

13 de setembro de 2013

F 429: Experimento II

Sumário

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Introdução | 3 |
| 2 | Instrumentos e Componentes | 3 |
| 2.1 | Medidas | 3 |
| 2.1.1 | Impedância interna do gerador | 3 |
| 2.1.2 | Indutor | 4 |
| 2.1.3 | Resistência em série do indutor (R_L) | 4 |
| 2.1.4 | Capacitor | 4 |
| 2.1.5 | Resistor de 47Ω | 4 |
| 2.1.6 | Resistor de 150Ω | 4 |
| 3 | Círcuito RC | 4 |
| 3.0.7 | Integrador | 4 |
| 3.0.8 | Diferenciador | 6 |
| 4 | Círcuito RLC | 8 |
| 4.1 | Teoria e Experimento | 9 |
| 5 | Conclusão | 14 |

Lista de Figuras

| | | |
|----|---|----|
| 1 | Círcuito representativo para medida da resistência interna do gerador | 3 |
| 2 | Círcuito integrador ou Filtro passa-baixa | 4 |
| 3 | Círcuito integrador $f_c \approx 120,51\text{Hz}$ | 5 |
| 4 | Círcuito integrador f_c | 5 |
| 5 | Círcuito integrador $f_c \approx 192,80\text{kHz}$ | 6 |
| 6 | Círcuito diferenciador ou Filtro passa-alta | 6 |
| 7 | Círcuito diferenciador $f_c \approx 120,51\text{Hz}$ | 7 |
| 8 | Círcuito diferenciador f_c | 7 |
| 9 | Círcuito diferenciador $f_c \approx 192,80\text{kHz}$ | 7 |
| 10 | Círcuito diferenciador descontinuidade | 8 |
| 11 | Círcuito RLC | 8 |
| 12 | Componentes em estado subamortecidos | 9 |
| 13 | Resistor, Capacitor e Indutor subamortecidos | 10 |
| 14 | Equações dos amortecimentos | 10 |
| 15 | Sobre-amortecido e amortecimento crítico teóricos | 11 |
| 16 | Resistor sobre-amortecido e criticamente amortecido | 11 |
| 17 | Indutor sobre-amortecido e criticamente amortecido | 11 |

| | | |
|----|---|----|
| 18 | Máximos e mínimos locais acima do eixo V | 12 |
| 19 | Máximos e mínimos locais abaixo do eixo V | 13 |
| 20 | Gráfico Amplitude X Tempo | 13 |

Lista de Tabelas

| | | |
|---|---|----|
| 1 | Tabela de dados (Amplitude e Tempo) | 13 |
|---|---|----|

1 Introdução

Este experimento propõe-se a estudar as experimentalmente e analizar as formas de onda dos circuitos integrador e diferenciador. Neste caso, são do tipo RC e compostos por uma fonte, um resistor e um capacitor ligados em série.

Analisamos também transientes em circuito ressonante série RLC. Os transientes podem ser estudados no laboratório excitando o circuito com uma onda quadrada de período muito maior que a constante de tempo do circuito.

2 Instrumentos e Componentes

Os instrumentos e componentes utilizados estão listados abaixo com seus respectivos valores nominais.

- Gerador de Funções Tektronix CFG 253.
- Osciloscópio digital Tektronix TDS1000.
- Resistências nominais de 47Ω e 150Ω .
- Resistência de décadas (10Ω a $10K\Omega$).
- Capacitor de $0.22\mu F$.
- Indutor de $50mH$.

2.1 Medidas

2.1.1 Impedância interna do gerador

Para determinar a impedância interna do gerador de funções, começamos com a aproximação de que esta é puramente resistiva e independe da frequência, modo de onda ou corrente que fornece. Feita essa hipótese, podemos encontrar a resistência interna R_G do gerador montando o circuito como na figura abaixo. Primeiro medimos a tensão de saída do gerador de

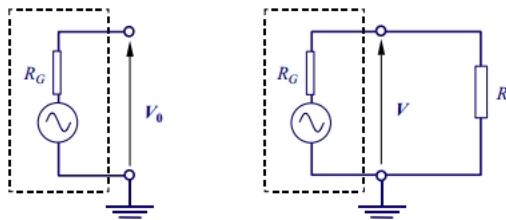


Figura 1: Circuito representativo para medida da resistência interna do gerador

funções conectando-o diretamente ao osciloscópio. Após medir o pico V_0 , colocamos um resistor em paralelo ao circuito, e obtemos um valor para V . Com essas medidas podemos encontrar um valor para R_G , sabendo que temos um divisor de tensão e juntando a Lei de Ohm¹. Logo,

$$R_G = R \cdot \left(\frac{V_0}{V} - 1 \right) \text{ e } \Delta R_G = R_G \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta \frac{V_0}{V}}{\frac{V_0}{V} - 1} \right)^2 + \left(\frac{\Delta R}{R} \right)^2}, \text{ onde } \Delta \frac{V_0}{V} = \frac{V_0}{V} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta V_0}{V_0} \right)^2 + \left(\frac{\Delta V}{V} \right)^2}.$$

¹ $V = R \cdot I$

Portanto, para $V_0 = 24,8V$ ^{II}, $V = 12,2V$ ^{III} e $R_{47} = 47,8\Omega$, $\Delta R_{47} = 0,6\Omega$ ^{IV}, temos: $\Delta V_0 = 0,9940V$, $\Delta V = \frac{V_0}{V} = 2,0328\frac{V}{V}$, $\Delta \frac{V_0}{V} = 0,1125\frac{V}{V}$ e $R_G = 49,3672\Omega \pm 5,4154\Omega$.

2.1.2 Indutor

No experimento I, calculamos o valor do indutor utilizado nos experimentos. O resultado foi, $L = 47,0311mH \pm 4,0174mH$.

