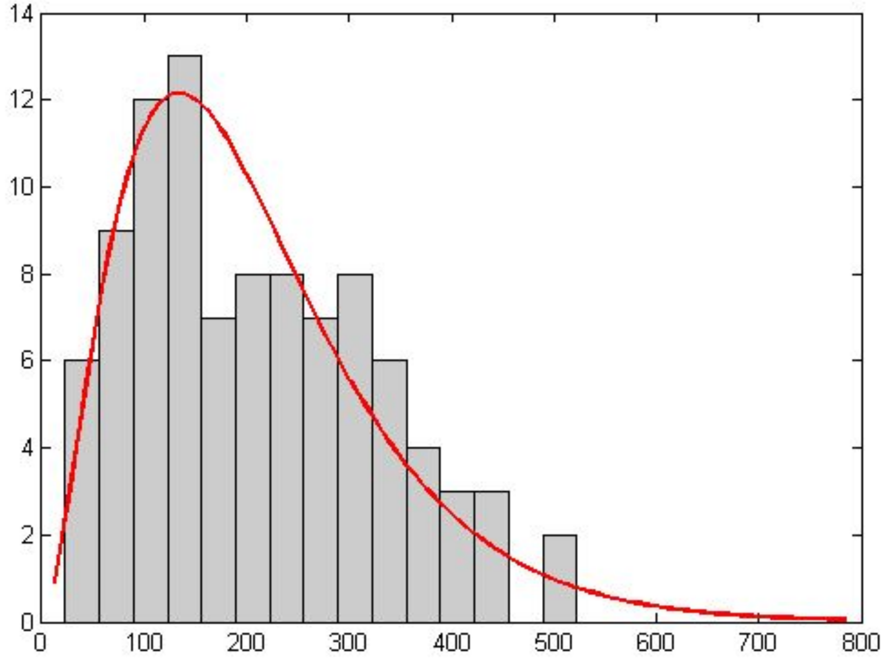
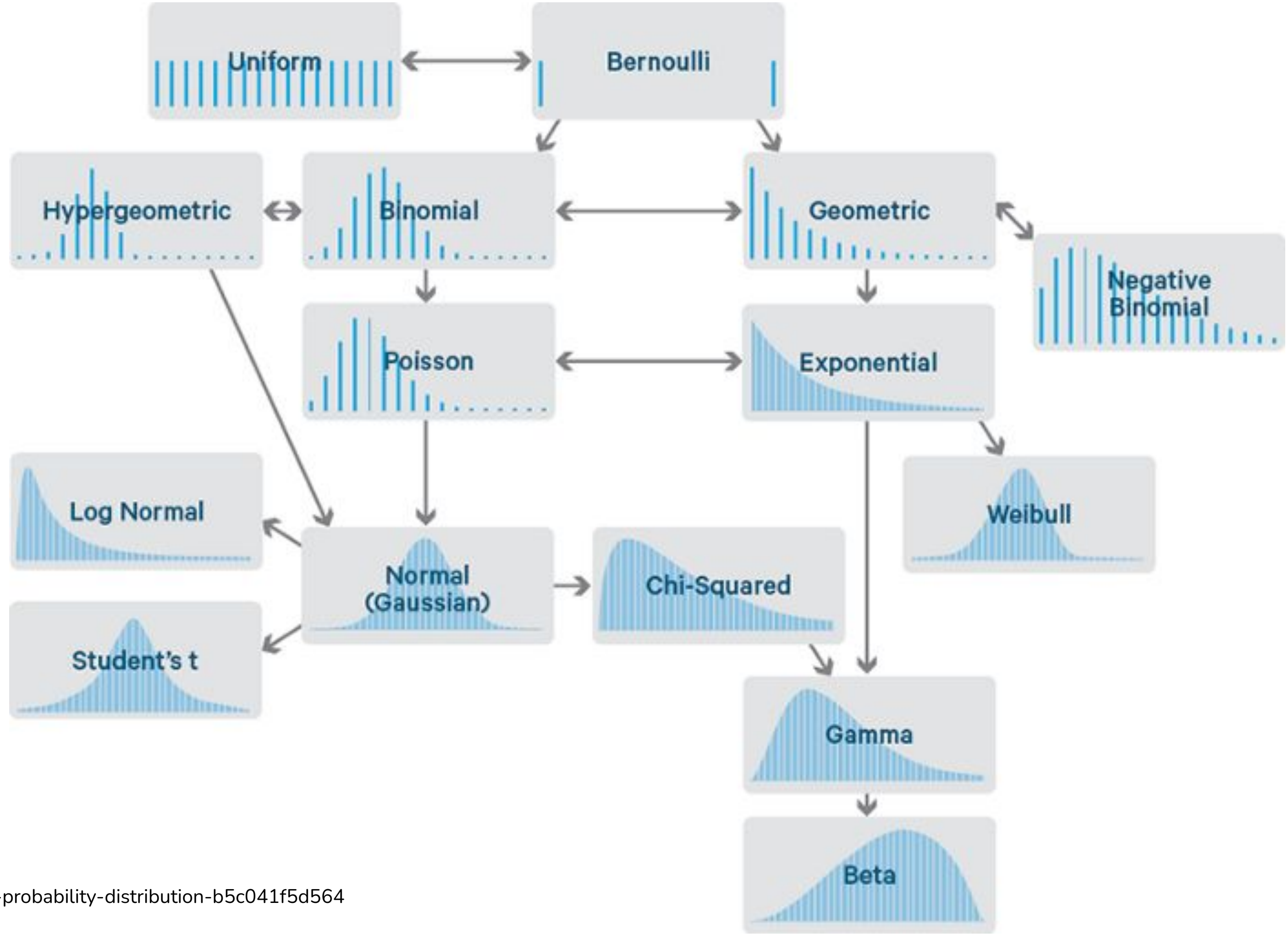
DISTRIBUIÇÕES

Felipe Tumenas Marques
tumenas@ufba.br

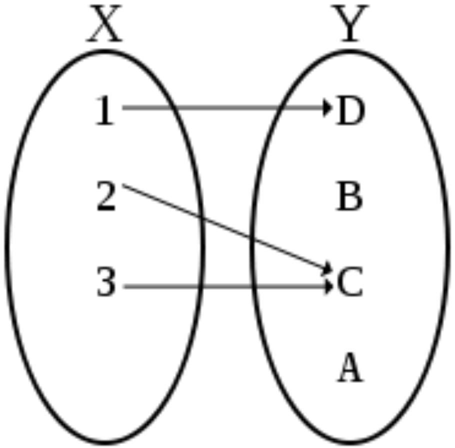


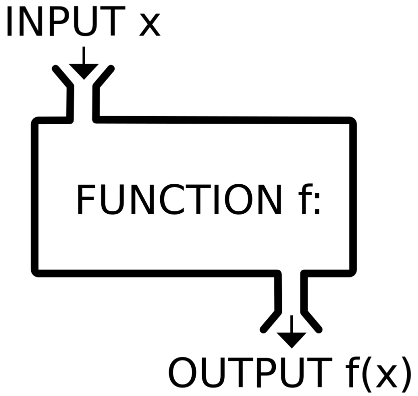
14
12
10
8
6
4
2
0
0
100
200
300
400
500
600
700
800



https://medium.com/swlh/understanding-probability-distribution-b5c041f5d564

FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE


X
Y
1
2
3
D
B
C
A


INPUT x
FUNCTION f:
OUTPUT f(x)

