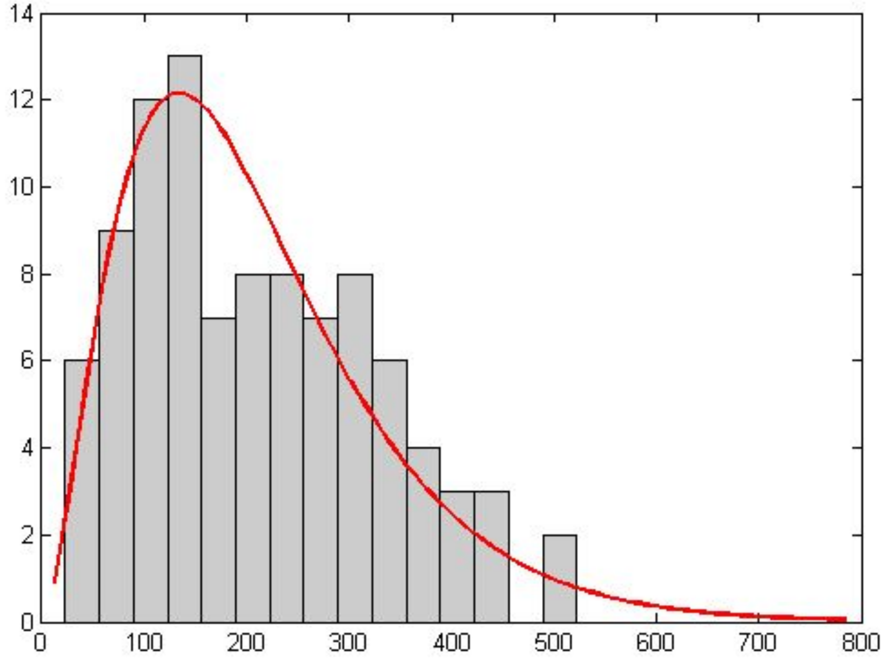
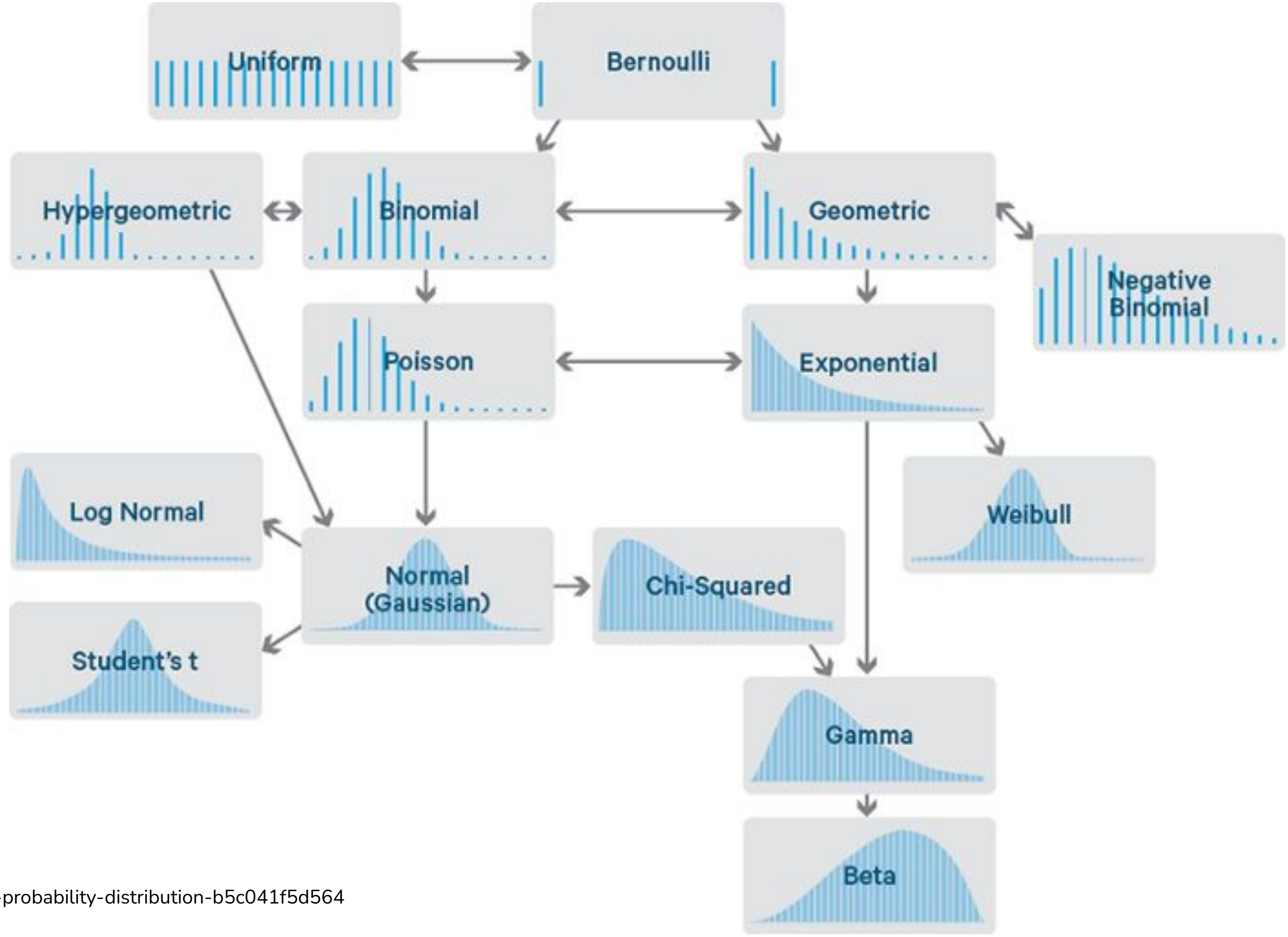
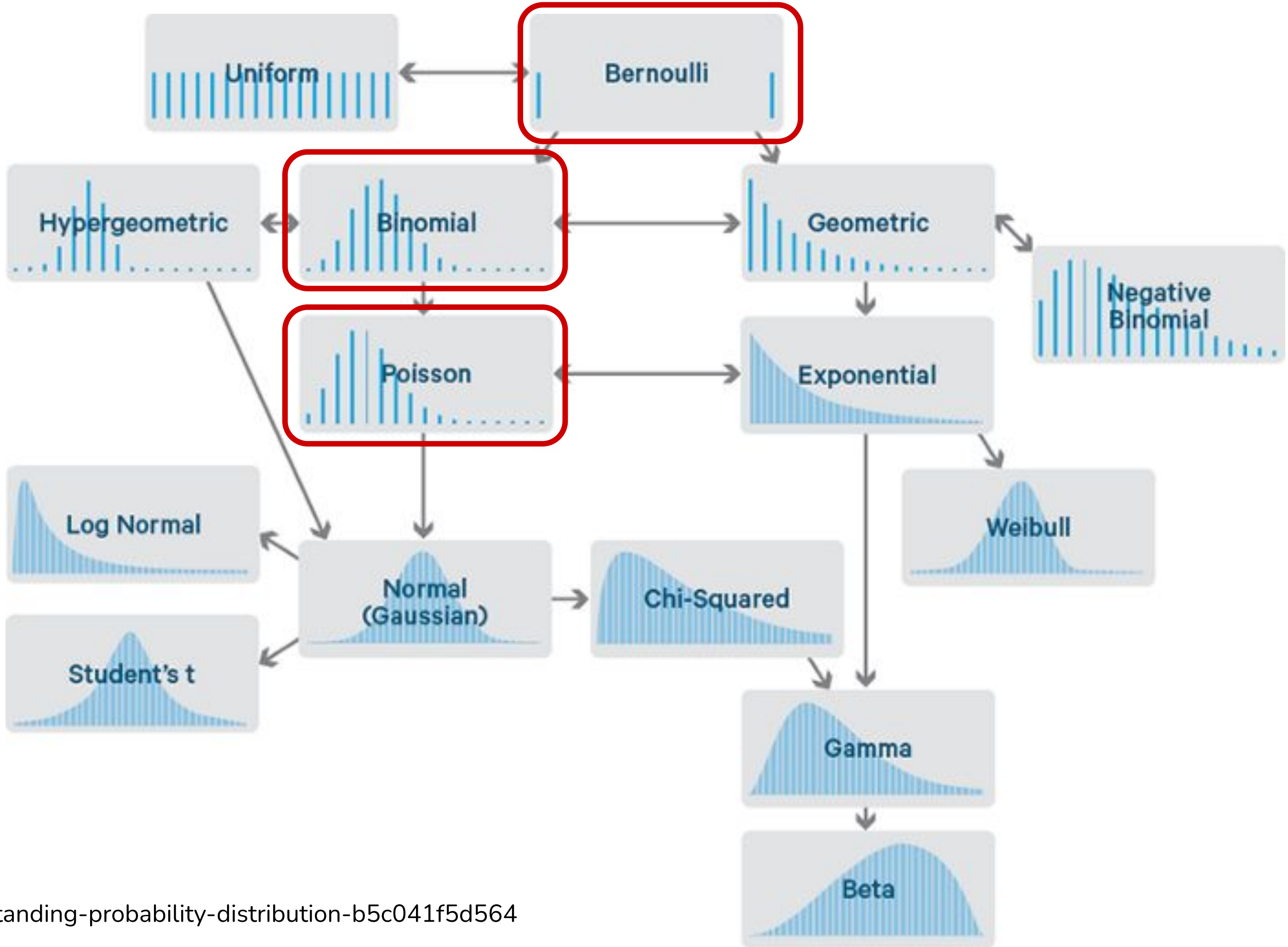
DISTRIBUIÇÕES CONTÍNUAS



