个设计属性(即质量)和需求非弹性的基 于空间交互模型的竞争选址问题。Aboolian 等[17] 提出 了一类离散情形下的竞争选址设计问题, 同时对选址 和设施有限的设计情形进行优化,并提出三种不同的 方法进行求解。本文将提出一种竞争环境下的截流选 址与设计问题模型(CFILDP),将选址变量和设计变量 同时作为决策变量,并给出了模型的算法。

# 2 CFILDP 模型中用到的相关理论

#### 2.1 截流选址问题

Maximize 
$$\sum_{\rho \in P} f^{\rho} y^{\rho}$$
 (1)

Subject to 
$$\sum_{j \in N} y_j = m$$
 (2)

$$\sum_{j \in N_{\rho}} y_{j} \geqslant_{y\rho}, \rho \in P \tag{3}$$

$$y_{\rho}, y_{j} \in \{0, 1\}, \rho \in P, j \in N \tag{4}$$

目标函数(1)表示截得的流量最大;约束条件(2)表示建立的设施的数目为m个;约束条件(3)表示只有在第 $\rho$ 条路线上至少有一个服务设施时,变

量  $y_{P}=1$ , 否则变量  $y_{P}=0$ ; 约束条件(4)表示决策变量  $y_{P}$ ,  $y_{I}$  为 0-1 变量。

在实际情形下,顾客可能会选择与自己既定路线有一定偏离距离的设施服务,基于此,本文提出的CFILDP模型放松了部分约束条件,允许各路线上的顾客流发生偏移。假设顾客熟悉网络路线,会选择最短路径行走,即所有既定路线  $\rho$ 是两端点  $s_P$  和  $t_P$  之间的最短路径( $\rho \in P$ ),点 i 与点 j 之间的最短距离表示为 d(i,j),则偏离距离  $D(\rho_i)^{(19)}$  定义如下:  $D(\rho_i)^{(19)}$  定义如下:  $D(\rho_i)^{(19)}$  定义如下:  $D(\rho_i)^{(19)}$ 

#### 2.2 空间交互作用模型

本文引入空间交互作用模型对产生于网络路径上的顾客流进行分配<sup>17</sup>。相同路径上的顾客流根据一定的概率来选择各个设施。本文考虑服务台设置数量和偏离距离来决定顾客流对各设施的选择概率。对于需求主要是经过的顾客流的设施来说,服务台数量的多少直接影响了排队等候时间和服务质量,因此服务台数量应该作为其吸引力的主要决定因素。S 表示候选设施点的集合, E 表示已存在的竞争对手的地址的集合, P 为所有路径的集合, g 为是否设立服务设施的决策变量, g 为选址点g 处设置服务台的数量, g g 人们,为偏离距离,g 和g 分别表示服务台数量和偏离距离的权重系数。设有 g 个服务台的设施;对于路径g 上顾客的效用为

$$u_{Pj} = \frac{e^{\alpha_{j}}}{e^{\beta D(Q_{j})}}, \, Q \in P, j \in S \cup E$$

则路径 ρ上的流量分配给设施; 的比例为

$$x \in \frac{u_{ij} y_{j}}{\sum_{j \in S} u_{ij} y_{j} + \sum_{k \in E} u_{ij}}, \rho \in P, j \in S \cup E$$

# 3 CFILDP 模型的建立

基于以上分析,为了建立 CFILDP 模型,我们将空间交互作用模型引入截流问题中。将设施选址与设计总成本定义为固定成本与服务台设置成本之和,同时为了计算净收益,我们赋给顾客流一个消费额度权重系数,净收益即为截流量与消费额度权重系数的乘积减去总成本,目标是使得净收益最大。根据以上相关内容中符号和变量的定义,补充如下定义。

 $\theta$  为顾客流的消费额度的权重系数;  $f_j$  为设施在j 处选址的固定成本; h 为设置每个服务台的成本; M 是一个足够大的数。

不同于一般的竞争选址模型, 本文将选址变量  $y_i$  和设计变量  $y_i$  同时作为决策变量, 完整模型如下。

Maximize 
$$Z = \theta \sum_{j \in S} \sum_{\rho \in P} f \rho x \theta - \sum_{j \in S} (f j y j + h s j) (5)$$

Subject to 
$$u_{Pj} = \frac{e^{\alpha s_j}}{e^{\beta D(Q_j)}}, \ P \in P, j \in S \cup E \ (6)$$

$$x_{\theta} = \frac{u_{\theta} y_{j}}{\sum_{j \in S} \mu_{\theta} y_{j} + \sum_{k \in E} \mu_{\rho_{k}}}, \rho \in P, j \in S \cup E(7)$$

$$\sum_{i \in S \cup E} x \, \Theta = 1, \, \rho \in P \tag{8}$$

$$\sum_{j \in S} y_j = m \tag{9}$$

$$x_{\theta} \leq \gamma_{i}, \rho \in P, j \in S$$
 (10)

$$s_j \leq My_j, j \in S \tag{11}$$

$$y_i \in \{0, 1\}, j \in S$$
 (12)