2 Eventos = {Cara , Coroa}

Função Probabilidade:

-P(Cara) = ½ = 50%

-P(Coroa) = ½ = 50%

2 Eventos = {Cara , Coroa}

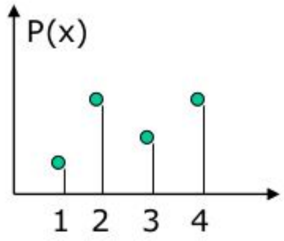
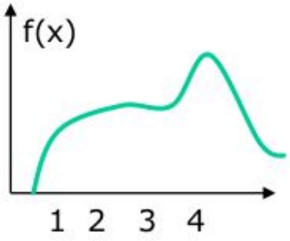
-P(Cara) = 75%

-P(Coroa) = ?

AXIOMAS DA PROBABILIDADE

- P(X) >= 0 (NÃO NEGATIVO)
- SOMA(P(X)) = 1 (SOMA DA PROBABILIDADE DE TODOS OS EVENTOS = 1)

DISCRETA X CONTÍNUA

	 $\sum p(x) = 1$	 $\int f(x)dx = 1$
E(X)	$\mu = \sum x \cdot p(x)$	$\mu = \int x \cdot f(x)dx$
Var(X)	$\sigma^2 = \sum (x - \mu)^2 \cdot p(x)$	$\sigma^2 = \int (x - \mu)^2 \cdot f(x)dx$

DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE

DISCRETAS

- Bernoulli
- Binomial
- Poisson
- Benford

  ....

CONTÍNUAS

- Exponencial
- Normal (Gaussiana)
- Chi-quadrado
- F
- t Student

  ...

DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE

https://pt.wikipedia.org/wiki/Lista_de_distribui%C3%A7%C3%B5es_de_probabilidade

Quais são as distribuições de probabilidade válidas?

	P(1)	P(2)	P(3)	P(4)	P(5)	P(6)
I	1/6	1/6	2/12	4/12	1/12	1/12
II	1/12	1/12	2/12	4/12	1/12	1/12
III	1/6	1/6	2/12	4/12	-1/12	3/12
IV	1/6	1/6	2/12	4/12	2/12	3/12
V	10%	10%	0,10	0,10	30%	3/10

ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS

$$E[X] = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p(x_i)$$

$$\operatorname{Var}(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot (x_i - \mu)^2,$$

$$\operatorname{Var}(X) = \operatorname{E}\left[(X - \mu)^2\right].$$

DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE

Um psicólogo determinou que o número de sessões necessárias para obter a confiança de um novo paciente pode ser 1, 2 ou 3 sessões. Seja x uma variável aleatória indicando o número de sessões necessário para ganhar a confiança do paciente. A seguinte função de probabilidade foi proposta:

$$f(x) = x/6$$

a) Esta função de probabilidade é válida?
b) Qual é a probabilidade de que sejam necessárias exatamente duas sessões para ganhar a confiança do paciente?
c) Qual é a probabilidade de que sejam necessárias pelo menos duas sessões para ganhar a confiança do paciente?

DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE

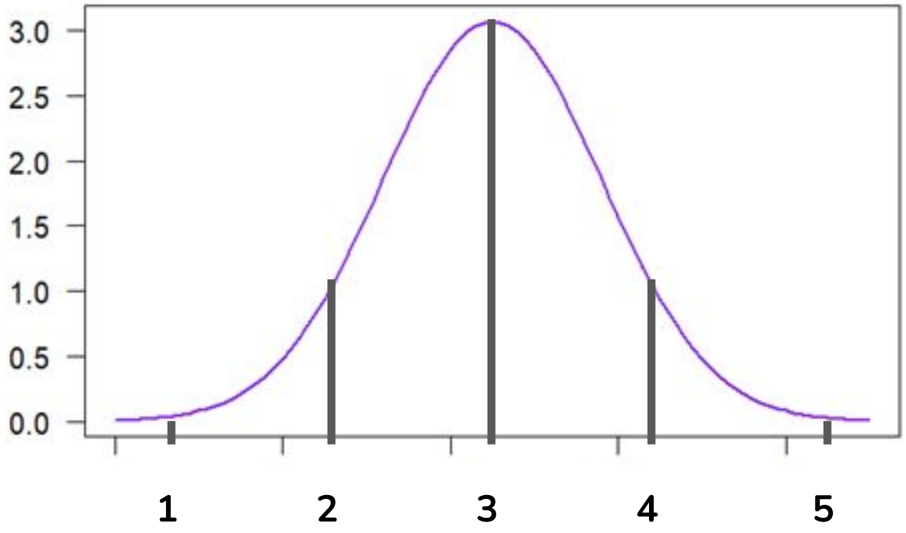
Suponha que as tentativas de matar um mosquito sigam a distribuição $X = 1, 2, 3, 4$ com probabilidade $P(X) = (5-X)/A$

Qual é o valor possível de A?

Qual é o número esperado de tentativas para matar um mosquito?

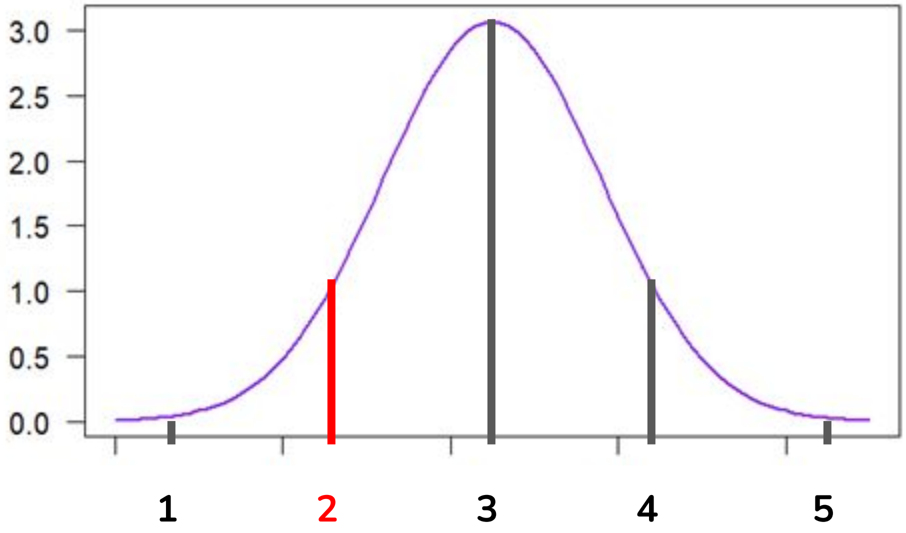
DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE

As vendas diárias de uma loja tem distribuição normal com média $1.000 e desvio padrão de $ 120. Qual das seguinte barras representa a probabilidade de vendas de $88?