2.1.3 Resistência em série do indutor (R_L)

O cálculo de R_L foi apresentado no relatório I, resultando em $R_L = 46,3\Omega \pm 0,6\Omega$.

2.1.4 Capacitor

No experimento anterior obtivemos $C = 0,2236\mu F \pm 0,0191\mu F$.

2.1.5 Resistor de 47Ω

$R_{47} = 47,8\Omega \pm 0,6\Omega$.

2.1.6 Resistor de 150Ω

$R_{150} = 148\Omega \pm 2,5\Omega$.

3 Circuito RC

3.0.7 Integrador

Um circuito integrador é um componente eletrônico contendo elementos, como fonte de tensão[2.1.1], resistor[2.1.6] e capacitor[2.1.4].

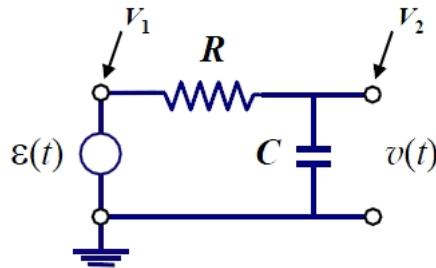


Figura 2: Circuito integrador ou Filtro passa-baixa

I **Lei de Kirchoff:** Aplicando a lei de Kirchoff para malhas teremos: $\varepsilon(t) = R \cdot i(t) + v_c(t)$ ^V

II **Integrador:** No cálculo acima obtemos: $v(t) \approx v_0(t) + \frac{1}{RC} \int_{t_0}^t \varepsilon(t) dt$.

^{II}Escala: 5V

^{III}Escala: 2V

^{IV}Dado obtido no experimento I

^VLembrando que $I_c(t) = C \cdot \frac{dV(t)}{dt}$

III Passa-baixa: A função de transferência de um passa-baixa^{VI} é dada por $T(s) = \frac{K}{1+\frac{s}{w_0}}$.

Sabe-se que $s = j \cdot w$, onde $w = 2\pi \cdot f$ e $\tau = \frac{1}{w_0}$ ^{VII}.

Portanto, para um passa-baixa temos: $T(jw) = \frac{K}{1+j(\frac{w}{w_0})}$ e a frequência de corte $f_c = \frac{1}{\tau \cdot 2\pi}$.

Transmissão DC: Em uma transmissão DC, ou seja, $f = 0Hz(w = 0)$, temos $T(jw) = K$.

IV Metodologia: Montamos o circuito conforme a figura acima, monitorando a V_1 e V_2 no osciloscópio, variando as formas de onda^{VIII} e a frequência ($\frac{f_c}{40}$, f_c , $40f_c$). Modificamos, também, o nível DC entre -1V e +1V e observamos o efeito provocado.

V Resultados e Discussões: Dado em III, combinando com 2.1.4 e 2.1.6, temos $f_c \approx 4,8881Hz$.

Para V, ou seja, frequências aquém de f_c , temos que $V_1 \approx V_2$ visto que o circuito é um passa-