目标函数(5)表示使净收益最大;约束条件(6)~(8)在空间相互作用中已经解释;约束条件(9)~(10)在截流选址问题中已经给予说明;约束条件(11)表示只有在j处设立服务设施才能设计服务台的数量;约束条件(12)为0-1变量约束。

#### 4 启发式算法

由于截流问题已经被证明为 NP-hard 问题<sup>[5]</sup>,本文提出的 CFILDP 模型也属于 NP-hard 问题。本文采用一种带权重的贪婪算法进行求解,其基本思想是: 每次迭代过程中找出使目标值增加量与成本之比最大的决策对。

假设(j,s)为决策对,L 为决策集,T 为非决策

集, Z 为目标函数值, 具体步骤如下。第一步: 用 Froyd 算法求出路径  $\rho$ 的距离、路线以及路径  $\rho$ 到点j 的偏移距离  $D(\rho,j)$ ,  $\rho \in P, j \in S$ ;

第二步: 初始化, 令  $T^0 = \emptyset$ ,  $L^0 = \emptyset$ , Z = 0, t = 1; 第三步: 令 t = t + 1,  $(j(t), s_j(t)) = \arg\max_{j, S_j \in T^{t-1}} \left\{ \frac{Z(L^{t-1} \cup \{j(t), s_j(t)\}) - Z(L^{t-1})}{f_{j(t)} + hs_j(t)} \right\}$ , 如果 t < m + 1

1, 那么  $L' = L^{t-1} + \{j(t), S_j(t)\}, T' = T^{t-1} \cup \{j(t), S_j(t)\}$ . 否则, 停止。则启发式算法的解为  $L^g = L^{t-1}$ , 此时目标值为  $Z^g = Z(L^{t-1})$ 。

## 5 算例

为了能使启发式结果与精确解进行比较, 计算试验在不同规模的网络上进行。随机产生具有 N 个节点的网络及其容量, 随机产生 20 条路径及其流量, 竞争对手已经在点 1 和节点 2 处分别建有 2 个和 3 个服务台的设施。不失一般性, 我们令  $\theta=1$ 。对于每组算例由不同的权重  $\alpha$ ,  $\beta$ , 网络节点数 N 和选址设施数 m 组成, 共产生 24 组算例, 每组算例产生 10 个随机网络和随机路径。

算法使用 M atlab 7.0 进行编码, 在 Intel Pentium Dual E5300 2.6GHz, 内存为 1.00GB 的计算机上进行计算试验。表 1 给出了启发式算法的运算结果, 精确解通过枚举法得到。结果表明该启发式算法效果好,运算速度快, 且最大误差不超过 5%。

表 1 算法结果及比较

N	m	α	β	平均误差	最大误差	启发式算法 平均运行时间(s)	枚举法 平均运行时间( s)
20	2	0. 3	0. 2	0.0098	0. 0242	0. 07	0. 59
			0.8	0.0021	0. 0135	0. 03	0. 54
		0. 7	0. 2	4. 5× 10 <sup>-4</sup>	0. 0009	0. 04	0. 56
			0.8	0.0106	0. 0378	0.08	0.59
	3	0.3	0. 2	0.0038	0. 0159	0. 15	16. 93
			0.8	0. 0143	0. 0369	0. 18	17. 11
		0. 7	0. 2	0.0126	0. 0268	0. 16	17. 07
			0.8	$3.8 \times 10^{-4}$	0.0065	0. 16	17. 17
30	2	0.3	0. 2	0.0007	0. 0220	0.09	2. 42
			0.8	$4.0 \times 10^{-4}$	0.0007	0. 09	2. 47
		0.7	0. 2	0. 0111	0. 0419	0. 10	2. 42
			0.8	0.0104	0. 0354	0. 11	2. 41
	3	0. 3	0. 2	0.0118	0. 0483	0.71	62. 48
			0.8	0. 0205	0. 0425	0.72	61. 59
		0.7	0. 2	0.0137	0. 0354	0. 68	62. 48
			0.8	0.0095	0. 0245	0.72	63. 32
40	2	0.3	0. 2	0.0026	0. 0125	0. 13	74. 82
			0.8	0.0082	0. 0254	0. 12	75. 41
		0. 7	0. 2	0. 0044	0. 0122	0. 15	75. 36
			0.8	0.0007	0. 0167	0. 15	75. 36
	3	0.3	0. 2	0. 0187	0. 0489	3. 43	114. 87
			0.8	0.0058	0. 0268	3. 48	115. 81
		0. 7	0. 2	0. 0156	0. 0365	3. 52	116. 25
			0.8	0.0035	0. 0256	3. 38	114. 59

## 6 结语

本文研究了竞争环境下同时优化选址和设计的 截流选址问题,考虑了服务台数量和偏离距离对选 址决策的影响,将选址变量和设计服务台数的变量 一起作为决策变量,并给出了相应的启发式算法,通 过大量算例计算,该算法的计算速度快,误差小。在 今后的工作中,进一步研究同时对选址和设计进行 优化的选址问题,如可以考虑对选址设施的其他属 性进行优化,同时考虑产生于固定点和边的需求或 者需求服从不同分布等情况。