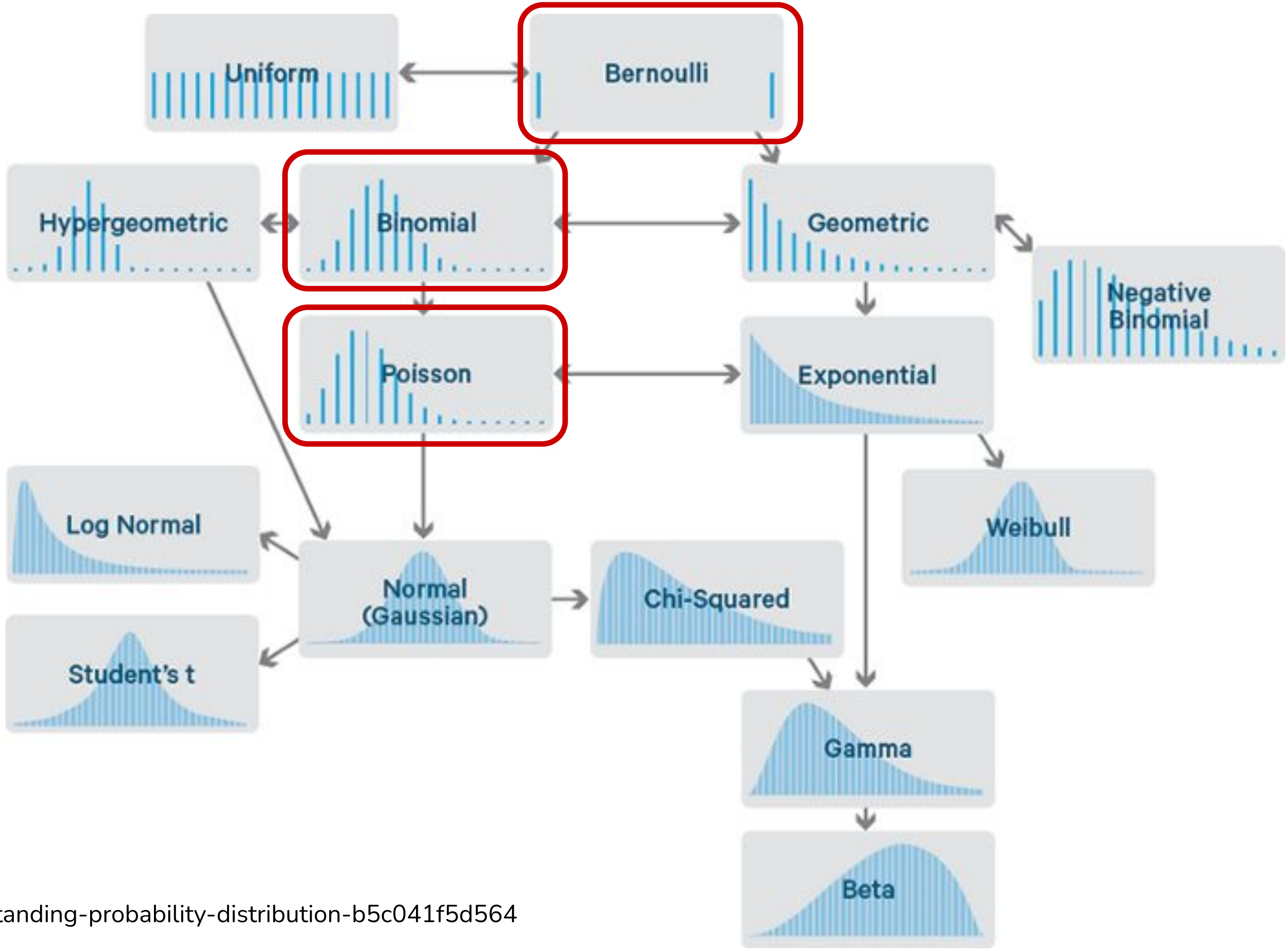


DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE

As vendas diárias de uma loja tem distribuição normal com média $1.000 e desvio padrão de $ 120.
Qual das seguinte barras representa a probabilidade de vendas de $88?



DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE



https://medium.com/swlh/understanding-probability-distribution-b5c041f5d564

BERNOULLI

DISTRIBUIÇÃO DE BERNOULLI

$$f(k;p) = \begin{cases} p & \text{if } k = 1, \\ 1-p & \text{if } k = 0. \end{cases}$$

$$f(k;p) = p^k(1-p)^{1-k} \quad \text{for } k \in \{0,1\}$$

DISTRIBUIÇÃO DE BERNOULLI

Qual o valor esperado da aposta ‘mínima’ (6 números dentre 60) que custa R$3.50 e:

a) Tem prêmio de R$ 6 milhões
b) Tem prêmio R$ 100 milhões
c) Qual deve ser o prêmio para que o valor esperado da seja positivo?

Dica: Probabilidade “p” de vencer com a aposta ‘mínima’ : 1/50.063.860

DISTRIBUIÇÃO DE BERNOULLI

Qual o valor esperado da aposta ‘mínima’ (6 números dentre 60) que custa R$3.50 e:

a) Tem prêmio de R$ 6 milhões

E(X) = -3.50*(1-p) + 6MM*(p) = -3.48

b) Tem prêmio R$ 100 milhões

E(X) = -3.50*(1-p) + 100MM*(p) = -1.50

c) Qual deve ser o prêmio para que o valor esperado da seja positivo?

Prêmio > 3.5 *(1-p)/p = 175.223.507

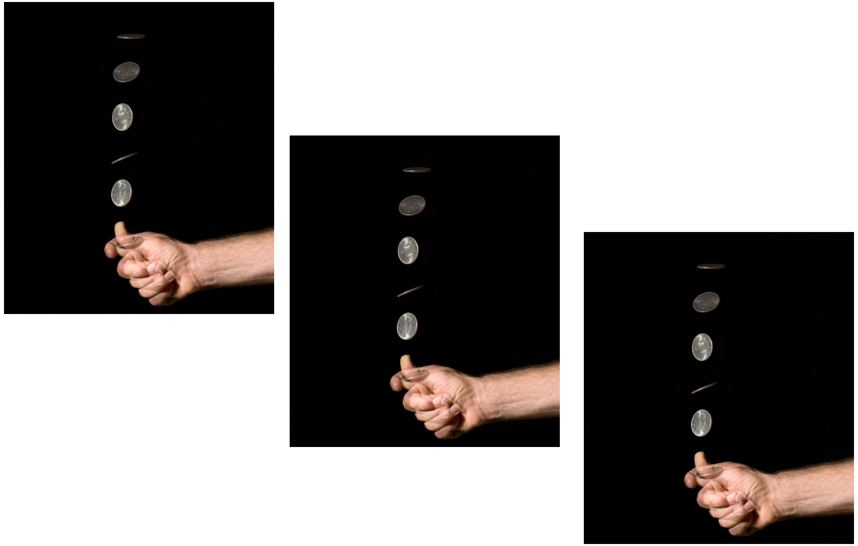
Dica: Probabilidade “p” de vencer com a aposta ‘mínima’ : 1/50.063.860