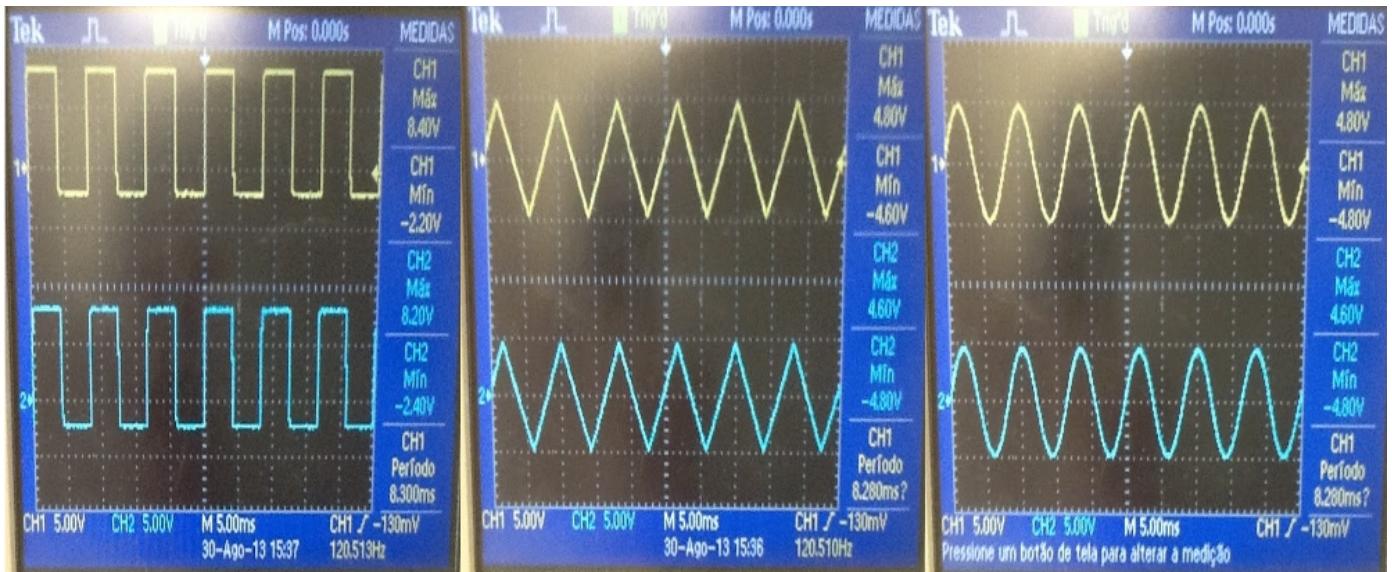


Figura 3: Circuito integrador $f_c \approx 120,51Hz$

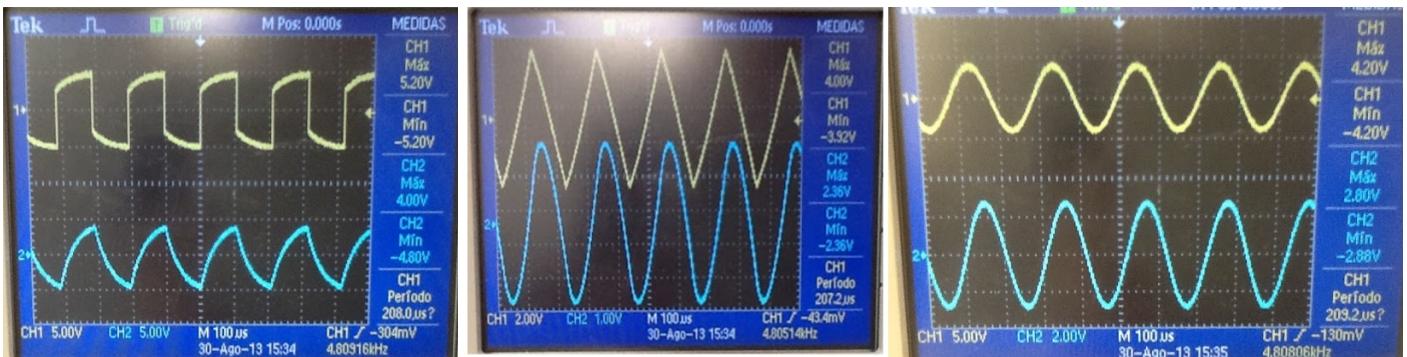


Figura 4: Circuito integrador f_c

^{VI}Sedra Smith, microelectronics circuits 5th edition , tabela 1.2: Resposta em frequência de redes STC

^{VII}frequência 3-dB

^{VIII}quadrada, triangular e senoíde

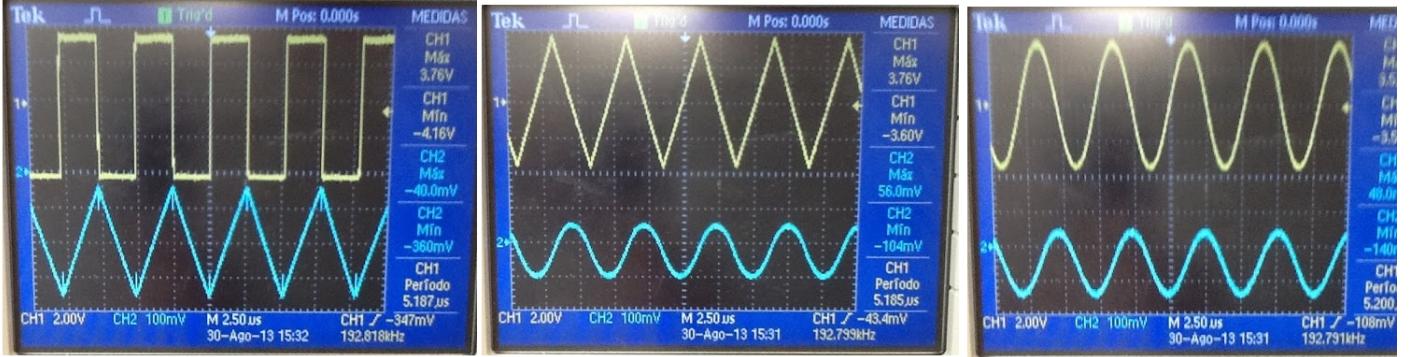


Figura 5: Circuito integrador $f_c \approx 192,80\text{kHz}$

baixa[III]^{IX}. Entretanto, para frequência próximas de f_c observamos pequenas distorções em V_2 e para frequência muito além ($40f_c$) temos um integrador, visto que, a integral de uma constante é uma reta.

A variação do sinal DC resultou em uma descida/subida mais abrupta, já que teremos $T(jw) = K = 1$, para $f = 0$.

3.0.8 Diferenciador

O circuito RC diferenciador assemelha-se ao integrador, apenas alteramos a configuração entre o resistor 2.1.6 e o capacitor 2.1.4.

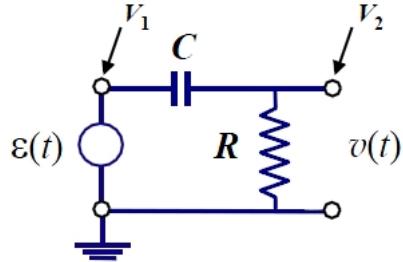


Figura 6: Circuito diferenciador ou Filtro passa-alta

I Lei de Kirchoff: Aplicando a lei de Kirchoff para malhas teremos: $\varepsilon(t) = \frac{t}{C} + v(t)$.

II Diferenciador: No cálculo acima obtemos: $v(t) \approx \frac{1}{RC} \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$

III Passa-alta: A função de transferência de um passa-alta^X é dada por $T(s) = \frac{Ks}{s+w_0}$.

Sabe-se que $s = j \cdot w$, onde $w = 2\pi \cdot f$ e $\tau = \frac{1}{w_0}$ ^{XI}.

Portanto, para um passa-alta temos: $T(jw) = \frac{K}{1-j(\frac{w_0}{w})}$ e a frequência de corte $f_c = \frac{1}{\tau \cdot 2\pi}$.

Transmissão DC: Em uma transmissão DC, ou seja, $f = 0\text{Hz}(w = 0)$, temos $T(jw) = 0$.