## 参考文献:

- Hotelling. Stability in competition [J]. Economics Journal, 1929, 39(1): 41-57.
- [2] Plastria F. Static competitive facility location: An overview of optimization [J]. European Journal of Operation Research, 2001, 129(3): 461-470.
- [3] Benati S, Hansen P. The maximum capture problem with random utilities Problem formulation and algorithms [J]. European Journal of Operational Research, 2002, 143(3):518-530.
- [4] Berman O, Krass D. Locating multiple competitive facilities: spatial interaction models with variable expenditures [J]. Annals of Operations Research, 2002, 111: 197-225.
- [5] Berman O, Fouska N, Laarson R C. Optimal location of discretionary service facilities [J]. Transportation Science, 1992, 26(3): 201-211.
- [6] Hodgson J. A flow-capturing location allocation model [J]. Geographical Analysis, 1990, 22(3): 270-279.
- [7] Berman O, Krass D. Flow intercepting spatial interaction model: a new approach to optimal location of competitive facilities [J]. Location Science, 1998, 6(1): 41-65.
- [8] Yang H, Yang C, Gan L. M odels and algorithms for the screen line-based traffic counting location problems [J]. Computers and Operations Research, 2006, 33(5): 836-858.
- [9] Gendreau M, Laporte G, Parent I. Heuristics for the location of inspection stations on a network[J]. Naval Research Logistics, 2000, 47(4): 287-303.
- [10] Wu T, Lin J. Solving the competitive discretionary service facility location problem [J]. European Journal of Operational Research, 2003, 144(2): 366-378.
- [11] Zhang L, Rushton G. Optimizing the size and locations of facilities in competitive multi-site service systems [J].

  Computers & Operations Research, 2008, 35(2): 327-338.
- [12] Plastria F. Profit maximizing single competitive fadility location in the plane [J]. Studies in Location Analysis 1997, 11:115-126.
- [13] Plastria F, Carrizosa. Optimal location and design of a competitive facility[J]. M athematical Programming, 2004, 100 (2): 247-265.
- [14] Zhang S. On a profit maximizing location model. Annals of

- Operation Research[ J]. 2001, 103(1): 251-260.
- [15] Dasci A, Laporte G. Location and pricing decisions of a multi store monopoly in a spatial market [J]. Journal of Regional Science 2004,44(3): 489-515.
- [16] Eiselt H, Laporte G. The maximum capture problem in a weighted network[J]. Journal of Regional Science, 1989, 29 (3):433-439.
- [17] AboolianR, Berman O, Krass D. Competitive facility location and design problem [J]. European Journal of Operation Research, 2007, 182(1): 40-62.
- [18] Hodg son M J. A Flow-Capturing Location-Allocation Model
  [J]. Geographical Analysis, 1990, 22(3): 270-279.
- [19] Berman O, Bertsimas D, Larson R. C. Locating discretionary service facilities, II: Maximizing market size, minimizing inconvenience [J]. Operations Research, 1995, 43(4): 623.

#### 书刊评介

#### 服务型制造: 理论与实践

在新的世纪,制造业的外部环境发生了显著的变化。经济的全球化程度日益加深,人类面临的资源与环境的压力与挑战越来越大,顾客的需求进一步复杂化、动态化。与此同时,以信息和现代运输技术等为代表的科学技术快速发展,企业竞争模式不断进化,新的制造模式不断涌现。正是在这样的时代背景下,服务型制造得以萌芽、发展和壮大。

该书分为 10 章: 服务型制造的背景、服务模式的演化、服 务型制造的产生 ——先进制造模式的演化、服务型制造模式 的价值创造机理、服务型制造的产品服务系统、服务型制造的 组织模式、服务型制造环境下的营销、企业的服务型制造战 略 ——基于知识的观点、服务型制造网络的自组织运作和服 务型制造的最佳实践。该书以21世纪制造业和服务业发展 所面临的机遇和挑战为背景, 在对先进制造模式演化总结的 基础上,提出适合 21 世纪竞争环境的制造模式 ——服务型制 造。分析了服务型制造的概念、理论体系和实施模式。在此 基础上探讨了服务型制造的价值创造机理、产品服务系统模 式、组织模式、营销模式、运作模式,以及企业向服务型制造战 略转型的演化模式。最后,分析了国内外制造及服务企业发 展服务型制造的典型模式。在21世纪,制造业的外部环境发 生了显著的变化,制造业和服务业呈现出交叉融合、良性互动 发展的关系。服务型制造正是在这样的背景下产生的新的商 业模式、新的生产组织方式和新的制造模式。

该书旨在通过推动服务型制造模式的研究与应用,提升我国制造业的竞争力,促进我国制造业的发展。

该书受国家自然科学基金重点项目和国家社会科学基金项目的资助,并在汪应洛院士的支持下由孙林岩教授主持完成,清华大学出版社 2009 年 4 月出版。该书为平装,16 开本,223 页,277 千字,定价 29 元。

该书是一部关于中国制造业发展未来的著作,可供致力于中国制造业发展的学者、研究生、政府官员和企业管理者阅读和参考。 (徐秋栋)