Programmieren in C | Hausaufgabe 02

Mit diesem Programmentwurf können 10 Punkte erreicht werden. Stellen Sie ihren Source Code zur dieswöchigen Deadline als Github Repository zur Verfügung

Aufgabe: Newton-Raphson-Algorithmus

8 Punkte

Schreiben Sie ein C Programm, das die Nullstelle einer vorgegebenen Abbildung $\mathbb{R}^1 \to \mathbb{R}^1$ numerisch annähert. Verwenden Sie dafür das in der Vorlesung besprochene Newton-Raphson Verfahren. Entwickeln Sie das Programm zunächst anhand eines einfachen Polynoms wie beispielsweise:

$$f(x) = (x - 3)^2 (1)$$

$$f'(x) = 2(x-3) (2)$$

Des Weiteren

- Achten Sie darauf die Funktion f sowie deren analytische Ableitung in eine eigene Bibliotheksdatei auszulagern und diese in das Hauptprogramm einzubinden.
- Implementieren Sie neben einer hart-codierten maximalen Anzahl an Iterationen (z.B. 1000) mindestens ein Abbruchkriterium das entweder auf den Funktionswert $f(x_n)^*$ oder die Änderung des x-Wertes[†] abstellt.
- Der user soll den Startwert vorgeben können. Des Weiteren gibt das Programm die Anzahl an benötigten Iterationen zurück.
- Ihr Algorithmus bekommt Pointer auf die Funktion sowie deren analytische Ableitung übergeben, von welcher die Nullstelle approximiert wird.

Achten Sie auf eine sinnvolle Softwarestruktur, welche aus einem Hauptprogramm und einer Bibliothek besteht.

Aufgabe: Numerisches Differenzieren

2 Punkte

Berechnen Sie in ihrem Hauptprogramm die Ableitung der Funktion f mittels Differenzenquotient. Verwenden Sie hierzu Vorwärtsdifferenzen nach Gleichung 3 (numerische Approximation der Ableitung erster Ordnung) mit einer Auslenkungsschrittweite von

 $f(x_n) < f_{abort} = 10^{-10}$

 $^{^{\}dagger}\Delta x = abs(x_{n+1} - x_n) < del X_{abort} = 10^{-10}$

 $h=10^{-8}.$ Bei erfolgreicher Implementierung kann dann auf die analytische Ableitung (Gleichung 2) verzichtet werden.

$$f'(x_n) \approx \frac{f(x_n + h) - f(x_n)}{h} \tag{3}$$

Der user soll entscheiden können, ob die analytische Ableitung oder die numerische Approximation bei der Nullstellensuche verwendet wird. Ihr Algorithmus bekommt einen Pointer auf die Funktion übergeben, von welcher die numerische Ableitung approximiert wird. Achten Sie auf eine sinnvolle Softwarestruktur, welche aus einem Hauptprogramm und einer Bibliothek besteht.

Anmerkung: Insbesondere bei komplizierten Funktionen kann es sein, dass eine analytische Ableitung nur mit unvertretbar hohem Aufwand generiert werden kann. Dann stellt die numerische Approximation der Ableitung einen gangbaren Lösungsweg dar.