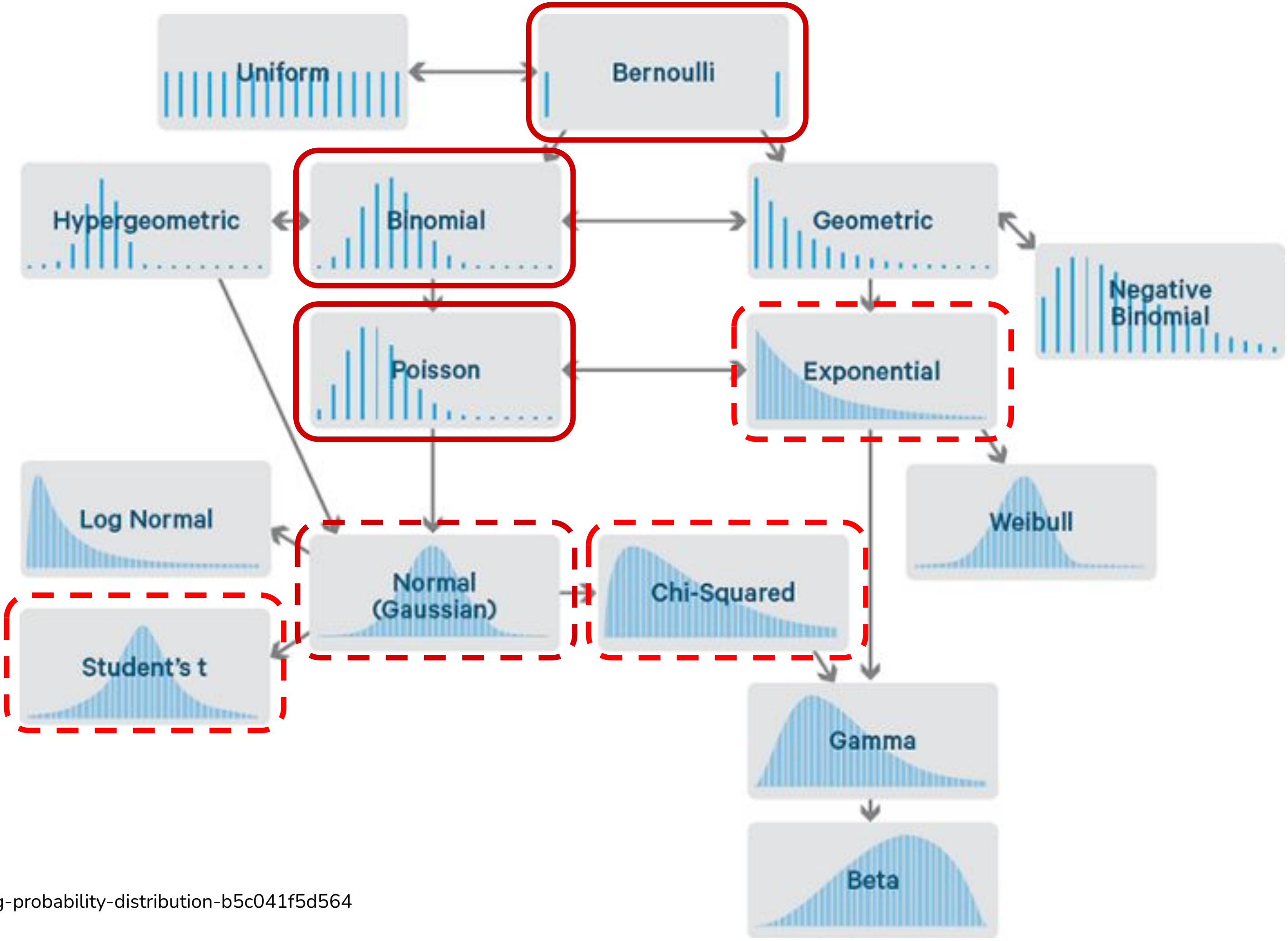
14
12
10
8
6
4
2
0
0
100
200
300
400
500
600
700
800



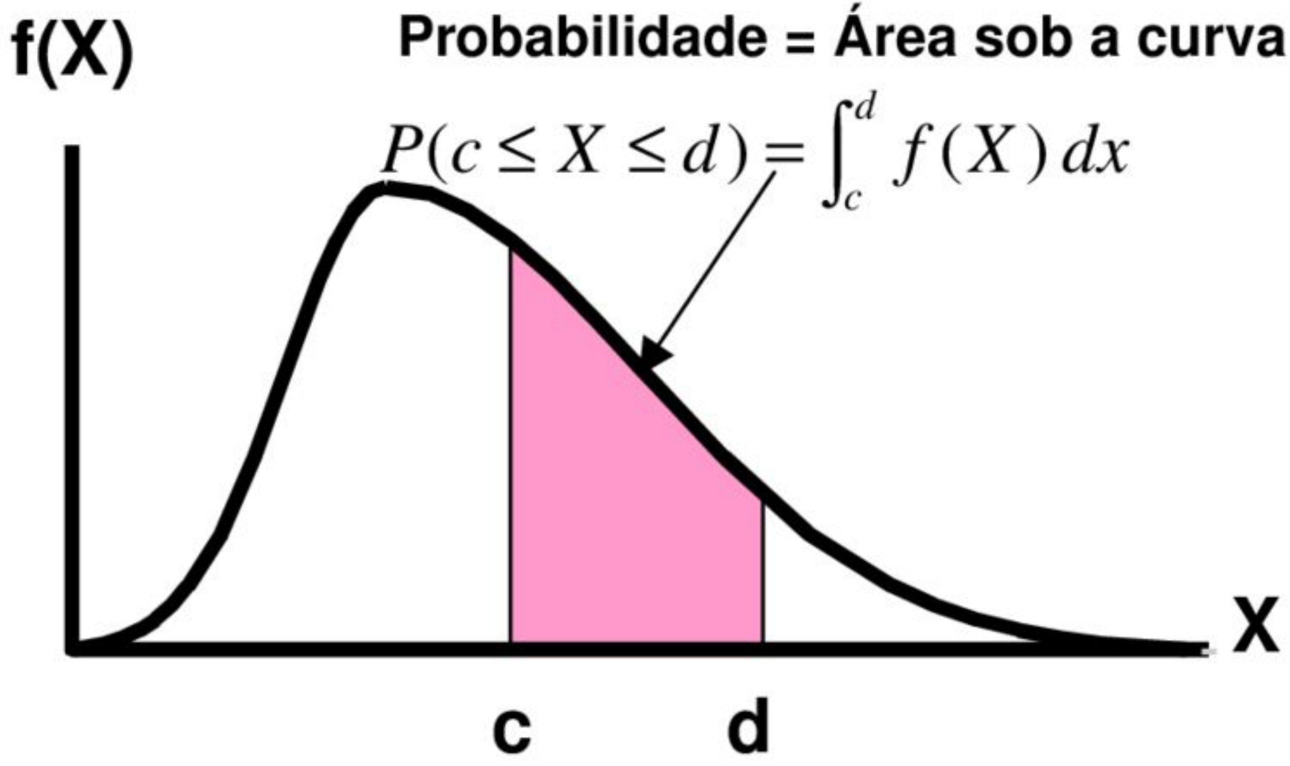
https://medium.com/swlh/understanding-probability-distribution-b5c041f5d564



https://medium.com/swlh/understanding-probability-distribution-b5c041f5d564



https://medium.com/swlh/understanding-probability-distribution-b5c041f5d564



https://www.researchgate.net/figure/Figura-37-Probabilidade-de-Variaveis-Aleatorias-Continuas_fig4_330703739

DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

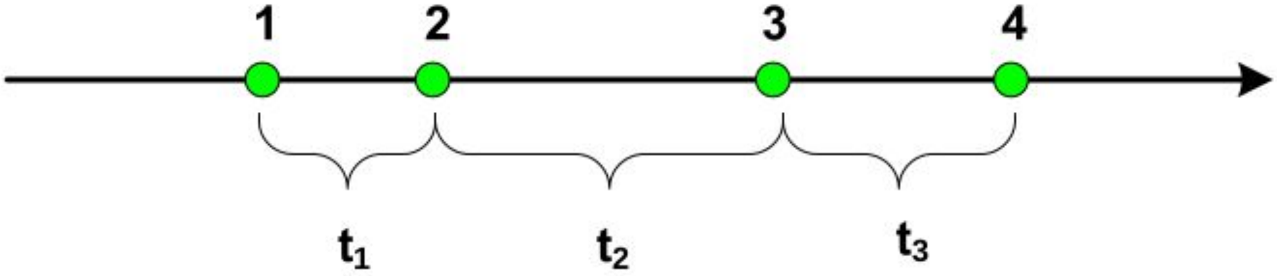
DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

A distribuição exponencial pode ser relacionada à distribuição de Poisson. É aplicada nos casos onde o foco da análise é intervalo de acontecimento de um evento;

Poisson: estimativa da quantidade de eventos num intervalo (Distribuição discreta)

Exponencial: um intervalo ou espaço para ocorrência de um evento. (Distribuição contínua)

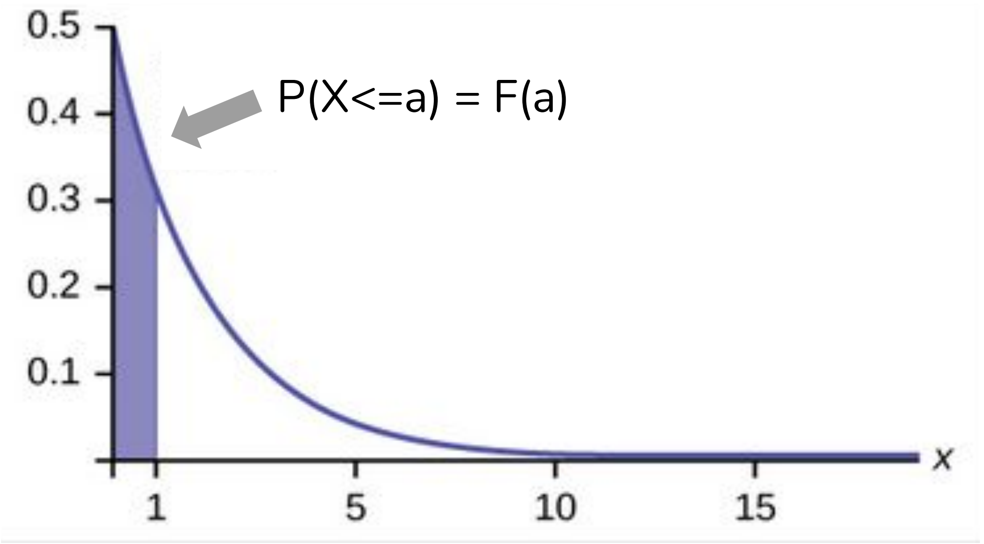
DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL



DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

$E(x) = 1/\boldsymbol{\lambda}$
$Var(x) = 1/(\boldsymbol{\lambda}^2)$

$F(x) = 1\text{-}exp(-\boldsymbol{\lambda} * x)$



DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

Assuma que o tempo de duração X de um cliente no caixa tenha distribuição exponencial com média de 5 minutos. Qual a probabilidade de um cliente:

(a) demorar 10 minutos no máximo

(b) demorar mais que 10 minutos

(c) demorar mais do que o tempo médio

DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

Assuma que o tempo de duração X de um cliente no caixa tenha distribuição exponencial com média de 5 minutos. Qual a probabilidade de um cliente:

$E(x) = 5 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{5}$

(a) demorar 10 minutos no máximo

$F(10) = 1 - \exp(-\frac{1}{5} * 10) = 0{,}8647$

(b) demorar mais que 10 minutos

$1 - F(10) = 1 - 0{,}8647 = 0{,}1353$

(c) demorar mais do que o tempo médio

$1 - F(5) = 1 - (1 - \exp(-\frac{1}{5} * 5)) = \exp(-1) = 0{,}3679$

DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

Suponha que a duração de uma componente eletrônica possui distribuição exponencial de parâmetro $\lambda = 1$, calcule

(a) A probabilidade de que a duração seja menor que 2 anos.

(b) A probabilidade de que a duração esteja entre 5 e 15.

DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

Suponha que a duração de uma componente eletrônica possui distribuição exponencial de parâmetro $\lambda = 1$ ano, calcule

(a) A probabilidade de que a duração seja menor que 2 anos. $F(2) = 1 - \exp(-1*2) = 0{,}8647$

(b) A probabilidade de que a duração esteja entre 5 e 15. $F(15) - F(5) = 1 - \exp(-1*15) - 1 + \exp(-1*5) = 0{,}0067$

DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

Suponha que o número de avarias de um ônibus segue um processo de Poisson com taxa λ=5/ano. Qual a probabilidade do tempo entre avarias consecutivas ser inferior a um mês?

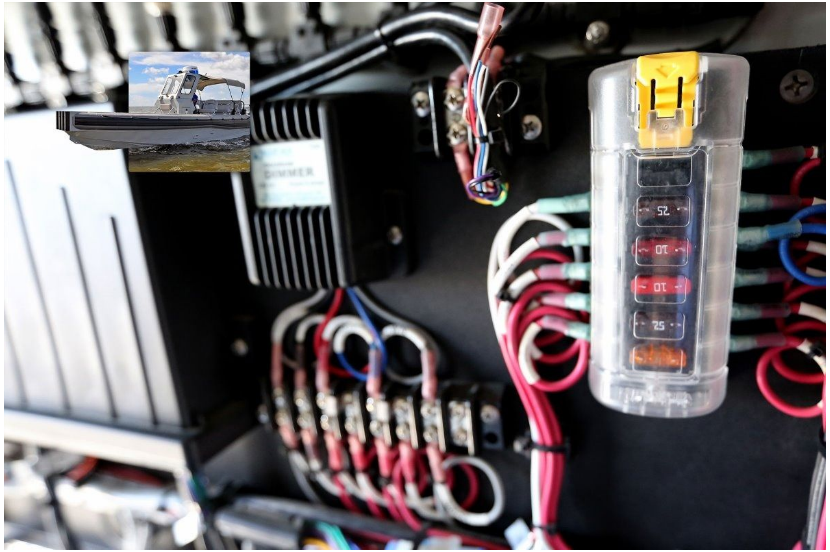
DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

Suponha que o número de avarias de um ônibus segue um processo de Poisson com taxa $\lambda=5$/ano. Qual a probabilidade do tempo entre avarias consecutivas ser inferior a um mês?