IV Metodologia: Montamos o circuito conforme a figura acima, monitorando a V_1 e V_2 no osciloscópio, variando as formas de onda^{XII} e a frequência ($\frac{f_c}{40}, f_c, 40f_c$). Modificamos,

^{IX}Nota-se no diagrama de Bode do experimento I para um circuito RC

^XSedra Smith, microelectronics circuits 5th edition , tabela 1.2: Resposta em frequência de redes STC

^{XI}frequência 3-dB

^{XII}quadrada, triangular e senoíde

também, o nível DC entre -1V e +1V e observamos o efeito provocado.

V Resultados e Discussões: Dado para um filtro passa-alta III, combinando com o capacitor 2.1.4 e resistor 2.1.6, temos: Para V, ou seja, frequências aquém de f_c , temos um circuito

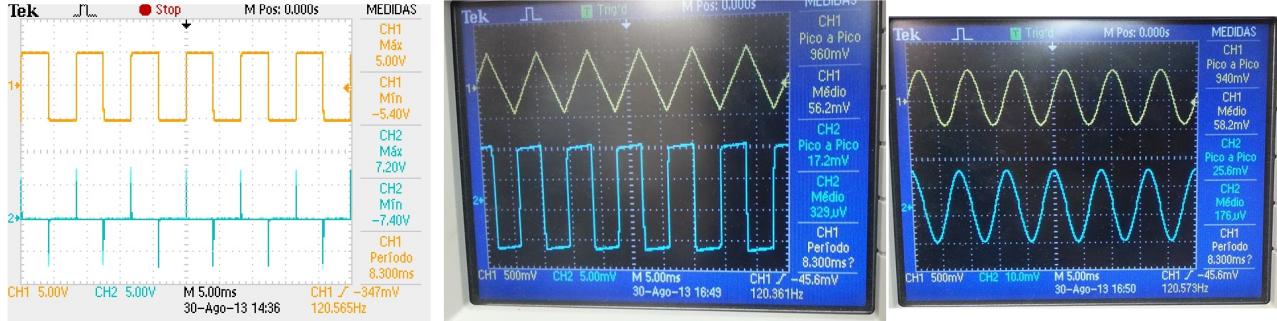


Figura 7: Circuito diferenciador $f_c \approx 120, 51\text{Hz}$

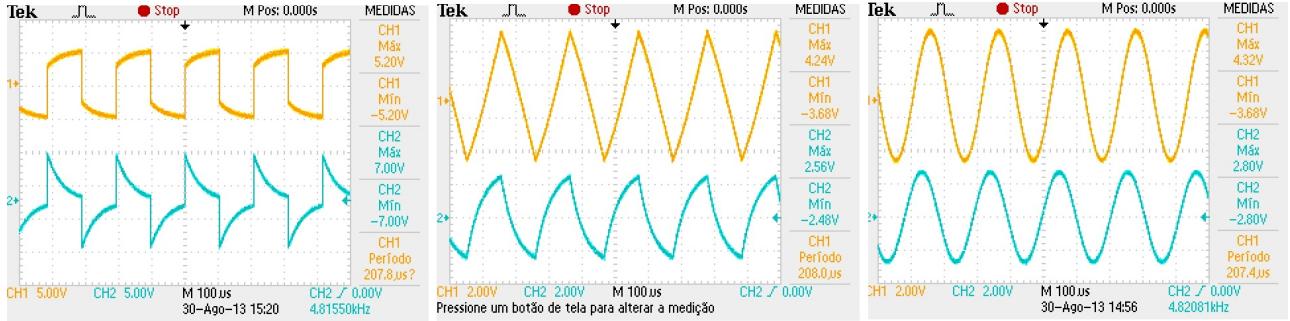


Figura 8: Circuito diferenciador f_c

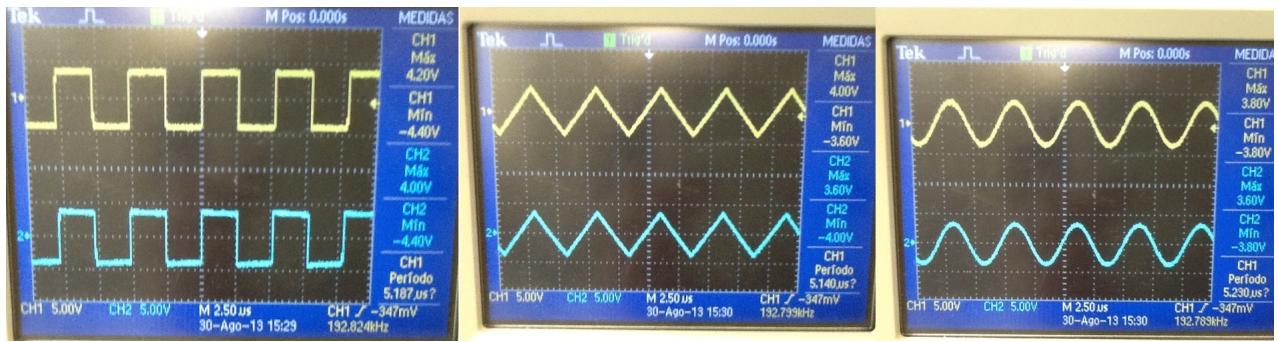


Figura 9: Circuito diferenciador $f_c \approx 192,80\text{kHz}$

integrador, conforme observado na figura V, na qual para a onda triangular, fica claro que, a derivada de uma reta é uma constante. Já para frequência bem próxima a f_c temos uma distorção na saída, e para $f \gg f_c$, ou seja, $f \approx 40f_c$ temos $V_1 \approx V_2$, visto que temos um filtro passa-alta. A variação do sinal DC não modificou a saída V_2 , uma vez que, o capacitor carrega-se rapidamente em tensão/corrente DC e, diferentemente de uma onda variável

no tempo, o capacitor não se descarregará. Observamos abaixo, a região de descontinuidade do diferenciador, isso acontece quando o mesmo está em baixas frequências, ou seja, atuando como um diferenciador.