BINOMIAL

DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL

Probabilidade de n “sucessos” em k lançamentos de uma moeda

$$Pr(k;n,p) = \Pr(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$



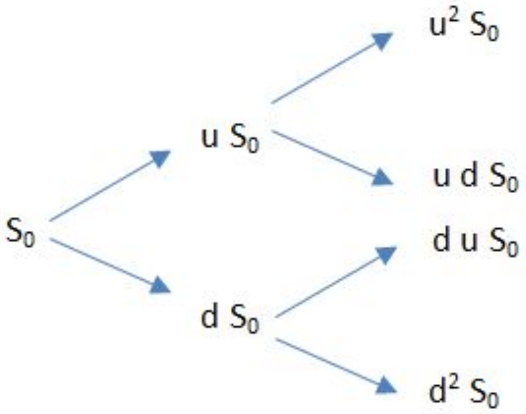
DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL

Probabilidade de n “sucessos” em k lançamentos de uma moeda

$$Pr(k;n,p) = \Pr(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

E(X) = n*p
Var(X) = n*p*(1-p)

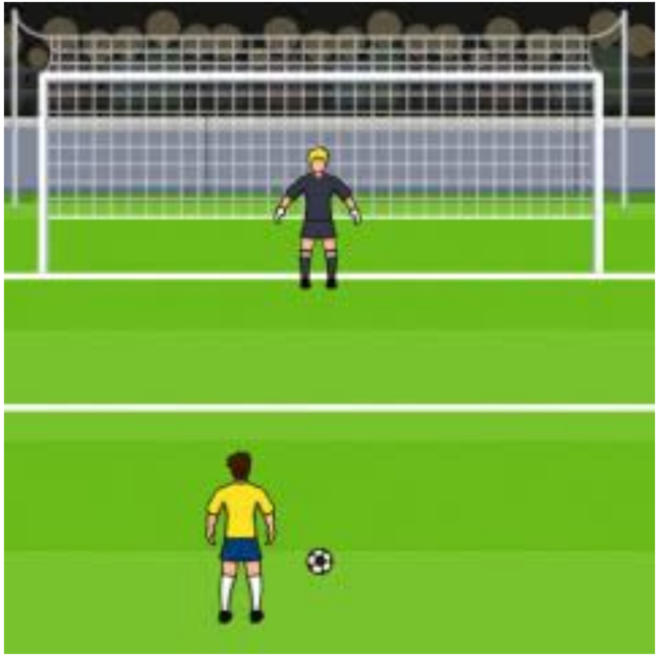




DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL

Probabilidade de 3 gols em 5 penalties:

$P(3 ; 5 , 0.5) = (5!/3!2!) * 0.5^3 * 0.5^2 = 31{,}25\%$

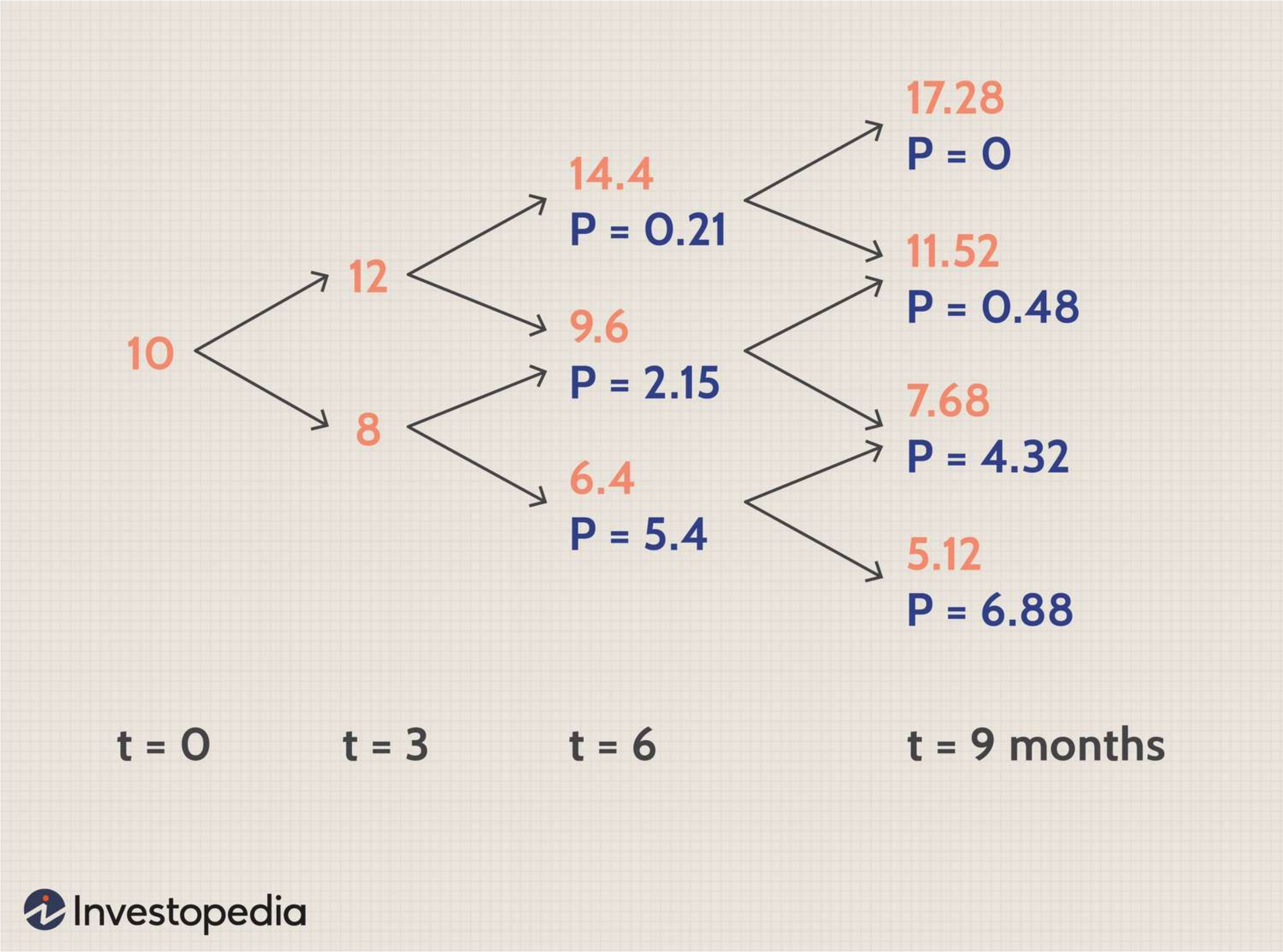


DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL

Em São Francisco, 30% dos trabalhadores usam transporte público diariamente (USA Today, dezembro, 21, 2005).