$F(1/12) = 1 - \exp(-5*1/12) = 0,348$

DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

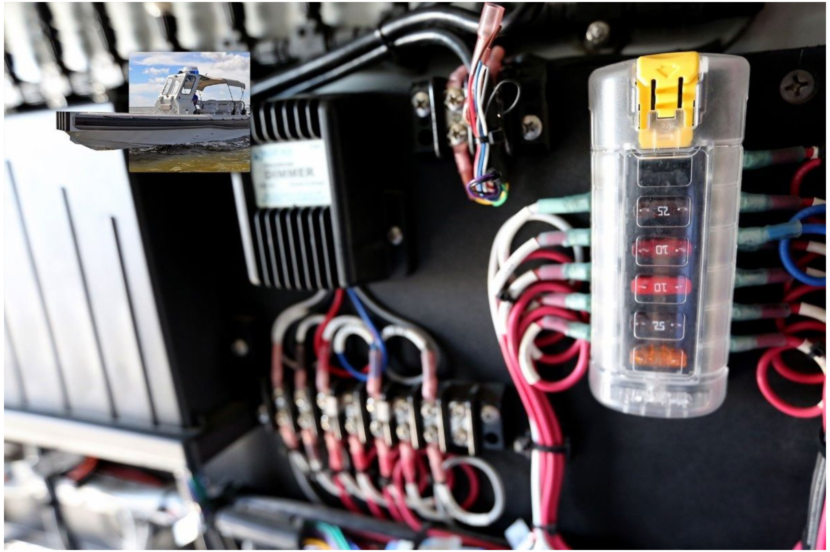
Seja o tempo de falha (em horas) de um fusível possui distribuição exponencial com média 200 h. Se 8 fusíveis idênticos são instalados de modo que funcionem independentemente um do outro, qual é a probabilidade de que pelo menos metade dos fusíveis permaneçam funcionando no final de 100 h?



DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

Seja o tempo de falha (em horas) de um fusível possui distribuição exponencial com média 200 h. Se 8 fusíveis idênticos são instalados de modo que funcionem independentemente um do outro, qual é a probabilidade de que pelo menos metade dos fusíveis permaneçam funcionando no final de 100 h?

a) P(Falha em 100h) = 1- exp(-100/200) = 0.3935
b) 1-P(0)-P(1)-P(2)-(3) = 1-0,0183-0,095-0,2158 -0,28 = 0,3909

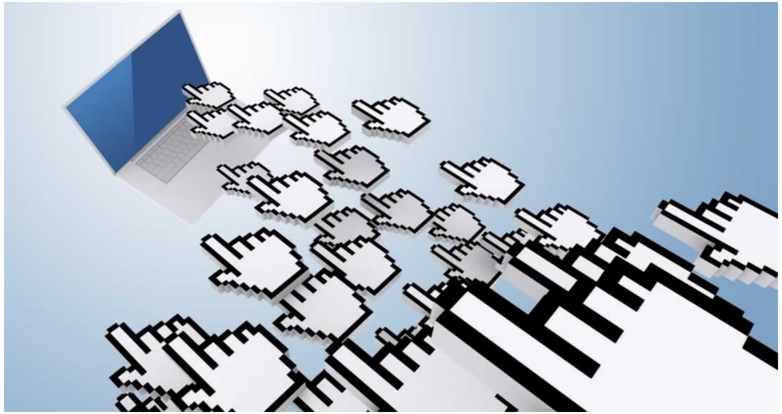


DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

Em um site, as conexões dos usuários seguem um processo de Poisson, com média de 25 conexões por hora.

a) Qual a probabilidade de não haver conexões em um intervalo de 6 minutos?

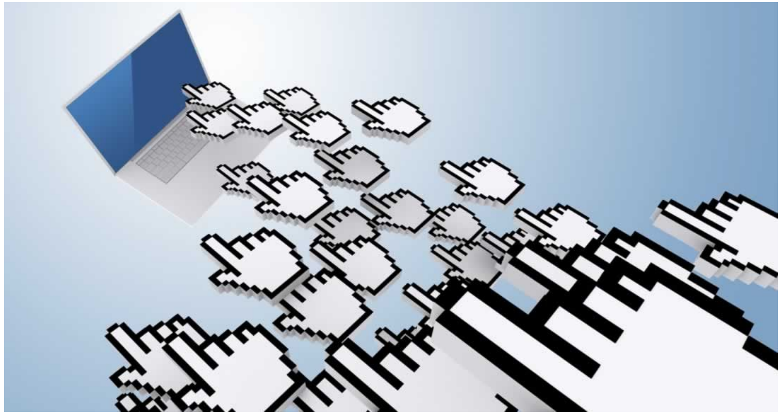
b) Qual a probabilidade de que o tempo até a próxima conexão esteja entre 2 e 3 minutos?



DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

Em um site, as conexões dos usuários seguem um processo de Poisson, com média de 25 conexões por hora.

a) Qual a probabilidade de não haver conexões em um intervalo de 6 minutos?
1-F(0,1) = 1 - 1 + exp(-25 * 0,1) = 0,082
Poisson(0; λ = 2,5) = exp (-2,5)*$2,5^0$/0! = 0,082
b) Qual a probabilidade de que o tempo até a próxima conexão esteja entre 2 e 3 minutos?
F(0,05) - F(0,033) = 0,152



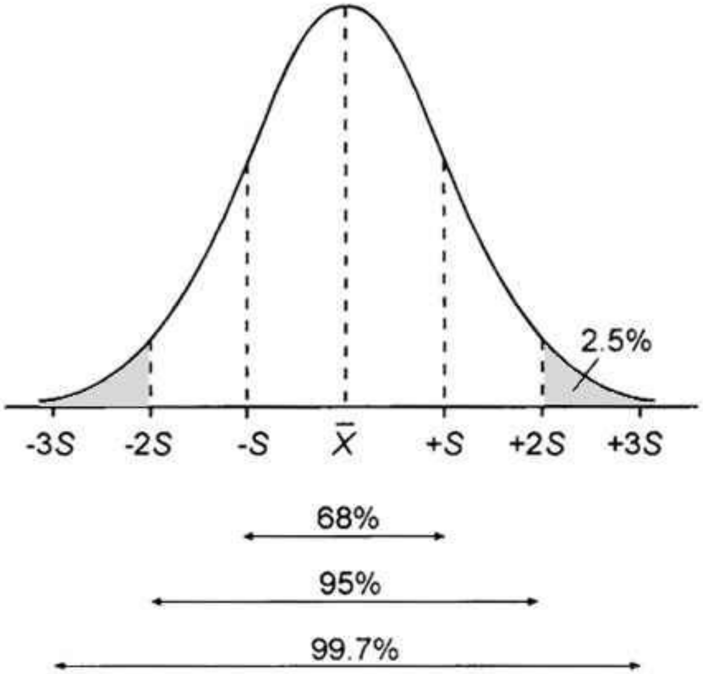
DISTRIBUIÇÃO NORMAL

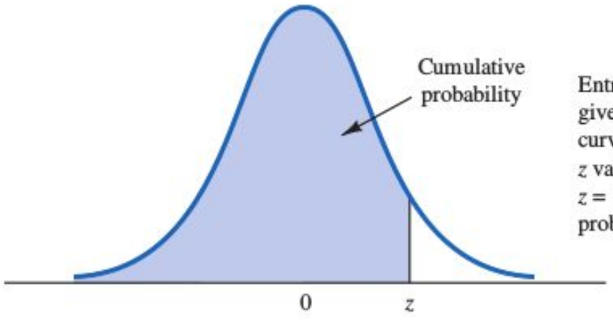
DISTRIBUIÇÃO NORMAL

$$f(x \mid \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\, e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