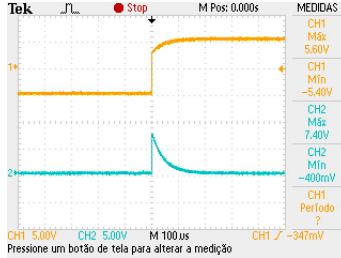


Figura 10: Circuito diferenciador descontinuidade

4 Circuito RLC

Neste experimento, montamos um circuito RLC, de acordo com a figura abaixo. Onde R_L [2.1.3] é a resistência inerente ao indutor, L [2.1.2] o indutor, C [2.1.4] o capacitor e R_D é a resistência de década. R_g é a resistência interna do gerador. A resistência interna do gerador

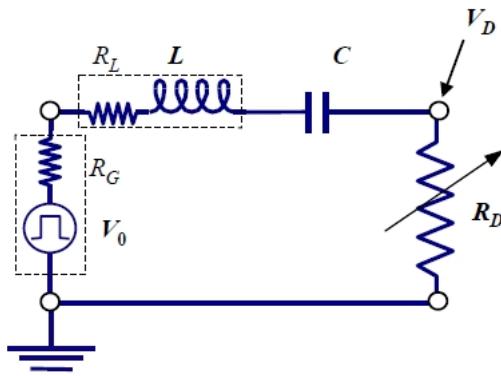


Figura 11: Circuito RLC

foi determinada medindo a voltagem de circuito aberto e a voltagem quando conectado a um resistor de 47 ohms, já a RL foi medida com um multímetro. O valor da capacitância e da indutância foi determinada com o método da figura de Lissajous.

Com as medidas em mãos iniciamos nosso experimento com o procedimento descrito abaixo:

- I O osciloscópio configurado para monitorar a voltagem no gerador e a corrente, ou seja no canal 2 está a resistência de décadas.
- II Ligamos o gerador de forma a alimentar o circuito com o formato de onda senoidal.
- III Determinamos a frequencia de ressonância - f_0 - pelo método de Lissajous.
- IV Variamos a resistência de décadas para verificarmos que f_0 NÃO depende de R_d .

V Após isso, alimentamos o circuito com ondas quadradas e ajustamos a frequência do gerador de forma a garantir que a corrente zera a casa semiciclo ($T < 10 \cdot \tau$), onde T é o período de onda e $\tau = \frac{2L}{R}$.

VI Variando a resistência de década pudemos observar a mudança dos regimes de amortecimento.

4.1 Teoria e Experimento

Nesta parte, iremos tratar da teoria e ao mesmo tempo mostraremos os dados experimentais, de forma a melhor confrontar um com o outro.

Na presente parte do experimento analisamos os transientes não repetitivos em um circuito ressoante série ao ligarmos uma voltagem constante, que está indicada nas fotos e legendas. O gerador fornece uma forma de onda que vale 0 para $t < 0$ e uma constante E_{pp} , para t positivo, ou seja: $E(t) = E_{pp}\mu(t)$, sendo $\mu(t)$ uma função degrau, ou Heaviside^{XIII}.

A equação de malha do circuito RLC série é: $L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{Q}{C} = E_{pp}\mu$ e o fator de mérito do circuito ressonante série, que caracteriza a acuidade da curva de ressonância dada pela equação: $Q = \omega_0 \cdot \frac{L}{R} = \frac{\omega}{\Delta\omega}$, sendo $q = q(t)$ a carga instantânea no capacitor, e esta equação por ser uma diferencial de segundo grau depende de duas condições iniciais. Como na função degrau a voltagem é zero para todo $t < 0$, o capacitor não pode estar carregado e a corrente não estaria passado em $t = 0$. Portanto temos: $q(t) = CE_{pp}[1 - e^{-\frac{t}{\tau}}(\cos(\omega t) + \frac{1}{\omega\tau}\sin(\omega t))]$. Assim obtemos a frequência natural de oscilação ω . As oscilações são amortecidas exponencialmente com a constante de tempo τ , como a figura abaixo mostra a resposta esperada do sub-amortecimento: E

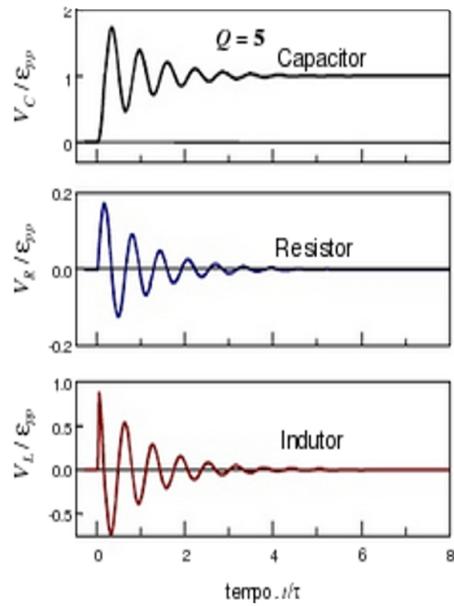


Figura 12: Componentes em estado subamortecidos

conforme podemos ver na figura seguinte, obtivemos os gráficos:

^{XIII}<http://www.scribd.com/doc/15995098/21/Transientes-no-circuito-resonante-serie>