A) Em uma amostra de 10 trabalhadores, qual é a probabilidade de que exatamente 3 trabalhadores usem o transporte público?

B) Em uma amostra de 10 trabalhadores, qual é a probabilidade de pelo menos três trabalhadores utilizarem o transporte público?



https://www.investopedia.com/articles/investing/021215/examples-understand-binomial-option-pricing-model.asp

EXERCÍCIO

Notícia

Baianos consomem menos alimentos ultraprocessados, mas comem poucas frutas

Sábado, 21/11/2020 - 00h00

Por Jade Coelho

"...na Bahia, apenas **6,5%** da população adulta reconheceu consumo alto de alimentos como biscoitos, bolos e salgadinhos de pacote, presunto, salsicha, mortadela, e outros incluídos na categoria de ultraprocessados. O índice equivale a 730 mil pessoas de 18 anos ou mais que consumia, em um dia, cinco ou mais itens desse tipo de alimentos."

Qual a probabilidade de escolher 100 pessoas e ninguém consumir ultraprocessados?

https://www.bahianoticias.com.br/saude/noticia/25266-baianos-consomem-menos-alimentos-ultraprocessados-mas-comem-poucas-frutas

EXERCÍCIO

"...na Bahia, apenas **6,5%** da população adulta reconheceu consumo alto de alimentos como biscoitos, bolos e salgadinhos de pacote, presunto, salsicha, mortadela, e outros incluídos na categoria de ultraprocessados. O índice equivale a 730 mil pessoas de 18 anos ou mais que consumia, em um dia, cinco ou mais itens desse tipo de alimentos."

Qual a probabilidade de escolher 100 pessoas e ninguém consumir ultraprocessados?

DISTR.BINOM(número_s,tentativas,probabilidade_s,cumulativo)

a) DISTR.BINOM(100, 0, 0.065, 1)
b) DISTR.BINOM(0, 100, 0.065, 0)
c) DISTR.BINOM(100, 0, 6.5, 1)
d) DISTR.BINOM(100, 1, 6.5, 0)

https://www.bahianoticias.com.br/saude/noticia/25266-baianos-consomem-menos-alimentos-ultraprocessados-mas-comem-poucas-frutas

EXERCÍCIO

“...na Bahia, apenas **6,5%** da população adulta reconheceu consumo alto de alimentos como biscoitos, bolos e salgadinhos de pacote, presunto, salsicha, mortadela, e outros incluídos na categoria de ultraprocessados. O índice equivale a 730 mil pessoas de 18 anos ou mais que consumia, em um dia, cinco ou mais itens desse tipo de alimentos.“

Qual a probabilidade de escolher 100 pessoas e ninguém consumir ultraprocessados?

DISTR.BINOM(número_s,tentativas,probabilidade_s,cumulativo)

a) DISTR.BINOM(100, 0, 0.065, 1)
b) DISTR.BINOM(0, 100, 0.065, 0)
c) DISTR.BINOM(100, 0, 6.5, 1)
d) DISTR.BINOM(100, 1, 6.5, 0)

https://www.bahianoticias.com.br/saude/noticia/25266-baianos-consomem-menos-alimentos-ultraprocessados-mas-comem-poucas-frutas

EXERCÍCIO

"...na Bahia, apenas **6,5%** da população adulta reconheceu consumo alto de alimentos como biscoitos, bolos e salgadinhos de pacote, presunto, salsicha, mortadela, e outros incluídos na categoria de ultraprocessados. O índice equivale a 730 mil pessoas de 18 anos ou mais que consumia, em um dia, cinco ou mais itens desse tipo de alimentos."

Qual a probabilidade de escolher 100 pessoas e pelo menos 5 pessoas consumirem ultraprocessados?

DISTR.BINOM(número_s,tentativas,probabilidade_s,cumulativo)

a) 1 - DISTR.BINOM(4, 100, 0.065, 1)
b) 1 - DISTR.BINOM(4, 100, 0.065, 0)
c) 1 - DISTR.BINOM(5, 100, 0.065, 1)
d) DISTR.BINOM(5, 100, 0.065, 1)
e) DISTR.BINOM(4, 100, 0.065, 1)

https://www.bahianoticias.com.br/saude/noticia/25266-baianos-consomem-menos-alimentos-ultraprocessados-mas-comem-poucas-frutas

EXERCÍCIO

"...na Bahia, apenas **6,5%** da população adulta reconheceu consumo alto de alimentos como biscoitos, bolos e salgadinhos de pacote, presunto, salsicha, mortadela, e outros incluídos na categoria de ultraprocessados. O índice equivale a 730 mil pessoas de 18 anos ou mais que consumia, em um dia, cinco ou mais itens desse tipo de alimentos."

Qual a probabilidade de escolher 100 pessoas e pelo menos 5 pessoas consumirem ultraprocessados?

DISTR.BINOM(número_s,tentativas,probabilidade_s,cumulativo)

a) 1 - DISTR.BINOM(4, 100, 0.065, 1)
b) 1 - DISTR.BINOM(4, 100, 0.065, 0)
c) 1 - DISTR.BINOM(5, 100, 0.065, 1)
d) DISTR.BINOM(5, 100, 0.065, 1)
e) DISTR.BINOM(4, 100, 0.065, 1)

https://www.bahianoticias.com.br/saude/noticia/25266-baianos-consomem-menos-alimentos-ultraprocessados-mas-comem-poucas-frutas

POISSON

DISTRIBUIÇÃO POISSON

$$P(k \text{ events in interval}) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$$

$$f(k;\lambda) = \Pr(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!},$$

$$\lambda = \mathrm{E}(X) = \mathrm{Var}(X).$$

DISTRIBUIÇÃO POISSON

O número de chamadas que chegam por minuto a uma central de reservas de hotéis segue a distribuição de Poisson com média 3. Encontre a probabilidade de que nenhuma chamada seja recebida em um determinado período de 1 minuto.

Fórmula:

$$\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

DISTRIBUIÇÃO POISSON

O número de chamadas que chegam por minuto a uma central de reservas de hotéis segue a distribuição de Poisson com média 3. Encontre a probabilidade de que nenhuma chamada seja recebida em um determinado período de 1 minuto.

Fórmula:

$$\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

$P(k=0) = 3^0 * e^{(-3)}/0! = e^{(-3)} = 0{,}0497 \sim 5\%$

DISTRIBUIÇÃO POISSON

Em um Call Center, as chamadas são recebidas na proporção de uma a cada dois minutos.

a) Qual é o número esperado de chamadas em uma hora?
b) Qual é a probabilidade de três chamadas em cinco minutos?
c) Qual é a probabilidade de não haver chamadas em um período de cinco minutos?