E(X) = μ
Var(X) = σ^2

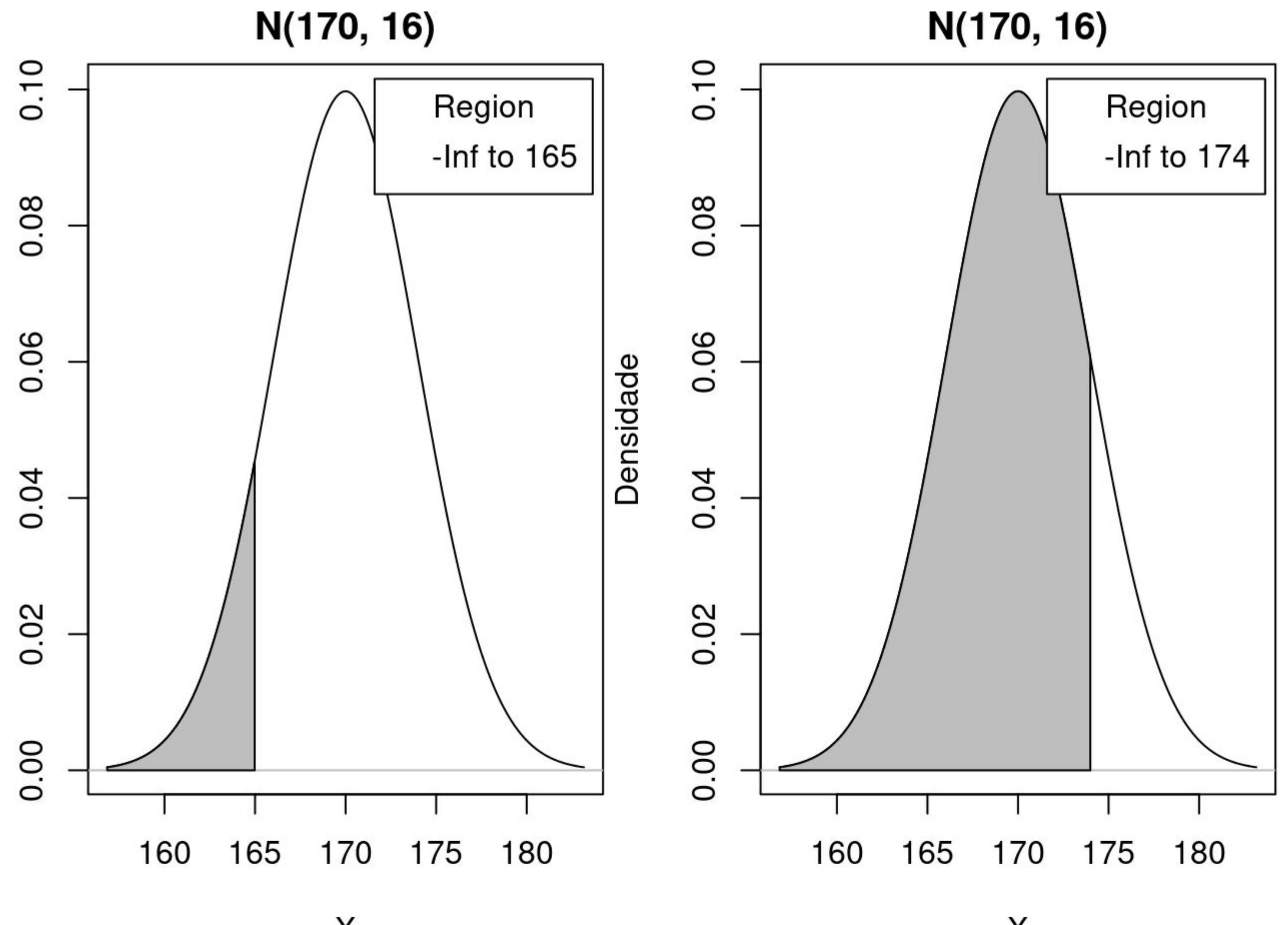
Outliers := +/- 3σ



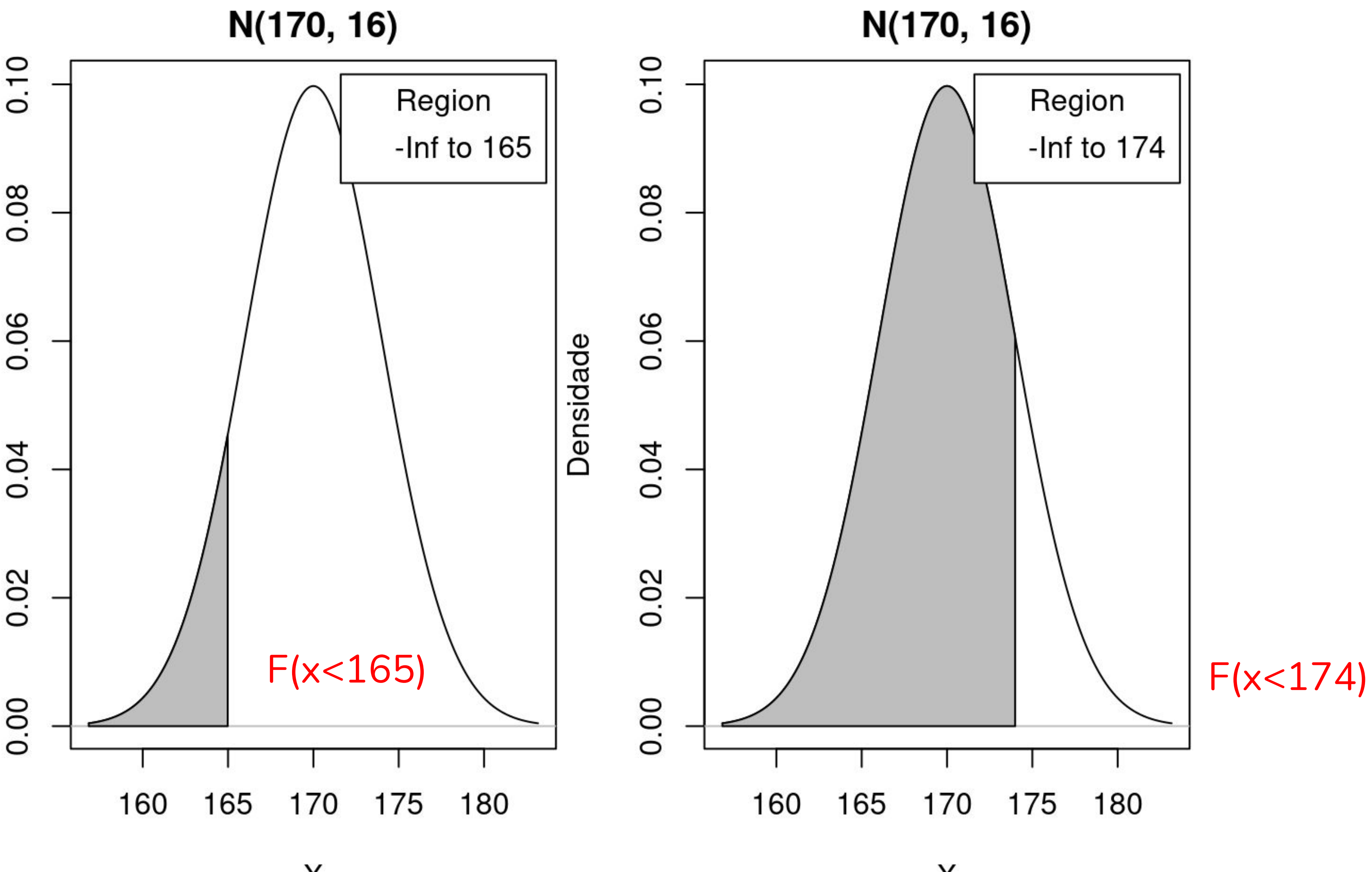


Entries in the table give the area under the curve to the left of the z value. For example, for $z = 1.25$, the cumulative probability is .8944.