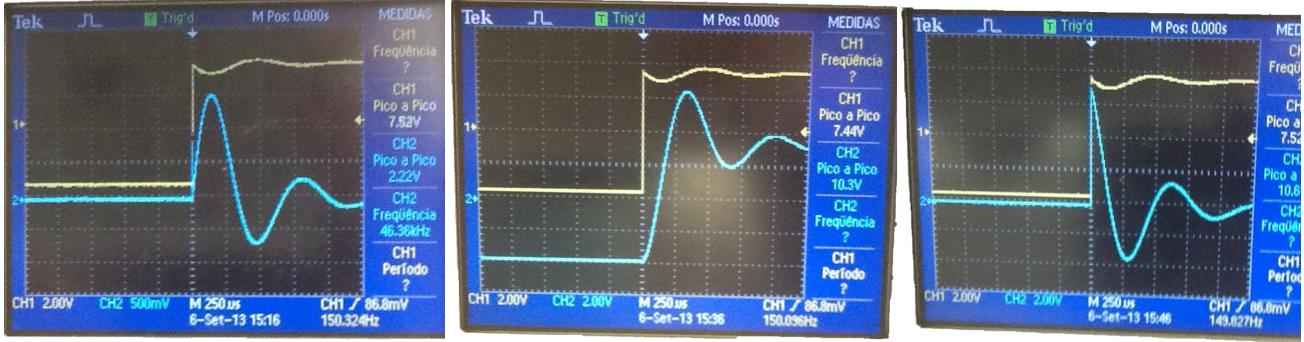


Figura 13: Resistor, Capacitor e Indutor subamortecidos

Como podemos ver, as fotos do experimentais condizem com os gráficos traçados na figura acima. Agora ao tratarmos o sobre-amortecimento temos a equação $\omega = j\beta$, j é um imaginário puro onde: $q(t) = CE_{pp}[1 - e^{-\frac{t}{\tau}}(\cosh(\beta t) + \frac{1}{\beta t} \sin(\beta t))](Q < \frac{1}{2})$ E no caso de amortecimento crítico temos $\omega = 0$ e como solução da equação diferencial temos: $q(t) = CE_{pp}[1 - (1 + \frac{t}{\tau})e^{-\frac{t}{\tau}}](Q = \frac{1}{2})$ Com as cargas definidas temos as voltagens dadas por: $V_C = \frac{q}{C}$; $V_R = R \frac{dq}{dt} eV_L = L \frac{d^2 q}{dt^2}$. Como a tabela abaixo mostra temos o resultado destas 3 equações para os amortecimentos; Com isso esperamos os seguintes gráficos para o sobre-amortecimento e o amortecimento crí-

| | Sub-amortecido ($Q > \frac{1}{2}$) | Crítico ($Q = \frac{1}{2}$) | Sobre-amortecido ($Q < \frac{1}{2}$) |
|------------------------|--|----------------------------------|---|
| $\frac{V_C}{E_{pp}} =$ | $1 - e^{-t/\tau} \left[\cos \omega t + \frac{\sin \omega t}{\omega \tau} \right]$ | $1 - (1 + t/\tau) e^{-t/\tau}$ | $1 - e^{-t/\tau} \left[\cosh \beta t + \frac{\sinh \beta t}{\beta \tau} \right]$ |
| $\frac{V_R}{E_{pp}} =$ | $\frac{2}{\omega \tau} e^{-t/\tau} \sin \omega t$ | $(2t/\tau) e^{-t/\tau}$ | $\frac{2}{\beta \tau} e^{-t/\tau} \sinh \beta t$ |
| $\frac{V_L}{E_{pp}} =$ | $e^{-t/\tau} \left[\cos \omega t - \frac{\sin \omega t}{\omega \tau} \right]$ | $(1 - t/\tau) e^{-t/\tau}$ | $e^{-t/\tau} \left[\cosh \beta t - \frac{\sinh \beta t}{\beta \tau} \right]$ |
| | $\omega \tau = \sqrt{4Q^2 - 1}$ | $\omega = 0$ | $\beta \tau = \sqrt{1 - 4Q^2}$ |

Figura 14: Equações dos amortecimentos

tico, sendo a curva indicada por $Q = 0.3$ e $Q = 0.5$, respectivamente. E abaixo temos as fotos obtidas em nosso experimento: Agora, por fim, no experimento, colocamos para resistências pequenas (da ordem de 10Ω) obtemos as seguintes fotos: Podemos ver a amplitude A_n nos