DISTRIBUIÇÃO POISSON

Em um Call Center, as chamadas são recebidas na proporção de uma a cada dois minutos.

a) Qual é o número esperado de chamadas em uma hora? lambda(uma hora) = 1*30 = 30
b) Qual é a probabilidade de três chamadas em cinco minutos? lambda(5 minutos) = 1*2,5 = 2,5, poisson(3, lambda =2,5) = 21,37%
c) Qual é a probabilidade de não haver chamadas em um período de cinco minutos? poisson(0, lambda = 2,5) = 8,21%

DISTRIBUIÇÃO POISSON

O número de chamadas que chegam por minuto a uma central de reservas de hotéis é uma variável aleatória de Poisson com média 3.

(a) Encontre a probabilidade de não receber chamadas em um determinado período de 1 minuto.

(b) Suponha que o número de chamadas recebidas em dois minutos diferentes seja independente. Encontre a probabilidade de que pelo menos duas chamadas cheguem em um determinado período de dois minutos.

Dica: $$\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

DISTRIBUIÇÃO POISSON

Esaf 2009- Receita Federal

O número de petroleiros que chegam a uma refinaria ocorre segundo uma distribuição de Poisson, com média de dois petroleiros por dia. Desse modo, a probabilidade de a refinaria receber no máximo três petroleiros em dois dias é igual a:

a) 32/73 * exp(-4)
b) 3/71 * exp(4)
c) 71/3 * exp(-4)
d) 71/3 * exp(-2)
e) 32/3 * exp(-2)

DISTRIBUIÇÃO POISSON

Esaf 2009- Receita Federal

O número de petroleiros que chegam a uma refinaria ocorre segundo uma distribuição de Poisson, com média de dois petroleiros por dia. Desse modo, a probabilidade de a refinaria receber no máximo três petroleiros em dois dias é igual a:

a) 32/73 * exp(-4)
b) 3/71 * exp(4)
c) 71/3 * exp(-4)
d) 71/3 * exp(-2)
e) 32/3 * exp(-2)

DISTRIBUIÇÃO POISSON

(SEFAZ PI – FCC 2015). O número de falhas mensais de um computador é uma variável que tem distribuição de Poisson com média $\lambda=3$. Nessas condições, a probabilidade de o computador apresentar exatamente duas falhas no período de 15 dias é igual a:

Dados: $e^{-3} = 0,05$; $e^{-1,5} = 0,22$.

a) 22,50%

b) 12,50%

c) 24,15%

d) 15,25%

e) 24,75%

DISTRIBUIÇÃO POISSON

(SEFAZ PI – FCC 2015). O número de falhas mensais de um computador é uma variável que tem distribuição de Poisson com média $\lambda=3$. Nessas condições, a probabilidade de o computador apresentar exatamente duas falhas no período de 15 dias é igual a:

Dados: $e^{-3} = 0,05$; $e^{-1,5} = 0,22$.

a) 22,50%

b) 12,50%

c) 24,15%

d) 15,25%

e) 24,75%

DISTRIBUIÇÃO POISSON

Um banco está interessado em estudar o número de pessoas que usam o caixa eletrônico. Em média, 1,3 clientes andam até o caixa eletrônico durante um intervalo de 10 minutos.

a) Qual é o lambda λ para esse problema?

b) Qual a probabilidade de exatamente 3 clientes usarem o caixa eletrônico durante um intervalo de 10 minutos?

c) Qual é a probabilidade de mais de 3 pessoas durante um intervalo de 10 minutos?

DISTRIBUIÇÃO POISSON

Um banco está interessado em estudar o número de pessoas que usam o caixa eletrônico. Em média, 1,3 clientes andam até o caixa eletrônico durante um intervalo de 10 minutos.

a) Qual é o lambda λ para esse problema? 1,3

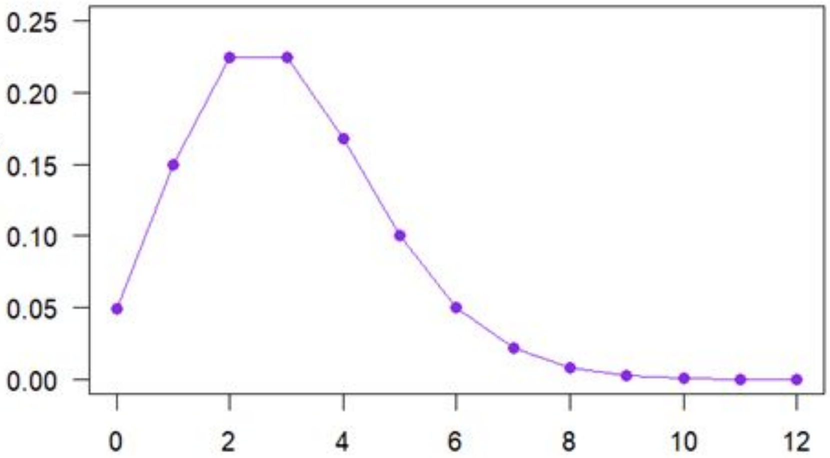
b) Qual a probabilidade de exatamente 3 clientes usarem o caixa eletrônico durante um intervalo de 10 minutos? 0,09979

c) Qual é a probabilidade de mais de 3 pessoas durante um intervalo de 10 minutos?
1 – P(X=3)-P(X=2) –P(X=1) –P(X=0) = 1-0,099792-0,230289-0,354291-0,272532 = 0,043095

DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE

O número de clientes que entram em uma loja segue uma distribuição de Poisson, com uma taxa média de 3 clientes/hora. Qual área do gráfico vou obter se utilizar as seguintes funções do Excel?

a)DIST.POISSON(x = 4; média = 3; cumulativo = 1)
b)1- DIST.POISSON(x = 8; média = 3; cumulativo = 1)
c)DIST.POISSON(x = 4; média = 3; cumulativo = 0)
d)DIST.POISSON(x = 4; média = 4; cumulativo = 1) - DIST.POISSON(x = 1; média = 3; cumulativo = 1)



Indicadores de Qualidade de Serviço
Não Relacionados à Pesquisa de Satisfação do Passageiro

#	Indicadores de Qualidade de Serviços (IQS)		abr/22	mai/22	jun/22	jul/22	ago/22	set/22	out/22	nov/22	dez/22	jan/23	fev/23	mar/23
	Serviços Diretos													
1	Tempo em Fila de Inspeção de Segurança													
1.1	% de Passageiros aguardando mais de 5min	Q	3,5%	1,5%	3,0%	9,6%	13,6%	7,7%	10,1%	4,9%	9,8%	9,5%	9,9%	
1.2	% de Passageiros aguardando mais de 15min	Q	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,7%	0,3%	0,3%	0,0%	0,3%	0,0%	0,3%	
2	Tempo de atendimento a Pax com Necessidade de Assistência Especial - PNAE		0:00:06	0:00:10	0:00:04	0:00:03	0:00:01	0:00:03	0:00:00	0:00:00	0:00:00	0:00:00	00:00:00	
3	Número de eventos graves relatados		8	5	5	4	7	7	7		0	4	5	
	Disponibilidade de Equipamentos													
4	Elevadores, esteiras e escadas rolantes	Q	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	99,8%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	
5	Sistema de processamento de bagagens (embarque)	Q	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	
6	Sistema de restituição de bagagens (desembarque)	Q	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	
7	Equipamento apropriado para embarque e desembarque de PNAE	Q	99,7%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	98,2%	99,8%	
8	Ar Precondicionado	Q	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	
	Instalações Lado Ar													
9	Pontes de Embarque	Q	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	
11	Posições de Pátio	Q	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	
12	Atendimento em Pontes de Embarque													
12.1	Passageiros Domésticos	Q	95,2%	95,9%	96,7%	95,7%	96,3%	97,3%	99,9%	99,9%	99,9%	99,9%	99,8%	
12.2	Passageiros Internacionais	Q	100,0%	100,0%	95,1%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	