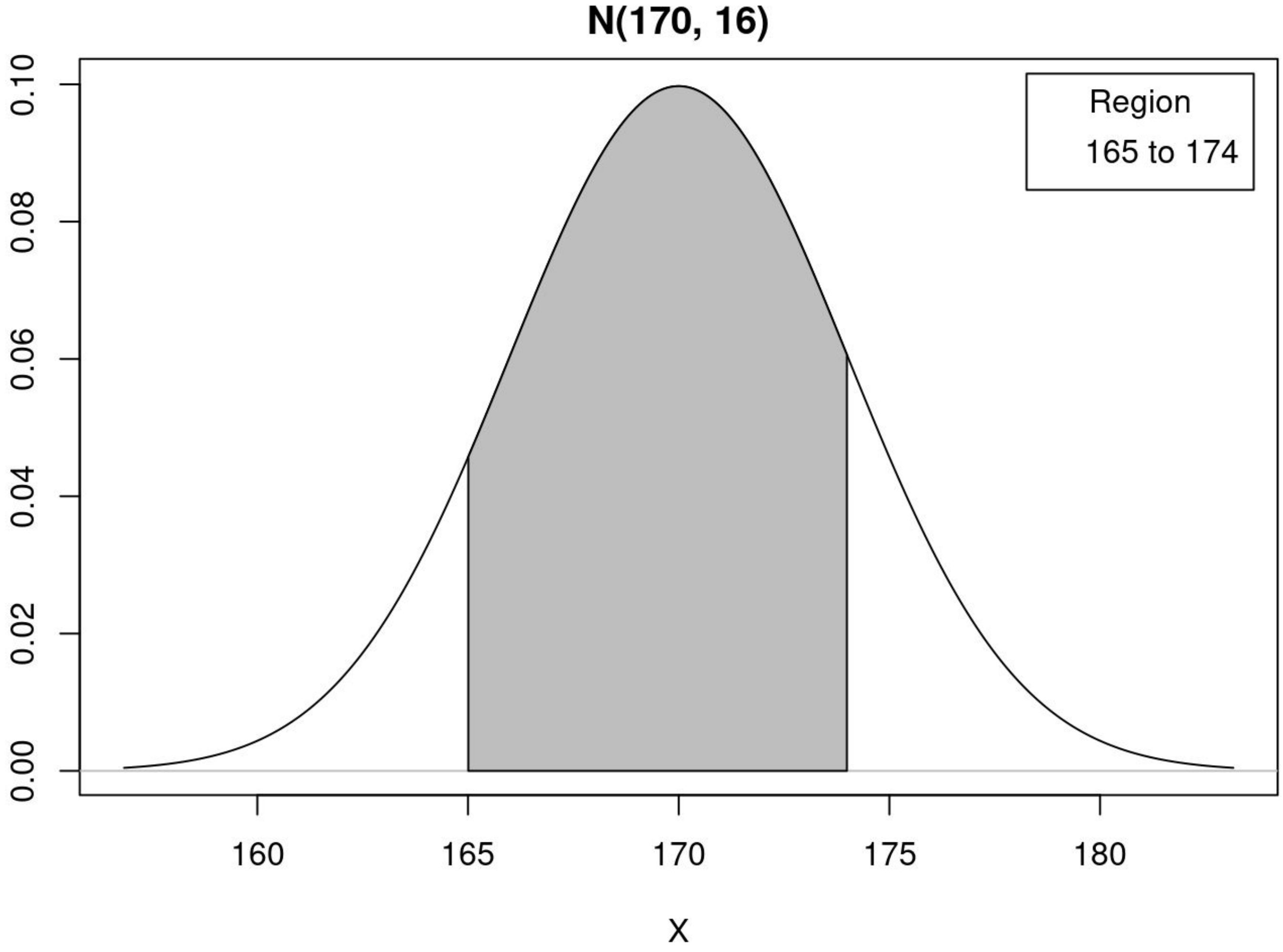
z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767



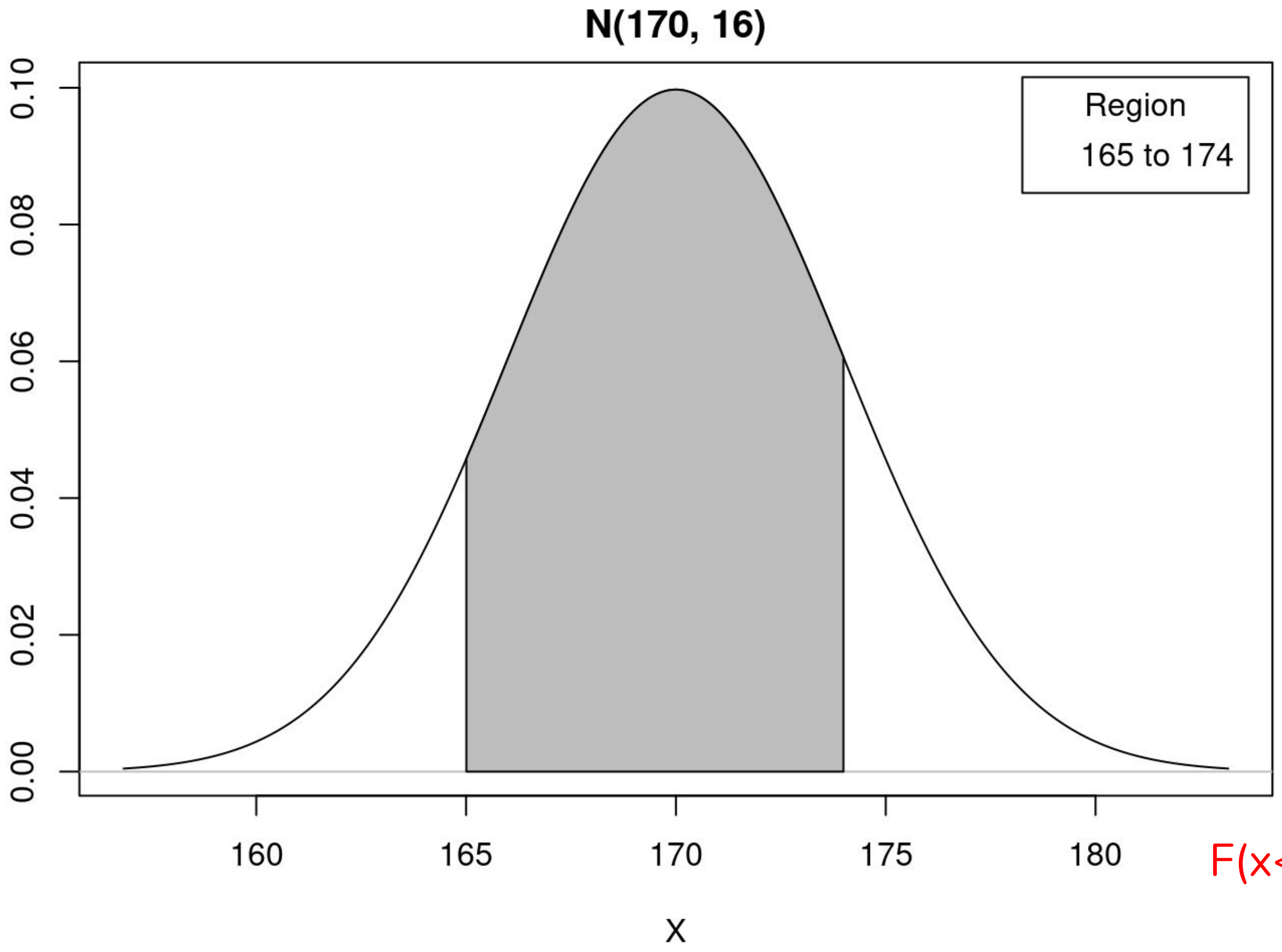
N(170, 16)
Region
-Inf to 165
N(170, 16)
Region
-Inf to 174
Densidade
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10
160
165
170
175
180



N(170, 16)
Region
-Inf to 165
F(x<165)
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10
160
165
170
175
180
X
Densidade
N(170, 16)
Region
-Inf to 174
F(x<174)
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10
160
165
170
175
180
X

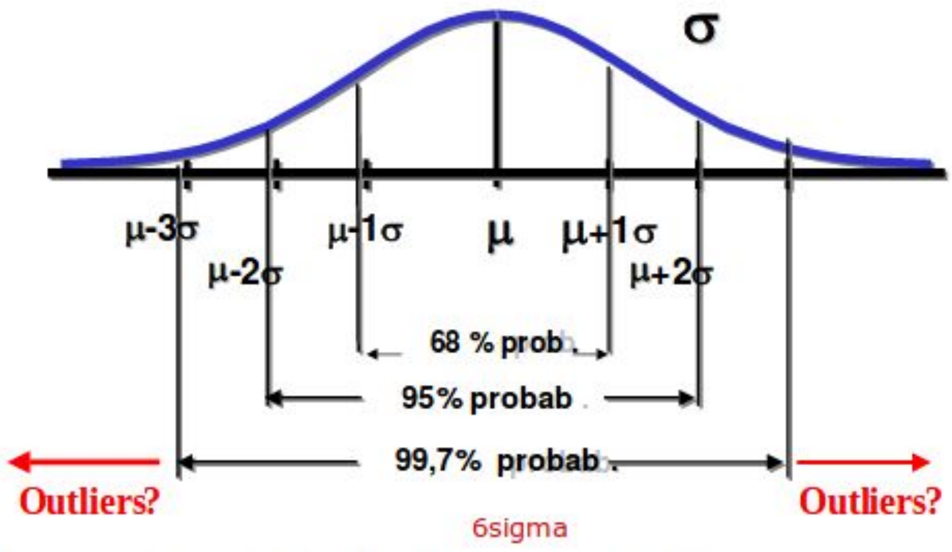


N(170, 16)
Region
165 to 174
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10
160
165
170
175
180
X


N(170, 16)
Region
165 to 174
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10
160
165
170
175
180
X

F(x<174)-F(x<

DISTRIBUIÇÃO NORMAL



REGRA EMPÍRICA

Suponha que os pacotes tenham uma média de 52g e um desvio padrão de 1g.