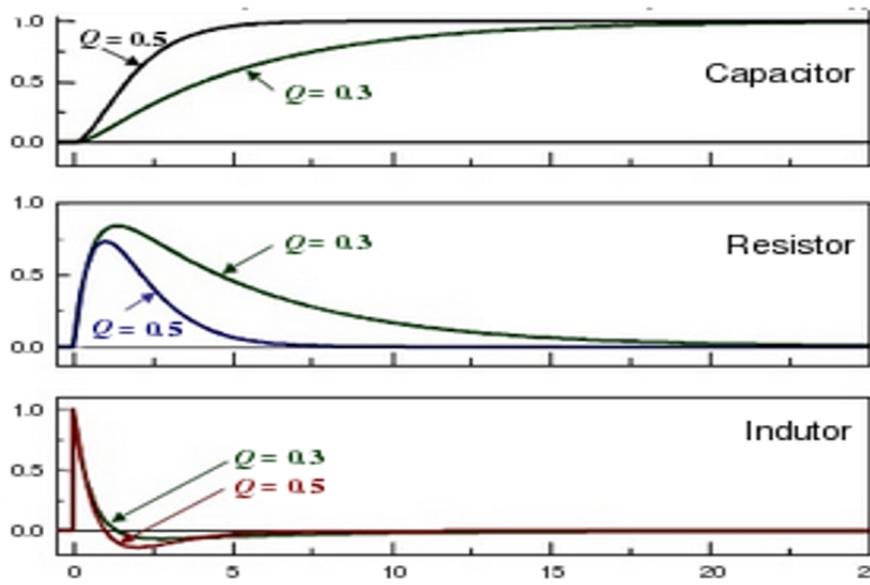


Figura 15: Sobre-amortecido e amortecimento crítico teóricos

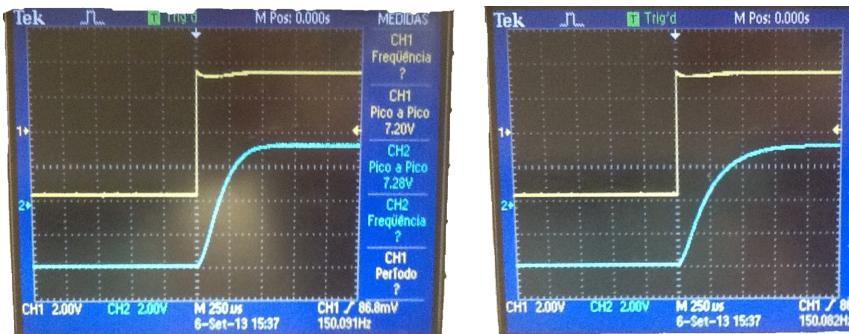


Figura 16: Resistor sobre-amortecido e criticamente amortecido

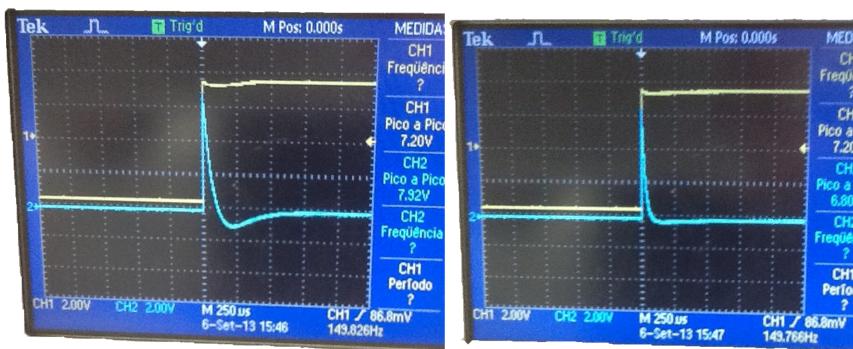


Figura 17: Indutor sobre-amortecido e criticamente amortecido

máximos e mínimos locais como função do tempo e a frequência de oscilação, f_n .

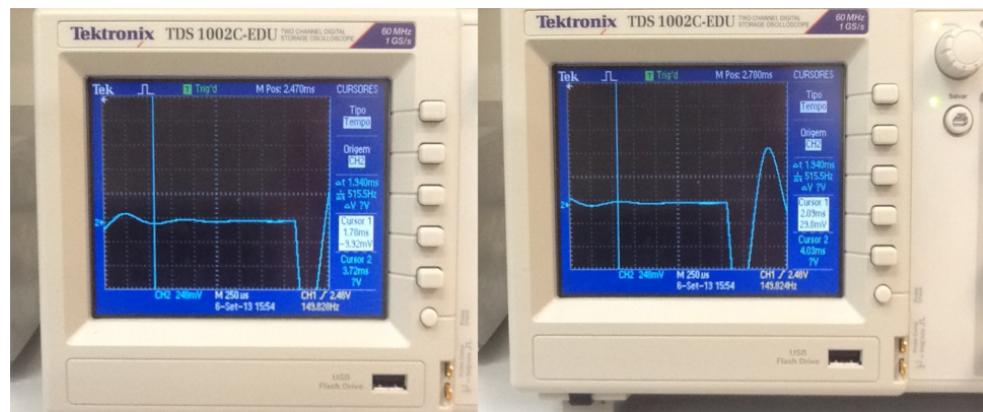
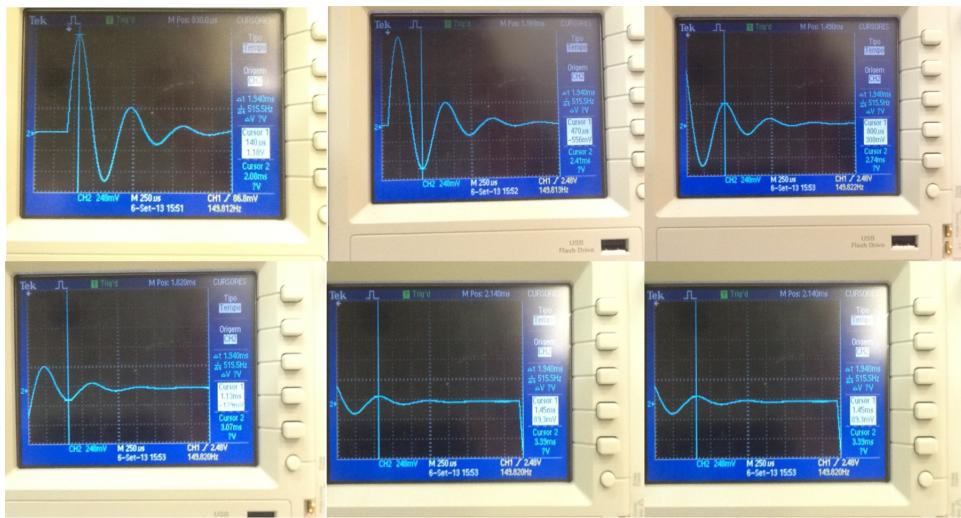