Q - Indicadores que integram o fator Q
NA – A Concessionária não dispõe deste equipamento

SALVADOR BAHiA AiRPORT

VINCI AIRPORTS

https://www.salvador-airport.com.br/pt-br/indicadores-de-qualidade-de-servico

Indicadores de Qualidade de Serviço
Não Relacionados à Pesquisa de Satisfação do Passageiro

#	Indicadores de Qualidade de Serviços (IQS)		abr/22	mai/22	jun/22	jul/22	ago/22	set/22	out/22	nov/22	dez/22	jan/23	fev/23	mar/23
	Serviços Diretos													
1	Tempo em Fila de Inspeção de Segurança													
1.1	% de Passageiros aguardando mais de 5min	Q	3,5%	1,5%	3,0%	9,6%	13,6%	7,7%	10,1%	4,9%	9,8%	9,5%	9,9%	
1.2	% de Passageiros aguardando mais de 15min	Q	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,7%	0,3%	0,3%	0,0%	0,3%	0,0%	0,3%	
2	Tempo de atendimento a Pax com Necessidade de Assistência Especial - PNAE		0:00:06	0:00:10	0:00:04	0:00:03	0:00:01	0:00:03	0:00:00	0:00:00	0:00:00	0:00:00	00:00:00	
3	Número de eventos graves relatados		8	5	5	4	7	7	7		0	4	5	
	Disponibilidade de Equipamentos													
4	Elevadores, esteiras e escadas rolantes	Q	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	99,8%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	
5	Sistema de processamento de bagagens (embarque)	Q	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	100,0%	
6	Sistema de restituição de bagagens (desembarque)	Q	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	100,0%	
7	Equipamento apropriado para embarque e desembarque de PNAE	Q	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	99,8%	
8	Ar Precondicionado	Q	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	NA	
	Instalações Lado Ar													
9	Pontes de Embarque	Q	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	100,0%	
11	Posições de Pátio	Q	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	100,0%	
12	Atendimento em Pontes de Embarque													
12.1	Passageiros Domésticos	Q	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	99,8%	
12.2	Passageiros Internacionais	Q	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	100,0%	

Suponha uma média de 5 casos por mês. Qual a probabilidade de um mês não ter nenhum evento grave relatado? E ter menos de 3 eventos?

Q - Indicadores que integram o fator Q
NA – A Concessionária não dispõe deste equipamento

SALVADOR BAHIA AIRPORT

VINCI AIRPORTS

https://www.salvador-airport.com.br/pt-br/indicadores-de-qualidade-de-servico

EXERCÍCIO

Suponha uma média de 5 casos por mês. Qual a probabilidade de um mês não ter nenhum evento grave relatado? E ter menos de 3 eventos?

DIST.POISSON(x,média,cumulativo)

a) DIST.POISSON(5,3,1) e 1-DIST.POISSON(5,0,1)
b) 1-DIST.POISSON(0,5,0) e DIST.POISSON(3,5,1)
c) DIST.POISSON(0,5,0) e DIST.POISSON(2,5,1)
d) DIST.POISSON(2,5,0) e 1-DIST.POISSON(3,5,1)
e) 1-DIST.POISSON(0,5,0) e 1-DIST.POISSON(2,5,1)

EXERCÍCIO

Suponha uma média de 5 casos por mês. Qual a probabilidade de um mês não ter nenhum evento grave relatado? E ter menos de 3 eventos?

DIST.POISSON(x,média,cumulativo)

a) DIST.POISSON(5,3,1) e 1-DIST.POISSON(5,0,1)
b) 1-DIST.POISSON(0,5,0) e DIST.POISSON(3,5,1)
c) DIST.POISSON(0,5,0) e DIST.POISSON(2,5,1)
d) DIST.POISSON(2,5,0) e 1-DIST.POISSON(3,5,1)
e) 1-DIST.POISSON(0,5,0) e 1-DIST.POISSON(2,5,1)

DETECÇÃO DE FRAUDES

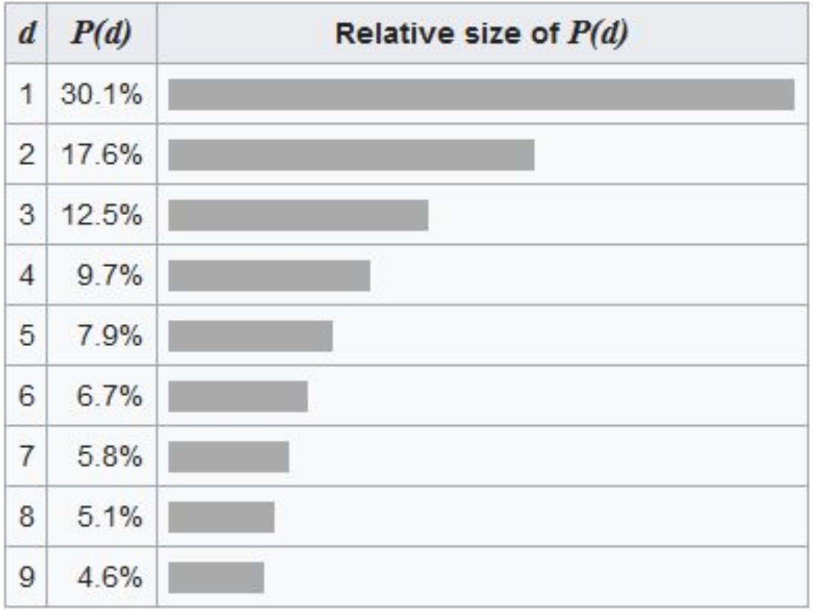
LEI DE BENFORD

Distribuição de frequência dos dígitos iniciais (primeiro dígito) em muitos conjuntos reais de dados numéricos.