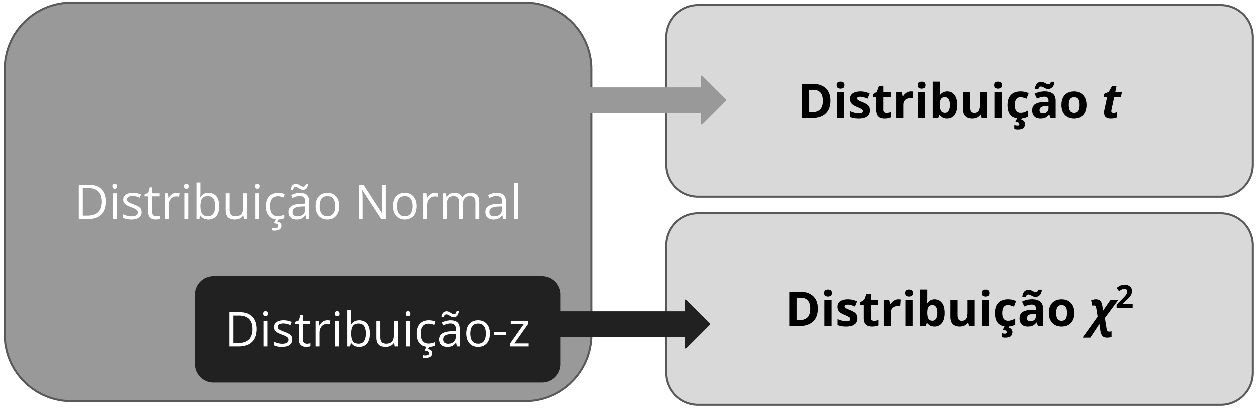
Qual seria o seu "palpite" sobre o peso máximo de um pacote em uma amostra aleatória?

REGRA EMPÍRICA

Suponha que os pesos de uma amostra de pacotes tenham um formato de curva em sino e variem de 94g a 106g.

Qual seria o seu "palpite" do desvio padrão?

DISTRIBUIÇÃO NORMAL



DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Suponha que você queira estocar cerveja para o fim de semana e o consumo siga uma distribuição normal com média 100 e desvio padrão de 50.

Qual a probabilidade do consumo ser no máximo 200 unidades?

Qual a probabilidade do consumo ser maior que 150 unidades?

Quantas cervejas você deve comprar para que o risco de ficar sem cerveja seja igual a 2%?

"Dica": $P(Z < 2{,}05) = 0{,}9798$

$P(Z < -2{,}05) = 0{,}0202$

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Suponha que você queira estocar cerveja para o fim de semana e o consumo siga uma distribuição normal com média 100 e desvio padrão de 50.

Qual a probabilidade do consumo ser no máximo 200 unidades?

Qual a probabilidade do consumo ser maior que 150 unidades?

Quantas cervejas você deve comprar para que o risco de ficar sem cerveja seja igual a 2%?

"Dica": $P(Z < 2{,}05) = 0{,}9798$
$P(Z < -2{,}05) = 0{,}0202$

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

O preço de varejo do refrigerante 2L tem distribuição normal com média de 3,50 e desvio padrão de 0,26. Abaixo de qual preço encontramos os 20% dos preços mais baixos?

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

O preço de varejo do refrigerante 2L tem distribuição normal com média de 3,50 e desvio padrão de 0,26. Abaixo de qual preço encontramos os 20% dos preços mais baixos?

Você deve:

a) Encontrar o valor de z tal que P (Z <z) = 0,80 e 1-P (Z <z) = 0,20
b) Encontrar o valor z tal que P (Z <z) = 0,20
c) Assumir o valor de z como 0,20 e encontre a área na tabela z. P(Z<0,20)

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Uma empresa estabeleceu meta de vendas de $1250, e quem vendesse acima de $1500 seria recompensado. Quem fizesse vendas abaixo de $950 teria que passar por um treinamento básico de vendas. Considerando o desempenho de seus 3.000 fornecedores no final do ano, as vendas tiveram uma distribuição normal com média de $1250 e desvio padrão de $100:

a) Quantos vencedores houve?
b) Quantos tiveram que retomar o treinamento básico?

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

a) $\mu= 1250$ $\sigma= 100$ $X \sim N(1250, 100^2)$

$P(X>1500) = P(Z > 2,5) = 0,0062 \Rightarrow 0,0062 * 3000 \sim 19$

b) $P(X<950) = P(Z<-3,0) \sim 0,0013 \Rightarrow 0,0013*3000 \sim 4$

INMETRO - PORTARIA 248 (2008)

TABELA I - Tolerâncias Individuais Permitidas

Conteúdo Nominal Qn (g ou ml ou cm³)	Tolerância (T)	
	Percentual de Qn	g ou ml ou cm³
0 a 50	9	-
50 a 100	-	4,5
100 a 200	4,5	-
200 a 300	-	9
300 a 500	3	-
500 a 1000	-	15
1000 a 10000	1,5	-
10000 a 15000	-	150
Maior ou igual a 15000	1	-

http://sistema-sil.inmetro.gov.br/rtac/RTAC001339.pdf

INMETRO – PORTARIA 248 (2008)

TABELA I - Tolerâncias Individuais Permitidas

Conteúdo Nominal Qn (g ou ml ou cm³)	Tolerância (T)	
	Percentual de Qn	g ou ml ou cm³
0 a 50	9	-
50 a 100	-	4,5
100 a 200	4,5	-
200 a 300	-	9
300 a 500	3	-
500 a 1000	-	15
1000 a 10000	1,5	-
10000 a 15000	-	150
Maior ou igual a 15000	1	-

Exemplos de limites

150g = 150*(1-0,045)
= 143,25g

250g = 250 - 9
= 241g

http://sistema-sil.inmetro.gov.br/rtac/RTAC001339.pdf

INMETRO – PORTARIA 248 (2008)

TABELA I - Tolerâncias Individuais Permitidas

Conteúdo Nominal Qn (g ou ml ou cm³)	Tolerância (T) Percentual de Qn	Tolerância (T) g ou ml ou cm³
0 a 50	9	-
50 a 100	-	4,5
100 a 200	4,5	-
200 a 300	-	9
300 a 500	3	-
500 a 1000	-	15
1000 a 10000	1,5	-
10000 a 15000	-	150
Maior ou igual a 15000	1	-

Exemplos de limites

150g = 150*(1-0,045) = 143,25g

Uma fábrica produz itens com média 150g e desvio padrão de 2g. Qual a probabilidade de fabricar um item que seria rejeitado?

http://sistema-sil.inmetro.gov.br/rtac/RTAC001339.pdf

EXERCÍCIO

Uma fábrica produz itens com média 150g e desvio padrão de 2g. Qual a probabilidade de fabricar um item que seria rejeitado (<143,25g) ?

DISTNORM(x,média,desv_padrão,cumulativo)

a) DISTNORM(150, 143.25, 2, 1)
b) DISTNORM(2, 143.25, 150, 1)
c) DISTNORM(143.25, 2, 1, 150)
d) DISTNORM(143.25, 150, 2, 1)
e) DISTNORM(150, 2, 143.25, 1)

EXERCÍCIO

Uma fábrica produz itens com média 150g e desvio padrão de 2g. Qual a probabilidade de fabricar um item que seria rejeitado (<143,25g) ?