Figura 18: Máximos e mínimos locais acima do eixo V

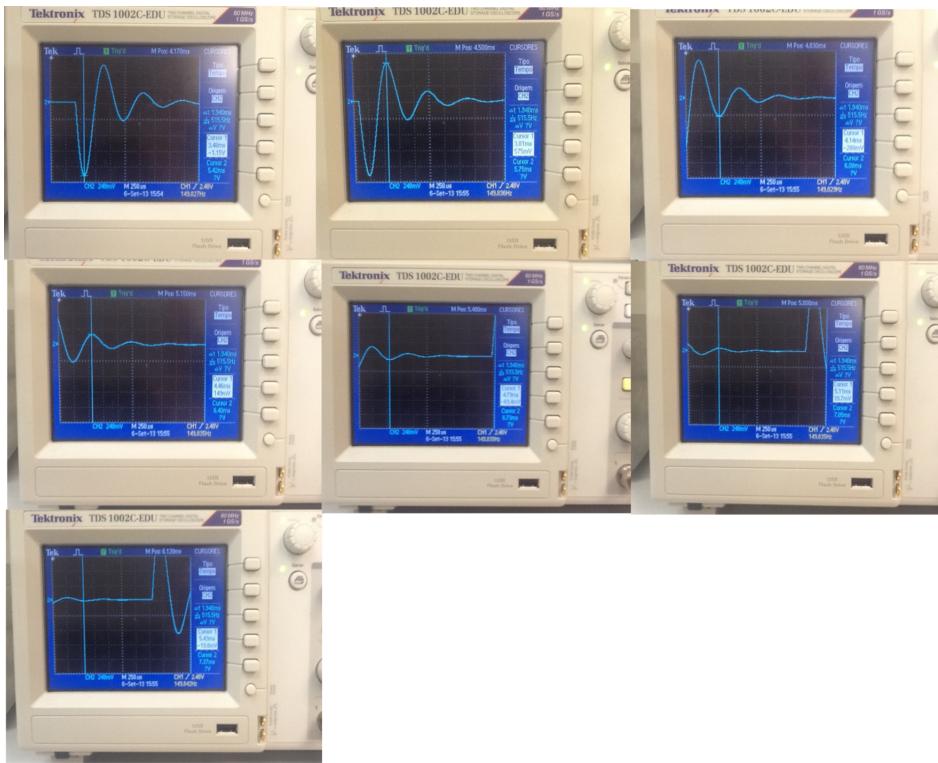


Figura 19: Máximos e mínimos locais abaixo do eixo V

| A_n | Tempo (10^{-6}) | Escala V | Escala T | Erro V | Erro T | Tempo | $\ln(A_n)$ |
|---------|---------------------|----------|----------|-----------|-----------|---------|--------------------|
| 1.18 | 140 | 248 | 250 | 0.06644 | 0.0000145 | 0.00014 | 0.165514438477573 |
| 0.556 | 470 | 248 | 250 | 0.03524 | 0.000031 | 0.00047 | -0.586986984731555 |
| 0.308 | 800 | 248 | 250 | 0.02284 | 0.0000475 | 0.0008 | -1.17765549600856 |
| 0.129 | 1450 | 248 | 250 | 0.01389 | 0.00008 | 0.00145 | -2.04794287462046 |
| 0.0893 | 1450 | 248 | 250 | 0.011905 | 0.00008 | 0.00145 | -2.41575379109968 |
| 0.00992 | 1780 | 248 | 250 | 0.007936 | 0.0000965 | 0.00178 | -4.61320235768536 |
| 0.00298 | 2090 | 248 | 250 | 0.00893 | 0.000112 | 0.00209 | -3.51324688547078 |
| 1.15 | 3480 | 248 | 250 | 0.06494 | 0.0001815 | 0.00348 | 0.139761942375159 |
| 0.575 | 3810 | 248 | 250 | 0.03619 | 0.000198 | 0.00381 | -0.553385238184787 |
| 0.288 | 4140 | 248 | 250 | 0.02184 | 0.0002145 | 0.00414 | -1.24479479884619 |
| 0.149 | 4460 | 248 | 250 | 0.01489 | 0.0002305 | 0.00446 | -1.90380897303668 |
| 0.0694 | 4790 | 248 | 250 | 0.01091 | 0.000247 | 0.00479 | -2.66786841146938 |
| 0.00511 | 39700 | 248 | 250 | 0.0076955 | 0.0019925 | 0.0397 | -5.27655587476652 |
| 0.0198 | 5430 | 248 | 250 | 0.00843 | 0.000279 | 0.00543 | -3.92207334128165 |

Tabela 1: Tabela de dados (Amplitude e Tempo)

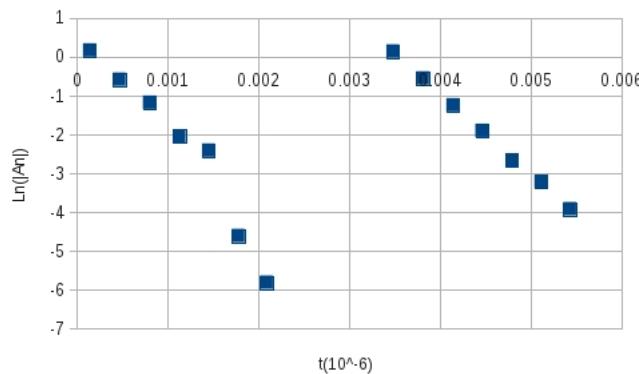


Figura 20: Gráfico Amplitude X Tempo

5 Conclusão

Conforme observamos nos circuitos RC, obtivemos a resposta esperada para altas frequências em um passa-baixa, ou seja, atuando como um integrador. O mesmo foi observado no circuito diferenciador, sendo para baixas frequências, quando este está sendo alimentado com uma tensão de frequência alta, o mesmo funciona como um *buffer*, ou seguidor de tensão^{XIV}.

^{XIV}no circuito passa-baixa esse efeito é observado para baixas freq.