Foi criada pelo físico Frank Benford, que a elaborou em 1938 em um artigo intitulado *The Law of Anomalous Numbers*

LEI DE BENFORD

$$P(d) = \text{Log}_{10}(1 + 1/d)$$



d	$P(d)$	Relative size of $P(d)$
1	30.1%	
2	17.6%	
3	12.5%	
4	9.7%	
5	7.9%	
6	6.7%	
7	5.8%	
8	5.1%	
9	4.6%	

LEI DE BENFORD

How Forensic Accountants Use Benford's Law To Detect Fraud

http://www.businessinsider.com/benfords-law-to-detect-financial-fraud-2014-12

TRIBUNAL DE CONTAS DA UNIÃO

inovaTCU

Contato

InovaTCU » Notícias

Aplicações da Lei de Benford à auditoria de obras públicas

As análises de preços nas auditorias de obras públicas por vezes ocupam semanas de trabalho do auditor, pois, em muitos casos, as planilhas orçamentárias são extensas e de difícil análise. A Lei Newcomb-Benford é uma ferramenta de mineração de dados, alternativa à Curva ABC, que permite uma seleção possivelmente mais precisa dos serviços das planilhas para análise de preço.

A Curva ABC, tradicionalmente utilizada pelas unidades técnicas do TCU, seleciona em torno de 20% dos serviços do orçamento, em ordem decrescente de relevância financeira, totalizando 80% do valor global da obra. O que conta para a seleção da amostra de auditoria é apenas a materialidade do serviço em relação ao custo total, sem considerar possíveis indícios de manipulação nos dados. Além disso, os itens semelhantes no orçamento devem ser agrupados antes da análise, o que demanda um certo trabalho no caso de existirem muitos itens repetidos.

Já a Lei Newcomb-Benford propõe que as frequências dos primeiros dígitos dos valores em um banco de dados são decrescentes do 1 ao 9; o dígito 1 aparece em, aproximadamente, 30% dos dados, enquanto o 9 não atinge 5% desses valores.

Dígito	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Frequência	**30,10%**	**17,61%**	**12,49%**	**9,69%**	**7,92%**	**6,69%**	**5,80%**	**5,12%**	**4,58%**

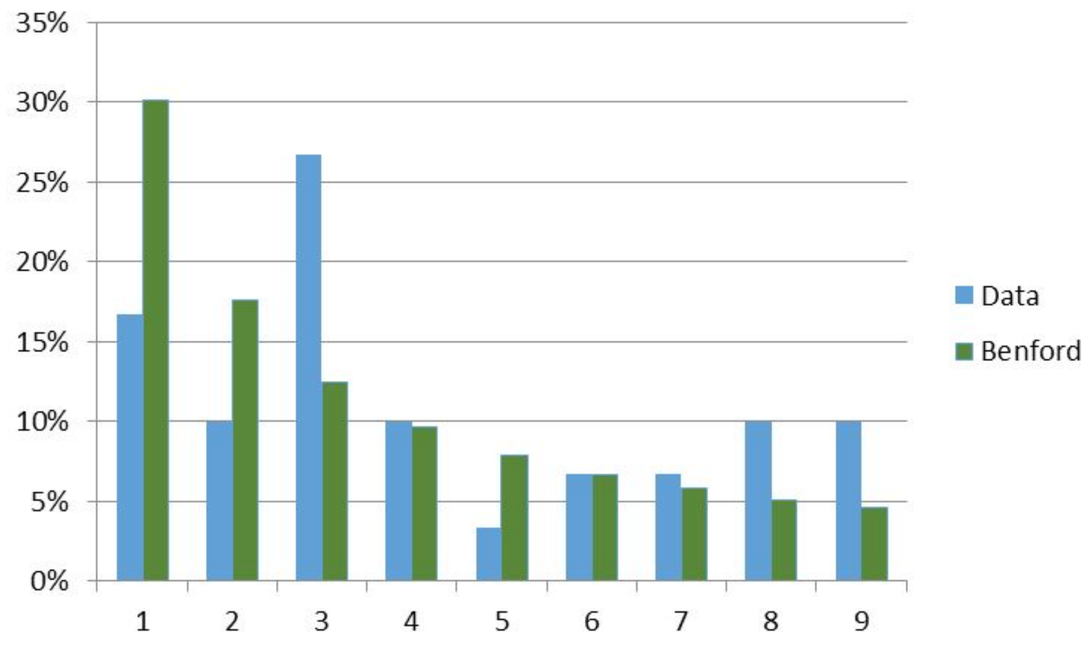
http://portal.tcu.gov.br/inovatcu/noticias/aplicacoes-da-lei-de-benford-a-auditoria-de-obras-publicas.htm

LEI DE BENFORD

Suponha que você tenha recebido as seguintes faturas (30) de um departamento de Marketing em um determinado mês. Você deveria estar preocupado?

1345,89	198
998,2c	221,7
2346,5	356,7
821	811,7
159,4	2883
467,5	368
772,3	93,2
3687,5	812,7
325,5	3214,2
3587	422,9
491	921,3
1278	391,1
1358,7	642,5
567	773,3
679	397,6

LEI DE BENFORD



LEI DE BENFORD

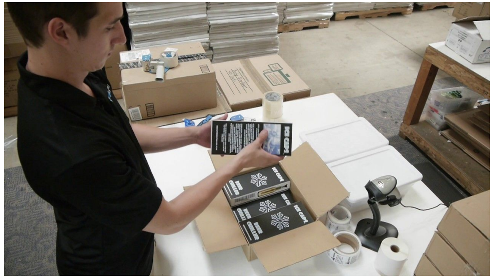
https://analisereal.com/tag/lei-de-benford/

DISTRIBUIÇÕES DISCRETAS

	P(X=k)	"Modelo"	E(X)	Var(X)
Bernoulli	p, (1-p)	Moeda	p	p*(1-p)
Binomial	$\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$	"n" Moedas	n*p	n*p*(1-p)
Poisson	$\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$	Taxa de chegada	λ	λ

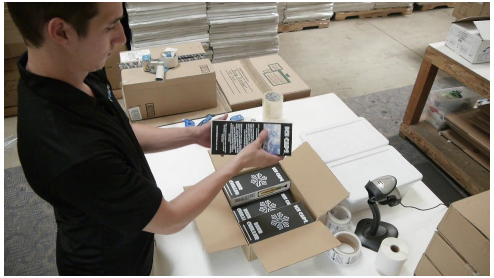
CONTROLE DE QUALIDADE

A área de inspeção de produtos aceita um lote de produtos se não forem rejeitadas mais de 2 entre 50 embalagens. Um pacote de produtos é rejeitado se mais de um produto estiver fora dos padrões. O número de produtos fora dos padrões em um pacote segue uma distribuição de Poisson com lambda = 0,05. Qual é a probabilidade de rejeitar um lote de produtos?



CONTROLE DE QUALIDADE

A área de inspeção de produtos aceita um lote de produtos se não forem rejeitadas mais de 2 entre 50 embalagens. Um pacote de produtos é rejeitado se mais de um produto estiver fora dos padrões. O número de produtos fora dos padrões em um pacote segue uma distribuição de Poisson com lambda = 0,05. Qual é a probabilidade de rejeitar um lote de produtos?



Probabilidade de rejeitar uma embalagem(Poisson) =
= 1-poisson(1, lambda=0.05)-poisson(0, lambda=0.05) =
= 1- 0,95123-0,04756 = 0,001209

Probabilidade de rejeitar um lote (Binomial) =
=1-0,9413-0,05698 - 0,00169 = 0.00332%