DISTNORM(x,média,desv_padrão,cumulativo)

a) DISTNORM(150, 143.25, 2, 1)
b) DISTNORM(2, 143.25, 150, 1)
c) DISTNORM(143.25, 2, 1, 150)
d) DISTNORM(143.25, 150, 2, 1) = 0,037% (370 DPM)
e) DISTNORM(150, 2, 143.25, 1)

INMETRO - PORTARIA 248 (2008)

TABELA II Amostra para Controle

Tamanho do lote	Tamanho de amostra	Critério para Aceitação da média	Critério para Aceitação individual (c) (máximo de defeituosos abaixo de Qn-T)
9 a 25	5	$X \geq Qn - 2{,}059.S$	0
26 a 50	13	$X \geq Qn - 0{,}847.S$	1
51 a 149	20	$X \geq Qn - 0{,}640.S$	1
150 a 4000	32	$X \geq Qn - 0{,}485.S$	2
4001 a 10000	80	$X \geq Qn - 0{,}295.S$	5

http://sistema-sil.inmetro.gov.br/rtac/RTAC001339.pdf

INMETRO – PORTARIA 248 (2008)

TABELA II Amostra para Controle

Tamanho do lote	Tamanho de amostra	Critério para Aceitação da média	Critério para Aceitação individual (c) (máximo de defeituosos abaixo de Qn-T)
9 a 25	5	$X \geq Qn - 2{,}059.S$	0
26 a 50	13	$X \geq Qn - 0{,}847.S$	1
51 a 149	20	$X \geq Qn - 0{,}640.S$	1
150 a 4000	32	$X \geq Qn - 0{,}485.S$	2
4001 a 10000	80	$X \geq Qn - 0{,}295.S$	5

Se a fábrica produz lotes de 100 unidades, e a probabilidade de 1 item ser defeituoso é 0,037%, qual a probabilidade de 1 lote ser rejeitado?

http://sistema-sil.inmetro.gov.br/rtac/RTAC001339.pdf

INMETRO – PORTARIA 248 (2008)

TABELA II Amostra para Controle

Tamanho do lote	Tamanho de amostra	Critério para Aceitação da média	Critério para Aceitação individual (c) (máximo de defeituosos abaixo de Qn-T)
9 a 25	5	$X \geq Qn - 2{,}059.S$	0
26 a 50	13	$X \geq Qn - 0{,}847.S$	1
51 a 149	20	$X \geq Qn - 0{,}640.S$	1
150 a 4000	32	$X \geq Qn - 0{,}485.S$	2
4001 a 10000	80	$X \geq Qn - 0{,}295.S$	5

Se a fábrica produz lotes de 100 unidades, e a probabilidade de 1 item ser defeituoso é 0,037%, qual a probabilidade de 1 lote ser rejeitado?

Amostra 20 itens, com no máximo 1 defeituoso: 1-DISTR.BINOM(1, 20, 0.0037, 1) = 0,0025%

http://sistema-sil.inmetro.gov.br/rtac/RTAC001339.pdf

INMETRO – PORTARIA 248 (2008)

TABELA II Amostra para Controle

Tamanho do lote	Tamanho de amostra	Critério para Aceitação da média	Critério para Aceitação individual (c) (máximo de defeituosos abaixo de Qn-T)
9 a 25	5	$X \geq Qn - 2{,}059.S$	0
26 a 50	13	$X \geq Qn - 0{,}847.S$	1
51 a 149	20	$X \geq Qn - 0{,}640.S$	1
150 a 4000	32	$X \geq Qn - 0{,}485.S$	2
4001 a 10000	80	$X \geq Qn - 0{,}295.S$	5

Se a fábrica produzir todos os itens de 150g com com 144g (sem variação nenhuma, S=0). Eles passariam no teste de defeituosos, mas seriam reprovados no teste de média:

144 > 150 - 0,640* 0 **(Reprovado)**

http://sistema-sil.inmetro.gov.br/rtac/RTAC001339.pdf

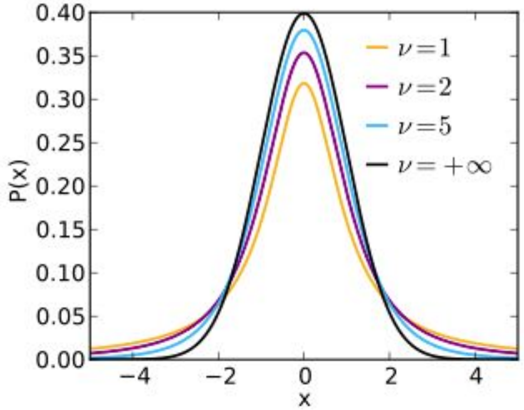
E SE :

-$N<30$?

-σ é desconhecido?

DISTRIBUIÇÃO T

$$f(t,\nu) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\nu\pi} * \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}$$



Volume VI MARCH, 1908 No. 1

BIOMETRIKA.

THE PROBABLE ERROR OF A MEAN.

By STUDENT.

Introduction.

Any experiment may be regarded as forming an individual of a "population" of experiments which might be performed under the same conditions. A series of experiments is a sample drawn from this population.

Now any series of experiments is only of value in so far as it enables us to form a judgment as to the statistical constants of the population to which the experiments belong. In a great number of cases the question finally turns on the value of a mean, either directly, or as the mean difference between the two quantities.

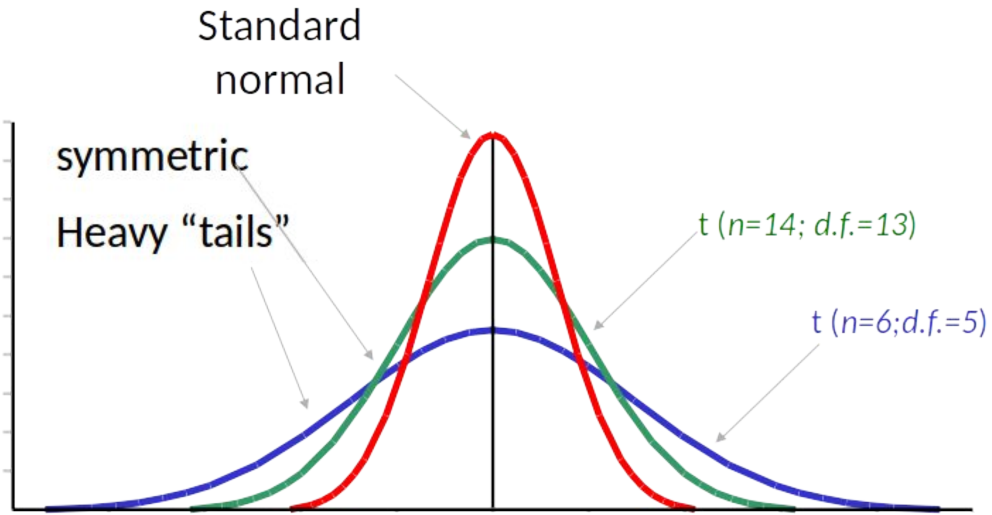
If the number of experiments be very large, we may have precise information as to the value of the mean, but if our sample be small, we have two sources of uncertainty:—(1) owing to the "error of random sampling" the mean of our series of experiments deviates more or less widely from the mean of the population, and (2) the sample is not sufficiently large to determine what is the law of distribution of individuals. It is usual, however, to assume a normal distribution, because, in a very large number of cases, this gives an approximation so close that a small sample will give no real information as to the manner in which the population deviates from normality: since some law of distribution must be assumed it is

DISTRIBUIÇÃO T

The Brewer Who Secretly Revolutionized Statistics | Great Minds: William Gosset

https://www.youtube.com/watch?v=Ea4_eX--mIY

DISTRIBUIÇÃO T



*Distribuição t converge para a distribuição Normal conforme o tamanho da amostra aumenta

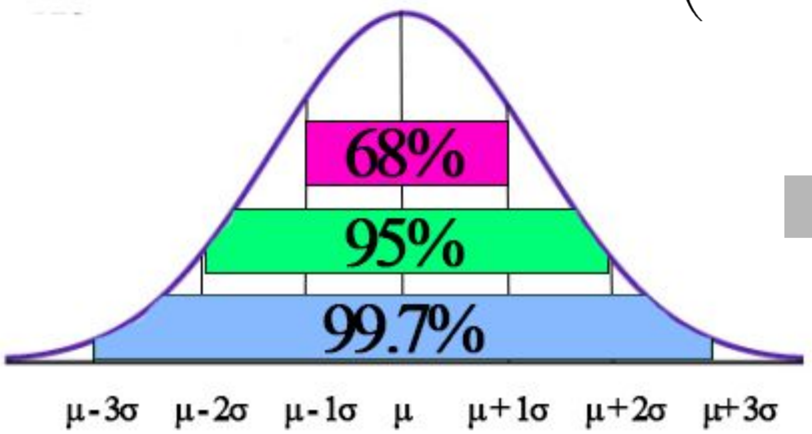
DISTRIBUIÇÃO T

$$\overline{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \times \quad \overline{x} \pm t_{(n-1)\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

*Distribuição t converge para a distribuição Normal conforme o tamanho da amostra aumenta

INTERVALO DE CONFIANÇA

$$\overline{x} \sim N\left(mean = \mu, sd = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$



Quantos "desvios padrão"?

$$\mu = \overline{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$