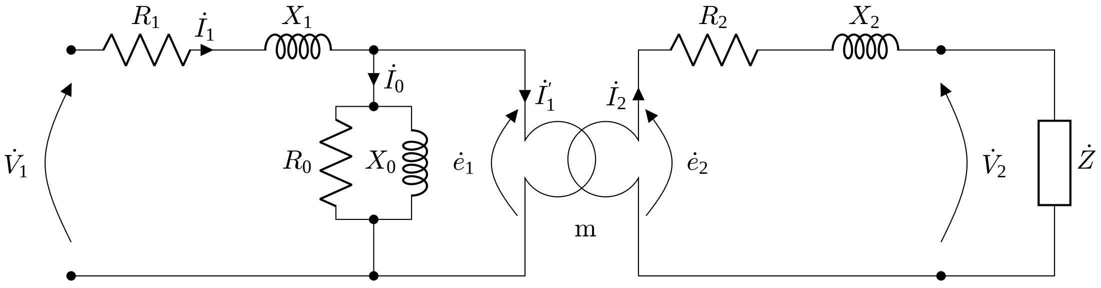
Trasformatore reale



Dallo schema equivalente del trasformatore, noti $\dot{e}_1$ ed $\dot{e}_2$ (in relazione tra loro tramite il rapporto spire $m = \frac{N_1}{N_2} = \frac{\dot{e}_1}{\dot{e}_2}$), è facile ricavare:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{e}_2}{R_2 + jX_2 + \dot{Z}} \tag{1}$$

$$\dot{V}_2 = \dot{e}_2 - (R_2 + jX_2)\dot{I}_2 = \dot{Z}\dot{I}_2 \tag{2}$$

$$\dot{I}_1' = \frac{\dot{I}_2}{m} \tag{3}$$

$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{e}_1}{R_0} + \frac{\dot{e}_1}{jX_0} \tag{4}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 + \dot{I}_1' \tag{5}$$

$$\dot{V}_1 = \dot{e}_1 + (R_1 + jX_1)\dot{I}_1 \tag{6}$$

Relazione tra le tensioni al primario e al secondario

Nel caso sia fornita $\dot{V}_1$ e venga richiesto di ricavare $\dot{V}_2$ risulta necessario combinare le formule sopraesposte.

Dalla (6) con alcune sostituzioni si ricava:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= \dot{e}_1 + (R_1 + jX_1)\Big[\dot{e}_1(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{jX_0}) + \frac{\dot{I}_2}{m}\Big] = \\
&= \dot{e}_1 + \dot{e}_1(R_1 + jX_1)(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{jX_0}) + (R_1 + jX_1)\frac{\dot{I}_2}{m} = \\
&= \dot{e}_1\Big[1 + (R_1 + jX_1)(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{jX_0})\Big] + \frac{(R_1 + jX_1)}{m}\dot{I}_2
\end{aligned}$$

posti:

$$\dot{A} = 1 + (R_1 + jX_1)(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{jX_0})$$
$$\dot{B} = \frac{(R_1 + jX_1)}{m}$$

Si può riscrivere:

$$\dot{V}_1 = \dot{A}\dot{e}_1 + \dot{B}\dot{I}_2$$

e ricavare $\dot{e}_1$:

$$\dot{e}_1 = \frac{1}{\dot{A}}(\dot{V}_1 - \dot{B}\dot{I}_2) \tag{7}$$

Da questa ricavare $\dot{e}_2$:

$$\dot{e}_2 = \frac{1}{m\dot{A}}(\dot{V}_1 - \dot{B}\dot{I}_2)$$

che sostituita nella (1) porta a scrivere:

$$\dot{I}_2 = \frac{1}{R_2 + jX_2 + \dot{Z}} \cdot \frac{1}{m\dot{A}}(\dot{V}_1 - \dot{B}\dot{I}_2)$$

Posto:

$$\dot{C} = \frac{1}{R_2 + jX_2 + \dot{Z}} \cdot \frac{1}{m\dot{A}}$$

diventa:

$$\dot{I}_2 = \dot{C}(\dot{V}_1 - \dot{B}\dot{I}_2)$$

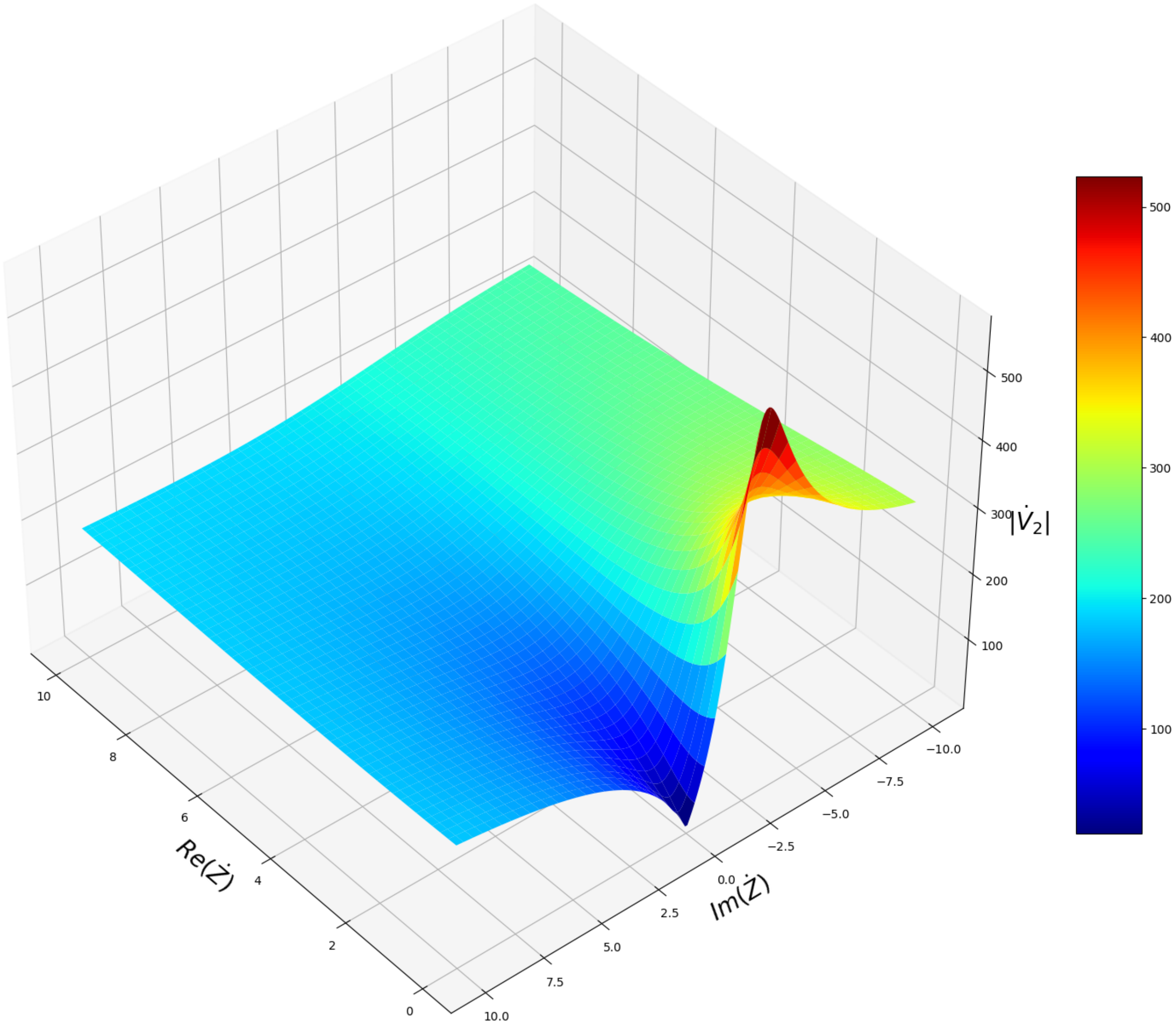
dalla quale si ricava:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{C}}{1 + \dot{B}\dot{C}}\dot{V}_1 \tag{8}$$

che sostituita nella (2) permette di ottenere:

$$\dot{V}_2 = \frac{\dot{Z}\dot{C}}{1 + \dot{B}\dot{C}}\dot{V}_1 \tag{9}$$

Nella figura seguente (codice Python) un esempio del valore della tensione al secondario $|\dot{V}_2|$ al variare del carico applicato.



Rendimento

Si calcola con il rapporto tra la potenza attiva del secondario e quella del primario:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{Re(\dot{V}_2 \underline{\dot{I}_2})}{Re(\dot{V}_1 \underline{\dot{I}_1})}$$

dove:

- i termini sottolineati vanno intesi come complessi coniugati;
- con il simbolo Re si intende l'operatore che estrae la parte reale del numero complesso.

Il valore di $\dot{V}_1$ è noto. $\dot{V}_2$ ed $\dot{I}_2$ si calcolano con le (8) e (9). Sostituendo la (7) nella (4) e quest'ultima assieme alla (3) nella (5) si ottiene:

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{\dot{A}}(\dot{V}_1 - \dot{B}\dot{I}_2)(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{jX_0}) + \frac{\dot{I}_2}{m}$$

Nella figura seguente (codice Python) un esempio del valore del rendimento al variare del carico applicato.