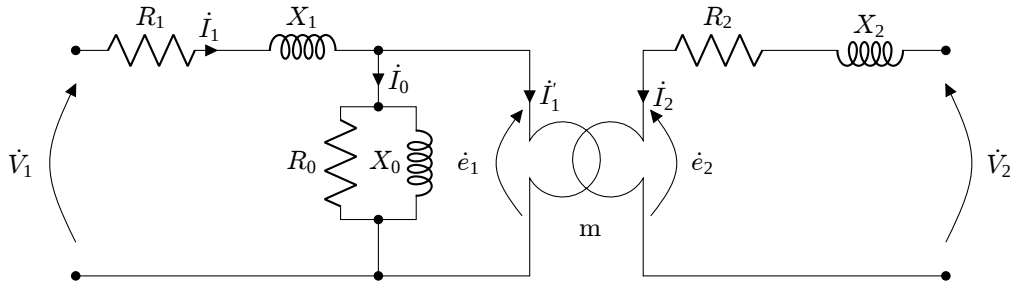


Trasformatore reale



Dallo schema equivalente del trasformatore, noti \dot{e}_1 ed \dot{e}_2 (in relazione tra loro tramite il rapporto spire $m = \frac{N_1}{N_2} = \frac{\dot{e}_1}{\dot{e}_2}$), è facile ricavare:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{e}_2}{R_2 + jX_2 + \dot{Z}} \quad (1)$$

$$\dot{V}_2 = \dot{e}_2 - (R_2 + jX_2)\dot{I}_2 = \dot{Z}\dot{I}_2 \quad (2)$$

$$\dot{I}'_1 = \frac{\dot{I}_2}{m} \quad (3)$$

$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{e}_1}{R_0} + \frac{\dot{e}_1}{jX_0} \quad (4)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 + \dot{I}'_1 \quad (5)$$

$$\dot{V}_1 = \dot{e}_1 + (R_1 + jX_1)\dot{I}_1 \quad (6)$$

Relazione tra le tensioni al primario e al secondario

Nel caso sia fornita \dot{V}_1 e venga richiesto di ricavare \dot{V}_2 risulta necessario combinare le formule sopraesposte.

Dalla (6) con alcune sostituzioni si ricava:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{e}_1 + (R_1 + jX_1) \left[\dot{e}_1 \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{jX_0} \right) + \frac{\dot{I}_2}{m} \right] = \\ &= \dot{e}_1 + \dot{e}_1 (R_1 + jX_1) \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{jX_0} \right) + (R_1 + jX_1) \frac{\dot{I}_2}{m} = \\ &= \dot{e}_1 \left[1 + (R_1 + jX_1) \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{jX_0} \right) \right] + \frac{(R_1 + jX_1)}{m} \dot{I}_2 \end{aligned}$$

posti:

$$\begin{aligned}\dot{A} &= 1 + (R_1 + jX_1)\left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{jX_0}\right) \\ \dot{B} &= \frac{(R_1 + jX_1)}{m}\end{aligned}$$

Si può riscrivere:

$$\dot{V}_1 = \dot{A}\dot{e}_1 + \dot{B}\dot{I}_2$$

e ricavare \dot{e}_1 :

$$\dot{e}_1 = \frac{1}{\dot{A}}(\dot{V}_1 - \dot{B}\dot{I}_2) \quad (7)$$

Da questa ricavare \dot{e}_2 :

$$\dot{e}_2 = \frac{1}{m\dot{A}}(\dot{V}_1 - \dot{B}\dot{I}_2)$$

che sostituita nella (1) porta a scrivere:

$$\dot{I}_2 = \frac{1}{R_2 + jX_2 + \dot{Z}} \cdot \frac{1}{m\dot{A}}(\dot{V}_1 - \dot{B}\dot{I}_2)$$

Posto:

$$\dot{C} = \frac{1}{R_2 + jX_2 + \dot{Z}} \cdot \frac{1}{m\dot{A}}$$

diventa:

$$\dot{I}_2 = \dot{C}(\dot{V}_1 - \dot{B}\dot{I}_2)$$

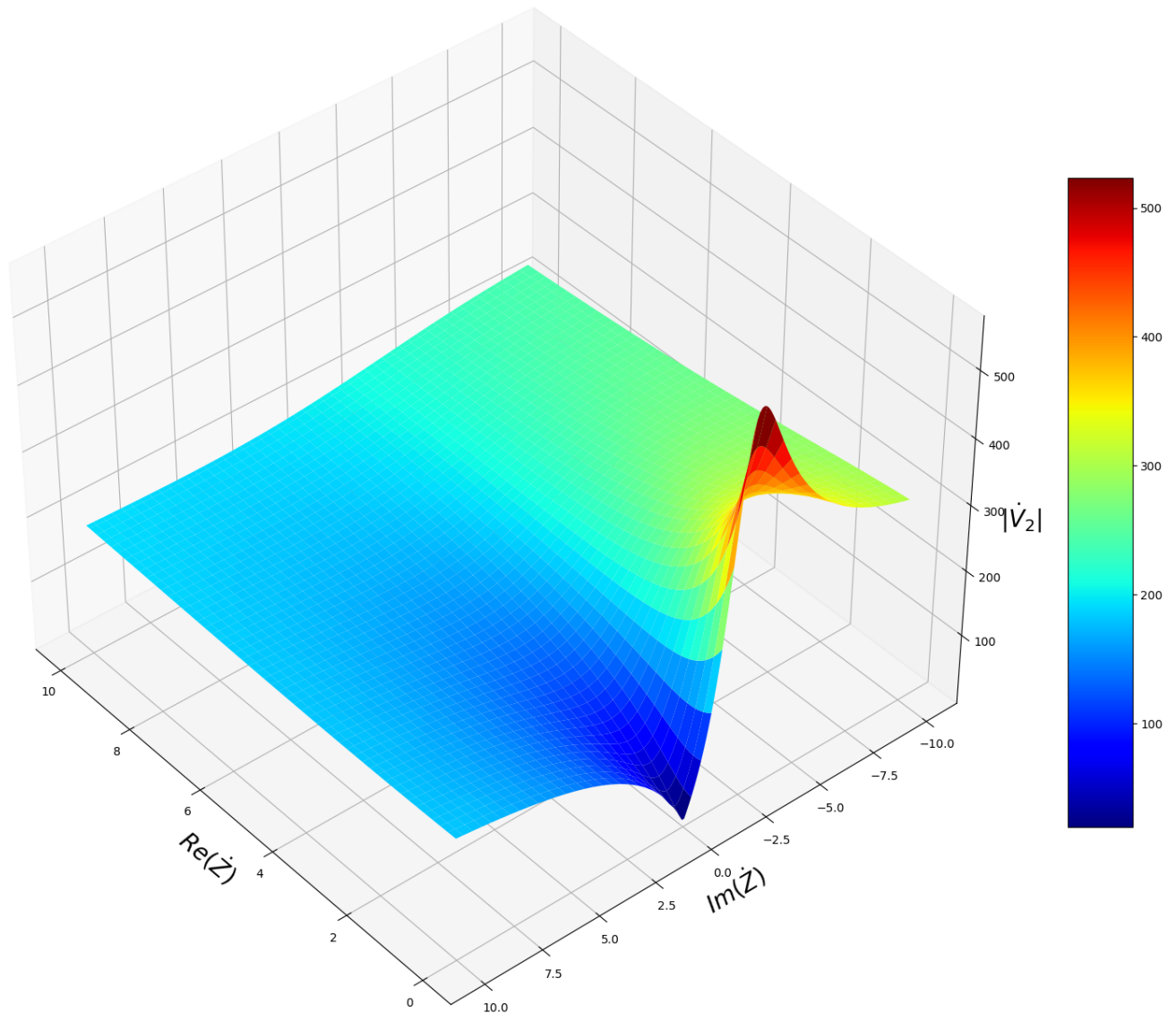
dalla quale si ricava:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{C}}{1 + \dot{B}\dot{C}}\dot{V}_1 \quad (8)$$

che sostituita nella (2) permette di ottenere:

$$\dot{V}_2 = \frac{\dot{Z}\dot{C}}{1 + \dot{B}\dot{C}}\dot{V}_1 \quad (9)$$

Nella figura seguente ([codice Python](#)) un esempio del valore della tensione al secondario $|\dot{V}_2|$ al variare del carico applicato.



Rendimento

Si calcola con il rapporto tra la potenza attiva del secondario e quella del primario:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{Re(\dot{V}_2 \underline{\dot{I}}_2)}{Re(\dot{V}_1 \underline{\dot{I}}_1)}$$

dove:

- i termini sottolineati vanno intesi come complessi coniugati;

- con il simbolo Re si intende l'operatore che estrae la parte reale del numero complesso.

Il valore di \dot{V}_1 è noto. \dot{V}_2 ed \dot{I}_2 si calcolano con le (8) e (9). Sostituendo la (7) nella (4) e quest'ultima assieme alla (3) nella (5) si ottiene:

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{\dot{A}}(\dot{V}_1 - \dot{B}\dot{I}_2)\left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{jX_0}\right) + \frac{\dot{I}_2}{m}$$

Nella figura seguente ([codice Python](#)) un esempio del valore del rendimento al variare del carico applicato.

